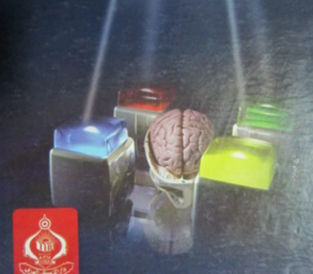
الدكتور/ فؤاد البهى السيد

علم النفس الإحصائى
وقياس العقل البشرى





علم النفس الإحصائي

وقياس العقل البشري

تأليف

الدكتور فؤاد البهي السيد

الأستاذ غير المتفرغ لعلم النفس بكليتي التربية بجامعتي عين شمس والزقازيق

عضو الجمعية الدولية للقياس النفسي والتربوي

الطبعة الثالثة

١٩٧٩م

ملتزم الطبع والنشر

دار الفكر العربي

الطبعة الأولى ١٩٥٨
الطبعة الثانية المعـدلة ١٩٧١
الطبعة الثالثة المعـدلة ١٩٧٩

اللهمّ إنا نعوذ بكَ من التكلفِ لما لا نحسِنْ
كما نعوذ بك من العُجبِ بما نحسِنْ



مقدمة

عندما ظهرت الطبعة الأولى لكتاب علم النفس الاحصائى سنة ١٩٥٨ كان ميدان هـذا العـلم الناشىء الجـديد مازال فى مرحلته السديمية لم تتحـدد معالمـه بعـد ، ثم اتضحت الرؤية فى الستينيات وذلك عندما تكامل المنهج الاحصائى الذى تعتمد عليه أبحاث الفروق الفردية مـع المنهج الرياضى الذى تعتمد عليه أبحـاث علم النفس التجريبى • وأصبح لزاما على كل دارس وباحث فى ميدان علم النفس أن يلم بالأساليب الاحصائية والرياضية فى معالجة الظاهرة النفسية •

وقد ظهرت أهميـة هذا الـكتاب فى الأبحـاث المختلفـة التى اعتمدت عليه خلال السنوات الطـويلة التى عاشها منذ سنة ١٩٥٨ ، وأصبحت الطريقة التقاربية فى التحليل العاملى التى نشرها مؤلف هذا الكتاب لأول مرة سنة ١٩٥٨ هى أكثر الطرق نجاحا فى أغلب الأبحاث النفسـية المصرية التى قام بها طلبـة الماجستير والدكتوراه فى كليـة التربية والكليات الاخرى المماثلة • وأصبح كتاب علم النفس الاحصائى هو المرجع الاساسى فى هذا النوع من التحليل ، وفى المعايير التائية ، والسباعى المعيارى الذى يعد بحق أصلح المقاييس الاحصائية النفسية لتحديد مستويات الفروق الفردية فى البيئة المصرية •

ويشتمل الكتاب فى صورته الاولى وطبعته الجديدة على نوعين رئيسين : هما الاحصاء الوصفى والاحصاء التحليلى ، وعلى التطبيقات النفسية المختلفة لكل نوع من هذين النوعين • ولذا تمتد الفصول التى تعالج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت الى المعايير النفسية الطويلة والمستعرضة • وتمتد الفصول التى تعالج معاملات الارتباط لتبين طرق استخدام الارتباط الثنائى فى تحليل مفردات الاختبار • ويمتد التحليل الاحصائى ليعالج أهمية تحليل التباين فى الكشف عن الفروق الفردية بين الجنسين فى النواحى النفسية المختلفة • ويتصدى التحليل العاملى لمعالجة المكونات الاساسية للعمليات العقلية والسمات المزاجية والاتجاهات الاجتماعية •

وهذه الطبعة الثالثة لعلم النفس الاحصائى تضيف ستة فصول جديدة لفصول الطبعات السابقة البالغ عددها ١٥ وبذلك تصبح فصول الطبعة الجديدة ٢١ فصلا تبدأ بالفصل السابع الذى يعالج طرق تعميم المعيار الثانى من العينة التجريبية الى المجتمع الأم عن طريق اكتشاف معادلة الخط المستقيم والمنحنى الذى يشمل علاقة الدرجات الخام بالدرجات التائية ويلى ذلك الفصل العاشر الذى يجمع معاملات ارتباط الفئات المنتظمة فى تنظيم واحد أسلمه الجدول الرباعى للتكرار الثنائى • ثم الفصل الثالث عشر الذى يبين طرق حساب ت لدلالة الفروق ، ويلى ذلك الفصل الرابع عشر الذى يتناول الدلالة الاحصائية اللابرمترية للدرجات ، ويبين هذا الفصل البدائل اللابرمترية لاختبار ت البرمترى • ويمتد الفصل الخامس عشر بالدلالة من الدرجات الى التكرار كما تحسب باختبار كا٢ • وينتهى الكتاب

بالفصل الحادى والعشرين الذى يبين الطرق المختلفة للتحليل العاملى للاختبارات والأفراد .

ذلك هو أسلوب الكتاب ومنهجه ، وتلك هى غايته .

والله أرجــو أن يعين الكتاب الدارسين والباحثين على الكشف عن الخصائص النفسية للانسان العربى المعاصر .

وعلى الله قصــد السبيل ..

فــؤاد البهى السيد

جامعة عين شمس ـــ كلية التربية
١٩٧٨

فهرست

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

صفحة

الفصل الأول

المدخـــل

مقـــدمة

يهدف هذا الفصل الى توضيح المعالم الأولى والعمليات العددية التى تقوم عليها الوسائل الاحصائية حتى لايجد القارىء صعوبة أو مشقة فى قراءة الفصول التالية . ولذا فهو يبدأ بدراسة نشأة الاحصاء وأهميته فى الأبحاث العلمية وارتباطه بخطوات البحث العلمى ثم يتطور ليبين علاقة الاحصاء بالقياس النفسى والفروق الفردية ، ثم ينتهى الى معالجة الوسائل الحسابية اللازمة للاحصاء وخاصة حدود التقريب ، والطرق المتبعة فى حساب الجذر التربيعى ؛ ومربعات الأعداد المتتالية .

نشأة الاحصــاء

الاحصاء فى اللغة العد الشامل . ومن المجاز قول العرب لم أر أكثر منهم حصى أى لم أر أكثر منهم عددا ، وقولهم هذا أمر لا أحصيه أى لا أطيقه ولا أضبطه[1] .

---

[1] أساس البلاغة للزمخشرى والقاموس المحيط للفيروزابادى — يقال احصى بمعنى عده وحفظه وعقله وضبطه .

وقد نشأ علم الاحصاء فى اطار التنظيم السياسى للدولة على يد البارون بيفلد J. F Von Biefe'd سنة ١٧٧٠ ، وترجع النشأة الرياضية الصحيحة لهذا العلم الى أبحاث لا بلاس Laplace الرياضى الفرنسى وجاوس Gaus الرياضى الألمانى ، وجولتون Galton العالم الانجليزى وكارل بيرسون Karl Pearson الرياضى الانجليزى (١) .

اهمية الاحصاء فى الأبحاث العلمية

الاحصاء كما يفهمه أغلب الناس لا يخرج عن كونه جمع معلومات رقمية وعرضها فى جداول ورسوم بيانية ، وقد تفهمه طائفة قليلة من الناس فى اطار حساب المتوسطات والنسب المختلفة .

والاحصاء فى صورته الحديثة هو احدى الدعامات الرئيسية التى تقوم عليها الطريقة العلمية فى بحثها للعلوم الانسانية والعلوم المتصلة بأى لون من ألوان الحياة .

والطريقة العلميــة فى جوهرها العــام لا تخرج عن الخطوات التالية(٢) :

١ — القيام باجراء ملاحظات وتجارب موضوعية .

٢ — استخلاص النتائج الموضوعية التى تؤدى اليها تلك التجارب

٣ — صياغة القوانين والنظريات التى تفسر نتائج التجـــارب المختلفة .

to (1) Yule, G, U., and Kendall M. G. An Introduction the Theory of Statistics, 1946, p.p. 4—5.

(2) Mood, A.M. Introduction to the Theory of Statistics, 1950, p.p.1—4.

ويرتبط الاحصاء ارتباطا وثيقا بالخطوتين الأولى والثانية • وذلك لأنه يحدد الشروط الاساسية لموضوعية التجارب وخطتها ووسيلتها ومنهجها ، وهو يحدد أيضا طرق التحليل المناسبة لكل تجربة ومدى التعميم الذى تنطوى عليه نتائج تلك التجارب •

وهكذا تعتمد الأبحاث الحديثة فى العلوم المختلفة على الطريقة العلمية التى تقوم على الملاحظة الدقيقة والتجريب العلمى والتحليل الرياضى والاستنتاج المنطقى ، وبهذه الطريقة وحدها تصبح العلوم المختلفة علوما تجريبية موضوعية • وتؤدى الملاحظة من ناحية ، والتجربة من ناحية أخرى الى جمع معلومات عدة هادفة عن الظواهر التى تنطوى تحت التقسيمات المختلفة للعلوم • ولعل أحسن طريقة لتركيز هذه المعلومات هى الطريقة العددية التى تعتمد فى جوهرها على رصد النتائج رصدا موجزا واضحا • ولكن الأعداد وحدها وبصورتها الخام الأولية لا تكفى لفهم وتفسير الظاهرة العلمية تفسيرا صحيحا • ولهذا يلجأ الباحث الى تحليل نتائجه تحليلا احصائيا ليدرك مثلا مدى تجمعها وتشتتها وارتباطها ، وغير ذلك من ضروب التحليل الاحصائى • وهو يهدف بهذا التحليل الى فهم العوامل الاساسية التى تؤثر على الظاهرة التى يدرسها • وقد يصل من هذا كله الى الكشف عن الفكرة الجوهرية أو القانون العام الذى يصلح لتفسير تلك الظاهرة والظواهر الأخرى التى تنتمى اليها •

لهذا كان الاحصاء من أهم الوسائل التى يستعين بها الباحث وتستعين بها العلوم المختلفة فى الوصول الى نتائجها وفى تحليل هذه النتائج وتطبيقها ونقدها •

وقد شهد هذا القرن ، والقرن الماضى ، ظهور علوم جديدة نشأت من اقتران الاحصاء بالعلوم المختلفة ، فاقترن الاحصاء بالرياضة البحتة

والميكانيكا ، وعلم النفس ، وعلم الحياة ، وعلم الاقتصاد ، وعلم الاجتماع ، وعلوم أخرى لينشىء من ذلك كله علوماً جديدة مثل علم الاحصاء الرياضى Mathematical Statistics والميكانيكا الاحصائية Statistical Mechanics وعلم النفس الاحصائى statistical psychology ، وعلم الحياة الاحصائى B ometry ، وعلم الاقتصاد الاحصائى Statistical Economy وهكذا ما يزال العلم يكشف عن تطبيقات جديدة للاحصاء فى الابحاث النظرية والتجريبية والتطبيقية ، وفى جميع ضروب الحياة .

والعلم فى جوهره تنظيم اجتماعى يقوم على تبادل المعرفة بين المشتغلين بالبحث . وأغلب الابحاث الحديثة ــ كما أسلفنا ــ تعتمد على الأرقام والمعالجة الاحصائية للبيانات العددية المختلفة ، ولهذا كان لزاما على المشتغلين بالبحث والمطلعين عليه ، والدارسين له والقارئين لآثاره ، والمنتفعين بنتائجه أن يعرفوا مناهجه التجريبية ووسائله العددية الاحصائية ليسايروا تطوره وتطبيقاته المتنوعة .

ويقاس التطور العلمى لأى فرع من فروع المعرفة البشرية بمدى تطور مناهجه ووسائله ، وقد أحرزت العلوم الطبيعية نضجه النسبى فى هذا المضمار ببساطة تكوينها وثبوت نتائجها وخضوعها المباشر للضبط العلمى الهادف واستعانتها المبكرة بالأعداد والعلوم الرياضية . وتختلف العلوم الانسانية فى نشأتها الاولى عن هذا التطور لتعقيدها ومرونتها التى تحول بينها وبين الضبط العلمى البسيط . ومن المفارقات الغريبة أن علم النفس كان أسبق من العلوم الطبيعية فى الكشف عن الطاقة الكامنة والطاقة الحركية . وكان أرسطو أول من عرف الطاقة الكامنة البشرية بأنها حالة النوم التى تطرأ على الانسان ، وعرف الطاقة الحركية بأنها حالة النشاط التى تبدو فى اليقظة . ثم تكشف علم النفس من هذه المفاهيم الجوهرية

وتركها للعلوم الطبيعية التى استعانت بها فى تطورها الرئيسى ، ثم عاد علم النفس ليستعيرها من تادتها المحدثين .

الاحصاء وخطوات البحث العلمى

الاحصاء كما بينا من أهم الوسائل الحديثة القوية للبحث العلمى فى ميادينه المختلفة بوجه عام ، وفى الميادين الانسانية بوجه خاص . والبحث العلمى لا يستقيم احصائيا الا اذا انتظم فى خطوات منطقية واضحة . وسنحاول أن نبين فى الفقرات التالية أهم هذه المعالم .

تتلخص الخطوات الرئيسية للبحث العلمى الذى يعتمد على التحليل الاحصائى فى اختيار المشكلة وفرض الفروض فى البحوث التى يحتاج حلها الى فروض . وتنظيم خطة البحث ، وجمع المعلومات وتبويبها ، ووصفها احصائيا وتحليلها . وتفسير نتائجها ، ثم تسجيلها فى تقرير يبين نواحيها المختلفة .

١ — اختيار المشكلة :

يبدأ البحث بمشكلة عامة تتطور خلال التحليل الى مشكلة محددة تتطلب اجابات مقترحة قد تكون فى صورة فروض محتملة . واختيار المشكلة وصياغتها صياغة دقيقة هى التى تجعلها قابلة للبحث .

وتتلخص أهم الأسس الرئيسية لاختيار المشكلة فى :

١ — ألا تكون كبيرة واسعة حتى لا تصبح ضحلة ، وألا تكون ضيقة جدا محدودة حتى لا تصبح تافهة ، بل تكون وسطا بين هذه وتلك مترابطة متماسكة حتى تصل بالباحث الى نتائجها المرجوة فى يسر وقوة .

٢ — وأن يكون توقيتها مناسبا معقولا من حيث بدئها ومداها ونهايتها .

٣ — وأن تكون تكلفتها فى حدود امكانيات الباحث والا أعاقته هذه الامور عن اتمام بحثها .

٤ — وأن تكون جديدة لتكشف عن بعض الآفاق المجهولة ، والا فقدت قوتها وأهميتها .

٥ — وأن تتفق وميل الباحث ومستوى قدرته على معالجتها .

٦ — وان تكون بياناتها المختلفة ميسورة بحيث لا تكلف الباحث عنتا أو مشقة فى جمعها .

٢ — الفروض :

يصاغ الفرض على أنه اجابة محتملة لمشكلة البحث . فعلاقته بالمشكلة علاقة الاجابة بالسؤال الذى تتصدى المشكلة لحله . والفروض بهذا المعنى هى ملتقى الطرق التى تنتهى اليها المشكلة ويبدأ منها التجريب وموقعها من خطوات البحث يمثل نقطة التحول من البناء النظرى للبحث الى التصميم التجريبى للاجابة على المشكلة القائمة . والحكم الذى يقرر قبول الفرض أو رفضه هو النتيجة التى تنتهى اليها جميع خطوات البحث . ويقتضى للوصول لمثل هذا الحكم اجراء التجارب التى تختبر صحة تلك الفروض .

وبما أن الطريقة التى يصاغ بها الفرض تؤثر تأثيرا مباشرا على البناء التجريبى للبحث وعلى الوسائل الاحصائية التى تتبع فى تحليل النتائج ، اذن فأى تعقيد أو خطأ فى صياغة الفرض يؤدى الى تعقيد البنـاء التجريبى وقد تحول أخطاء الصياغة بين الباحث وانجاز بحثه . لذلك يجب أن تخضع عملية بناء الفروض لشروط علمية دقيقة نلخص أهمها فيما يلى .

(أ) وحدة الاجابة — يجب أن يكون الفرض فى اجابة واحدة على مشكلة واحدة من المشكلات التى ينتهى اليها تحليل البحث • وليس معنى هذا أن يقتصر البحث على فرض واحد ، بل تتعدد فروضه بتعدد أبعاده وجوانبه • وبذلك يصبح كل بعد من أبعاده ، أو جانب من جوانبه مشكلة صغيرة يجيب عنها فرض واحد • والفروض التى تتصدى للاجابة على أكثر من مشكلة تؤدى الى بناء تجريبى معقد وتفسيرات متداخلة صعبة، قد تحول بين البحث وغايته •

(ب) البساطة — يجب أن يكون الفرض أبسط اجابة للمشكلة ، وكلما كان الفرض بسيطا مباشرا كان البناء التجريبى قابلا للبحث • والفرض المركب يؤدى الى بناء تجريبى معقد •

(جـ) امكانية الاختبار — اذا كانت صياغة الفرض تحول بينه وبين اختباره فلا قيمة لمثل هذا الفرض • فمثلا الفرض الذى يقول ان كل الناس يموتون لا يمكن اختباره الا اذا مات كل البشر • فهو بهذه الصورة فرض غير قابل للاختبار •

(د) امكانية الرفض — اذا كانت صياغة الفرض تؤدى الى قبوله ولا تؤدى الى رفضه • فهو بهذه الصورة لا يصلح أن يكون فرضا من فروض البحث • فمثلا الفرض الذى يقول ان الناس يقاتلون لأن لديهم نزعات عدوانية فرض يمكن قبوله ولا يمكن رفضه لان قبوله يقتضى ظهور النزعات العدوانية ورفضه يقتضى اختفاء النزعات العدوانية ، والاختفاء الموقوت لهذه النزعات لا يعنى عدم وجودها ، فقد تكون تلك النزعات كامنة لا تظهر الا عندما تستثار •

٣ — خطة البحث العلمى وجمع المعلومات :

تقوم خطة البحث على بناء تنظيم عقلى متماسك يسبق القيام

بالبحث ، وقد تشتمل هذه الخطة على نموذج مصغر للبحث وذلك للكشف عن نواحى قوته وضعفه ، والتغلب على الصعوبات التى قد تواجهه ، ولتبيان أوضح المسالك لمعالجة المشكلة معالجة علمية دقيقة . وهى بهذا المعنى تشبه النموذج المصغر أو الرسم التوضيحى الذى يعده المهندس المعمارى قبل قيامه بعملية البناء .

هذا ويجب أن تشتمل خطة دراسة المشكلة على بيان تفصيلى لمصادر المعلومات ومدى دقتها والطرق المختلفة لجمعها ووسيلتها ملاحظة كانت أم تجريبا أم اعادة تبويب للمعلومات القائمة . وبذلك تتناول هذه الخطة بيانا تفصيليا عن عينة الأفراد التى تستخدم فى التجربة والأسس العلمية لاختيارها وعينة الاختبارات والمقاييس التى تجرى ، والأسس العلمية لاختيارها أو لصياغتها وتأليفها والأجهزة التى قد يستعان بها .

ومن الميسور اخضاع هذه الخطة للدراسة وذلك باجراء تجربة تمهيدية على نطاق صغير للكشف عن أثر الظروف المختلفة فى نتائج التجربة ولمحاولة التحكم فى الشوائب الغريبة التى قد تعوق نمو البحث والكشف عن الأخطاء والغموض والنقص الذى يكشف عنه التنظيم الأول لخطة البحث . وحديثا لجأ بعض الباحثين الى تنظيم تجاربهم فى خطوات متعاقبة يتلو بعضها بعضا بحيث تؤدى نتائج التجربة الأولى الى تحديد مشكلة التجربة الثانية وتؤدى نتائج التجربة الثانية الى تحديد مشكلة التجربة الثالثة ، وهكذا يتطور البحث حتى يصل الى هدفه النهائى .

٤ — التبويب :

عندما ينتهى الباحث من جمع المعلومات التى حددتها خطته فى البحث ووسيلته فى الجمع . فانه يبوبها فى جداول كبيرة متصلة ، أو بطاقات صغيرة منفصلة ليسهل عليه بعد ذلك تلخيصها وتحليلها وتفسيرها .

وفى مقدوره بعد ذلك أن يبوبها ثانية فى جداول صغيرة ، ورسوم بيانية ، ومنحنيات وأشكال توضيحية ليبين معالمها وخواصها الرئيسية .

٥ — الوصف الاحصائى :

يعتمد الوصف الاحصائى للظواهر المختلفة على الكشف عن مدى تجمع بياناتها العددية أو مدى تشتتها والعلاقات المختلفة التى تربط كل ظاهرة بأخرى والقيمة العددية لهذا الارتباط .

ولهذا يهدف الباحث فى معالجته الاحصائية للظواهر التى يبحثها الى معرفة متوسطاتها المختلفة أو نزعتها المركزية ليلخصها فى صورة موجزة توضح أهم خواصها ، ويهدف أيضا الى معرفة مدى انتشارها وانحراف أفرادها عن هذه المتوسطات ليصل من ذلك كله الى وصف شامل للظواهر التى يبحثها .

ويسمى هذا الميدان من ميادين علم الاحصاء بالاحصاء الوصفى .

٦ — التحليل الاحصائى :

يعتمد التحليل الاحصائى على نوع المشكلة ، وخصائصها ، الرقمية وهدف البحث . والتحليل الذى يصلح لمعالجة مشكلة ما قد لا يصلح لمعالجة مشكلة أخرى .

والوصف الاحصائى الشامل يمهد تمهيدا صحيحا للتحليل الاحصائى المناسب لأنه يوضح الخواص الاحصائية للظاهرة .

ويسمى هذا النوع من ميادين علم الاحصاء بالاحصاء التحليلى .

ولا يحسن الباحث أنه كلما غالى فى اختيار الطرق الاحصائية المتناهية فى دقتها أمكنه الوصول الى نتائج قوية . ذلك لان نوع التحليل يعتمد على مدى دقة البيانات العددية التى اعتمد عليها الباحث فى تحديد الظواهر التى يدرسها ، فبعض هذه الظواهر لا تحتاج فى تحليلها الى مثل هذه المغالاة . لأنها بطبيعتها ليست حساسة لهذه الفروق المتناهية فى

الدقة ، ومثلها فى ذلك مثل قياس المسافة بين القاهرة والأسكندرية لأقرب كليمتر أو حتى لأقرب سنتيمتر .

٧ ـ التفسير :

ينطوى التفسير على ضرب من ضروب التعميم . ويجب الا يجاوز هذا التعميم حده ومداه . وذلك لأنه يقوم على اطار تحدده عينة الأفراد الذين أجريت عليهم التجربة والاختبارات التى استخدمت فى هـذه الدراسة ، والأجهزة التى استعان بها الباحث للوصول الى نتائجه . ومن الخطأ الشائع فى بعض الأبحاث العلمية اجراء تجربة ما فى اطار معين محدد ثم تعميم نتائج هذه التجربة دون استغراق شامل لجميع النواحى المختلفة للظاهرة العلمية .

وعلى الباحث أن يلتزم حدود نتائجه العلمية دون مبالغة أو افاضة حتى لا يضل الناس فى فهم نتائجه ، وحتى لا تنهار هذه النتائج سريعا من جوانبها التى نأت بها بعيدا عن الاطار الموضوعى الواقعى للبحث .

٨ ـ التقرير :

يبدأ التقرير من حيث بدأت المشكلة باختيارها وصياغتها ، وينتهى الى حيث انتهت بالتحليل الاحصائى والتفسير النهائى . أى أنه بهذا المعنى يسجل خطوات البحث فى تطورها خطوة تلو خطوة ليكون بذلك أقرب الى الموضوعية العلمية والتنظيم المنطقى المتناسق .

ويشترط فى لغة البحث أن تكون واضحة موجزة موضوعية الى الحد الذى تتخفف فيه من تأكيد الذات حتى لا تصطبغ بصبغة ذاتية تبعدها عن الروح العلمى الصحيح .

وغالبا ما ينتهى التقرير بملخص واضح عن المشكلة ونتيجة بحثها ومدى قوة أو ضعف هذه النتائج ، وهو لهذا يوضح ، الى حد ما ، نقد

الباحث لنفسه ، والمشاكل الجديدة التى أسفر عنها الباحث خلال تطوره ، ومدى صلاحية هذه المشاكل للبحث . فهو بذلك يفتح آفاقا جديدة للبحث والدراسة .

الاحصاء والقياس

القياس بمعناه العام مقارنة ترصد فى صورة عددية ، كمقارنة الأطوال بالمتر ، والأوزان بالكيلو جرام أى أن نتيجة المقارنة تتحول الى أعداد نسميها درجات ، والدرجات جمع درجة والدرجة تعنى المرتبة والطبقة .

وتعتمد المقارنة على النواحى الوصفية والنواحى الكمية . وتهدف النواحى الوصفية الى الكشف عن وجود الصفة أو عدم وجودها ، كمقارنة الأطوال بالأوزان لتحديد الفروق القائمة بينهما حتى يتحدد بذلك نوع القياس الصالح لكل منهما وحتى لا يظن أن الطول يقاس بالكيلو جرام والوزن بالمتر .

وتهدف النواحى الكمية الى الكشف عن درجة وجود الصفة بعد أن كشفت المقارنة الوصفية عن وجودها وتمايزها .

وهكذا تعتمد الجداول الاحصائية على التصنيف الوصفى والرقمى للظواهر المختلفة فهى بذلك تقسم الصفات الى أنواع لها أهميتها بالنسبة لهدف البحث ، ثم تقسمها الى درجات تقاس بها كل صفة من تلك الصفات أى أنها تبدأ وصفية وتنتهى رقمية .

الأسس العامة للتصنيف الاحصائى

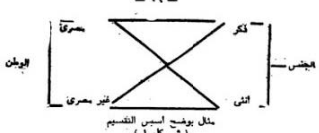
التصنيف من أهم دعائم المعرفة البشرية لأنه يلخص المعلومات المختلفة فى قدر مناسب يستطيع معه العقل أن يستوعبه ، ولأنه ينشىء

ويكشف عن العلاقات الجوهرية التى تربط الأشياء بعضها بالبعض الآخر .

ويعتمد التصنيف على مدى تمايز الأشياء ، وعلى تعميم هذا التمايز بحيث تنقسم الأشياء أو صفاتها الى مجموعات بين كل مجموعة وأخرى فروق أساسية تبرز هذا الفصل القائم بينها ، بحيث تضم كل مجموعة أفرادا يشتركون معا فى صفات أساسية تبرز جميعها معا فى وحدة متآلفة فالنوع الانسانى يشتمل على المميزات الرئيسية للجنس البشرى ويحول بين هذا الجنس والأجناس الأخرى حتى لا تتداخل معه فى هذا التقسيم .

والتمايز قد يكون حادا فاصلا أو يكون متداخلا تداخلا قليلا أو كثيرا . ومن أمثلة التمايز الحاد فى الصفات الحياة والموت والذكورة والأنوثة ، ومن أمثلة التمايز المتداخل تداخلا قليلا فصول السنة ، ومن أمثلة التمايز المتداخل تداخلا كبيرا أطول الناس ، ولهذا ترصد هذه الأطوال فى سلسلة متصلة من الدرجات بحيث يمكن جمعها فى فئات مثل من ١٣٠ سم الى ١٣٥ سم ومن ١٣٥ سم الى ١٤٠ سم .

ويجب أن يكون أساس التقسيم واضحا والا تداخلت الأسس واختلط الامر . فمن الخطأ تقسيم تلاميذ المدارس الى بنين وبنات وغير مصريين وانما الصواب أن نقسم تلاميذ المدارس بالنسبة للذكورة والأنوثة ، ثم نعود لنقسمهم الى من هو مصرى ومن هو غير مصرى حتى نستغرق الأقسام الفرعية ، فالذكور قد يكونون مصريين أو غير مصريين . والاناث قد يكن مصريات أو غير مصريات ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



مثال يوضح أسس التقسيم
(شكل ١)

وهكذا نرى أن الأساس الأول للتقسيم فى مثالنا هذا هو الجنس ، والأساس الثانى التقسيم هو الوطن . ويوضح هذا المثال فكرة الأقسام المنفصلة تماما أن يكون الطالب ذكرا أو أنثى ، واما أن يكون مصريا أو غير مصرى .

وقد تكون هذه الأقسام متصلة كالبياض والسواد وما بينهما من ظلال تميل من جانبها الأول نحو الأبيض حينما تكون باهتة خفيفة وتميل من جانبها الثانى نحو الأسود حينما تكون قاتمة ثقيلة ، وتتوالى درجاتها فى تسلسل متصل من بدئها الى نهايتها .

وهكذا تنقسم البيانات العددية بالنسبة لتمايزها الى نوعين رئيسيين : منفصلة ومتصلة .

التصنيف الثنائى

ينقسم التصنيف الاحصائى للصفات المختلفة الى نوعين رئيسيين:

١ — التصنيف الثنائى — وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها الى نوعين فقط .

٢ — التصنيف المتعدد — وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها الى أكثر من نوعين .

والتصنيف الثنائى أكثر التصنيفات بساطة وفائدة وشيوعا

ويستخدم فى كثير من المعاملات الاحصائية مثل معامل الارتباط الرباعى. ويستخدم التصنيف المتعدد فى التحليل العاملى ويعد هذا النوع من التحليل الأساس العلمى الذى تعتمد عليه أبحاث القدرات العقلية وسمات الشخصية ومقاييس الاتجاهات النفسية .

الوسائل الحسابية

من أهم الوسائل الحسابية التى يعتمد عليها الباحث فى عملياته الاحصائية التقريب وقواعده الرئيسية . وحساب الجذر التربيعى ، ومربعات الاعداد المتتالية . والآلات والجداول والرسوم الحاسبة .

التقريب

للتقريب حدود يجب أن تراعى حتى لا يغالى الباحث فى تسجيل أرقام لا قيمة لها للبحث ، فتعوق فهم نتائجه النهائية ، وتحيطه بهالة من الدقة الظاهرية التى تحجب حقيقته وتظل عبئا ثقيلا على العمليات الحسابية من بدئها الى نهايتها دون فائدة ترجى من هذا العمل الشاق المرهق . وأحيانا يغالى الباحث فى تقريبه فيحذف أرقاما لها دلالتها الصحيحة التى قد تلقى أضواء جديدة على الظاهرة التى يبحثها .

١ ــ أهمية التقريب ومعناه :

يعتمد الاحصاء فى كثير من عملياته الحسابية على التقريب ، ويهدف هذا التقريب الى تبسيط العمليات الحسابية والى صياغتها فى صورة موجزة تيسر للباحث معالجتها وتأكيد معالمها الرئيسية ، وتساعد القارىء على فهم نتائجها . وشتان بين قولك أن متوسط درجات الطلبة فى الحساب يساوى ٤٫٨١٢ درجة . وقولك أن هذا المتوسط يساوى ٥ درجات .

ولا شك أن المتوسط الأول أدق من المتوسط الثانى ع لكنه رغم دقتـــه الظاهرية يعوق الفهم والتذكر الصحيح ، لكثرة أرقامه . هذا وليست درجات الامتحانات المدرسية من الصلسية بحيث تدلنا على معنى واضح لتلك الارقام الكثيرة التى يحتويها المتوسط الذى يساوى ٤٫٨١٢ درجة. ويمكن أن نوضح هذه الفكرة بتحليل أرقام هذا المتوسط بالطـريقة التـالية :

٤ تعنى أربع درجات صحيحة .

٠٫٨ تعنى $\frac{٨}{١٠}$ درجة

٠٫٠١ تعنى $\frac{١}{١٠٠}$ درجة

٠٫٠٠٢ تعنى $\frac{٢}{١٠٠٠}$ درجة

$$٤٫٨١٢ = ٤ + \frac{٨}{١٠} + \frac{١}{١٠٠} + \frac{٢}{١٠٠٠}$$

ولا شك أن قدرتنا على قياس جزء من ألف من الدرجة فى امتحان ما من الامتحانات المدرسية العادية ادعاء باطل لا يقوم على أساس علمى. وهكذا بالنسبة الى أجزاء المائة وأجزاء العشرة ، وخير لنا أن نقرب هذا المتوسط الى أقرب عدد صحيح فنجعله مساويا ٥ درجات ، أو أن نبالغ نوعا ما فى تقدير دقتنا الى ٤٫٨ درجة ، من أن نقدره الى أقــرب جزء من الالف من الدرجة .

وهكذا نرى أن التقريب يرتبط ارتباطا وثيقا بحدود الدقة الاساسية للارقام الخام التى نعتمد عليها فى تحليلنا الاحصائى .

٢ ــ حدود الدقة :

تعتمد الحدود على مدى دقة الارقام الخام التى يقوم عليها البحث

وعلى مدى دقة الطريقة الاحصائية التى يستعان بها فى تحليل النتائج وعلى الباحث أن يقدر مدى الدقة العددية تقديرا يتفق ونوع البيانات العددية التى يحصل عليها .

فحدود الدقة للعدد ٤٫٦ تمتد الى رقم عشرى واحد . أى أن البيانات الدقيقة التى يدل عليها هذا العدد أقرب الى ٤٫٦ منها الى ٤٫٧ أو الى ٤٫٥ . أى أن حدود الدقة تؤثر فى الرقم العشرى لهذا العدد ، وتحدد قيمته بحيث لا تصل هذه القيمة الى ٤٫٧ فى حالة الزيادة أو الى ٤٫٥ فى حالة النقصان .

وهكذا يمكن أن نرى أن العدد ٤٫٦ يقع فيما بين ٤٫٥٥ ، ٤٫٦٥ أى أن حد الخطأ يصبح مساويا ٠٫٠٥ . وأن العدد ٢٣٫٨٠ يقع فيما بين ٢٣٫٠٧٥ ، ٢٣٫٠٨٥ والعدد ٥٧٢ يقع فيما بين ٥٧٣٫٠٥ ، ٥٧٢٫٠٥ .

ونسبة حد الدقة الى العدد لها أهميتها فى معرفة الخطأ النسبى لهذا العدد . وتحسب هذه النسبة بقسمة حد الدقة على العدد نفسه والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

حد الدقة للعدد ٤٫٦ يساوى ٠٫٠٥

الخطأ النسبى $= \frac{٠٫٠٥}{٤٫٦} =$ ٠٫٠١٠٩

النسبة المئوية للخطأ = ٠٫٠١٠٩ × ١٠٠ = ١٫٠٩

٢ — التقريب البسيط :

تقوم فكرة تقريب النسب المئوية ، والكسور العشرية على حذف الرقم الذى يبدأ به العدد من اليمين ثم اضافة واحد صحيح الى الرقم الذى يقع الى يساره مباشرة اذا كان الرقم المحذوف أكبر من ٥ أو يترك

كما هو دون أضافة الواحد الصحيح اذا كان الرقم المحذوف أقل من ٥
كما يوضح ذلك الجدول رقم (١) .

الأعداد الأصلية	الأعداد المقربة
١٦,٣	١٦
٣٨,٧	٣٩
٢٩,٤	٢٩
١٥,٦	١٦

جدول (١) الاعداد المقربة

أما اذا كان الرقم المحذوف ٥ فان الرقم الذى يقع الى يساره يقرب الى أقرب عدد زوجى ، فاذا كان الرقم زوجيا ظل كما هو كما يدل على ذلك الجدول رقم (٢) .

الأعداد الأصلية	الأعداد المقربة
٢٦ر٥	٢٦
٣٤ر٥	٣٤
١٣ر٥	١٤
٢٥ر٥	٢٦

جدول (٢) تقريب الاعداد المنتهية فى اليمين بالرقم ٥

ومن أهم استخدامات التقريب ، تقريب النسب المئوية والكسور العشرية لاقرب عدد صحيح وأثر هذا التقريب على مجموعها النهائى

الذى يجب أن يساوى ١٠٠ فى حالة النسب المئوية ، وواحد صحيح فى حالة الكسور العشرية ٠

٤ — جمع وطرح الاعداد المقربة :

عندما تقرب الاعداد التالية :

١٨٫٣٧٨٤ الى ١٨٫٣٧٨

١٥٣٫١٦ الى ١٥٣٫٢

٧٨٫٧٤٢ الى ٧٨٫٧٤

ثم نجمع هذه الاعداد المقربة كما يلى :

١٨٫٣٧٨ + ١٥٣٫٢ + ٧٨٫٧٤ = ٢٥٠٫٣١٨

نجد أن هذا الناتج يختلف فى بعض أرقامه عن حاصل جمع الاعداد قبل تقريبها . كما يبدو ذلك فى عملية الجمع التالية :

١٨٫٣٧٨٤ + ١٥٣٫١٦ + ٧٨٫٧٤٢ = ٢٥٠٫٢٨٠٤

وعندما نقرب ناتج جمع الاعداد المقربة الى رقم عشرى واحد نرى أنه يساوى ٢٥٠٫٣ ٠ وعندما نقرب ناتج جمع الاعداد الاصلية الى رقم عشرى واحد نرى أنه يساوى أيضا ٢٥٠٫٣ ٠

ولهذا يجب أن نقرب الأرقام العشرية لحاصل جمع الأعداد المقربة بحيث يصبح عددها مساويا لاقل الارقام العشرية التى تحتوى عليها عملية الجمع ، لان ذلك يحدد مدى ثقتنا فى دقة هذه الارقام ٠ وبما أن العدد ١٥٣٫٢ يحتوى على رقم عشرى واحد ٠ فهو اذن الذى يحدد دقة الناتج ، أى أن الناتج فى هذه الحالة يجب أن يحتوى على رقم عشرى واحد ٠ وهكذا يصبح بعد التقريب مساويا ٢٥٠٫٣ بدلا من ٢٥٠٫٣١٨ ٠

وبنفس هذه الطريقة نقرب أيضا ناتج عملية طرح الاعداد المقربة حتى يحتوى على أرقام عشرية تساوى فى عددها أقل عدد للارقام العشرية التى تحتويها عملية الطرح . ولذلك يجب أن نقرب الناتج التالى .

١٨٧٫٦ − ٥٢٫٤٢١ = ١٣٥٫١٧٩

حتى يصبح ١٣٥٫٢

٥ ــ ضرب وقسمة الاعداد المقربة :

يخضع ناتج عمليتى ضرب وقسمة الاعداد المقربة لنفس الفكرة التى بيناها فى جمع وطرح هذه الاعداد . والامثلة التالية لعملية الضرب توضح تطبيق تلك الفكرة .

٣٫١٤١٦ × ٢٫٧١٨٣ = ٨٫٥٣٩٨١١٢٨ وهذا يقرب الى ٨٫٥٣٩٨

٣٫١٤٢ × ٢٫٧١٨ = ٨٫٥٣٩٩٥٦ وهذا يقرب الى ٨٫٥٤٠

٣٫١٤ × ٢٫٧٢ = ٨٫٥٤٠٨ وهذا يقرب الى ٨٫٥٤

والامثلة التالية لعملية القسمة توضح أيضا تطبيق نفس تلك الفكرة على تقريب خارج القسمة .

٨,٤٧ ÷ ٢٣ = ٠,٣٦٨٢٦ وهذا يقرب إلى ٠,٣٧

٧,١٨٢ ÷ ٢,٣ = ٣,١٢٢٦١ وهذا يقرب إلى ٣,١

الجذر التربيعى

تعتمد أغلب العمليات الاحصائية على حساب الجذر التربيعى للاعداد المختلفة ، ولهذا سنوضح أهم الطرق الحسابية التى تستخدم فى حساب الجذر التربيعى .

والجذر التربيعى لاى عدد ما مثل ١٦ هو العدد الذى اذا ضرب فى نفسه يعطينا العدد الذى نبحث عن جذره ، وهـو فى مثالنا هـذا ٤ لان :

$$٤ \times ٤ = ١٦$$

اى ان $\sqrt{١٦} = ٤$

هذا ويجب ان ننتبه الى ان الجذر التربيعى للواحد الصحيح هو الواحد الصحيح لان :

$$١ \times ١ = ١$$

اى ان $\sqrt{١} = ١$

وعلينا أن نحتاط للعلامة الجبرية لناتج الجذر التربيعى فهى "ما" + او — وبذلك يجب أن نكتب نتائج المثالين السابقين ، كما يلى :

$$\sqrt{١٦} = \pm ٤ \quad ، \quad \sqrt{١} = \pm ١$$

١ — الطريقة المطولة :

تشبه هذه الطريقة القسمة المطولة ، ولا تختلف عنها الا اختلافا يسيرا فى بعض نواحيها والامثلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

المثال الأول : لحساب الجذر التربيعى للعدد ٢٦٣١٦٩ يقسم العدد من ناحيتـــه اليمنى الى أزواج من الأرقام بحيث تصـــبح خانة الآحاد والعشـــرات قسـما ، وخانة المئـــات والآلاف قسـماً ، وهكذا حتى ينتهى تقسيم العدد الى ٦٩ ٣١ ٢٦ ثم تجرى عملية حساب الجذر بالطريقة التالية :

٥ ١ ٣

أقرب مربع لـ ٢٦ هو ٢٥ وهذا يساوى ٥ × ٥ ٢٦ − ٢٥ = ١ نكتب ٥ فوق ٢٦	٥ ٥	٢٦'٣١'٦٩ ٢٥
٥ + ٥ = ١٠ ١٣ ÷ ١٠ تساوى ١ تقريباً نكتب ١ إلى يمين ١٠ تصبح ١٠١	١٠١	١٣١
يضرب العدد ١٠١ × ١ ويطرح الناتج من ١٣١ نكتب ١ فوق ٣١	١	١٠١
١٠١ + ١ = ١٠٢ ٣٠ ÷ ١٠ = ٣ نكتب ٣ إلى يمين ١٠٢ تصبح ١٠٢٣	١٠٢٣	٣٠٦٩
نضرب ١٠٢٣ × ٣ ونطرح الناتج من ٣٠٦٩ نكتب ٣ فوق ٦٩	٣	٣٠٦٩
للمراجعة نجمع ١٠٢٣ + ٣ = ١٠٢٦ وعندما تكون هذه العملية صحيحة فإن العلاقة التالية تصبح صحيحة ١٠٢٦ = ٢ × ٥١٣	١٠٢٦	٠٠٠٠

∴ √٢٦٣١٦٩ = + ٥١٣

المثال الثاني : لحساب الجذر التربيعي للعدد ١٠٣٤٢٨٩ نجـري العملية بالخطوات التالية :

	١٠١٧
١	١٠٣٤٢٨٩
١	١
٢٠١	٣٤٢
١	٢٠١
٢٠٢٧	١٤١٨٩
٧	١٤١٨٩
٢٠٣٤	٠٠٠٠٠

المراجعة ٢٠٣٤ = ٢ × ١٠١٧

$\therefore$ √١٠٣٤٢٨٩ = ± ١٠١٧

المثال الثالث : لحساب الجذر التربيعي للعدد ٥٠٫٢٦٨١ نقسم العدد الصحيح الى أزواج من ناحيته اليمنى ، ويقسم الكسر العشرى الى أزواج من ناحيته اليسرى ، أى أن التقسيم يبدأ من يمين ويسار العلامة العشرية ، ثم تجرى عملية حساب الجذر التربيعى بنفس الخطوات السابقة .

	٧٫٠٩
٧	٥٠٫٢٦٨١
٧	٤٩
١٤٠٩	١٢٦٨١
٩	١٢٦٨١
١٤١٨	٠٠٠٠٠

المراجعة ١٤١٨ = ٢ × ٧٫٠٩

$\therefore$ √٥٠٫٢٦٨١ = ± ٧٫٠٩

٢ — طريقة نيوتن :

تعتمد هذه الطريقة على التخمين والتقريب ، حيث يخمن الجذر التربيعى ثم يقسم العدد على جذره التخمينى ويحسب متوسط الجذر التخمينى الاول والجذر التقريبى الثانى . وهكذا تستمر العملية حتى نصل الى معرفة الجذر التربيعى لاى أرقام عشرية نتطلبها فى الناتج ، والخطوات التالية توضح هذه الفكرة فى حسابنا للجذر التربيعى للعدد ١٠

لنفرض أن الجذر التربيعى للعدد ١٠ هو ١

التقدير التقريبى الأول = ½ (١ + ١٠/١) = ½ + ٥ = ٥,٥

التقدير التقريبى الثانى = ½ (٥,٥ + ١٠/٥,٥) = ½ (٥,٥ + ١,٨) = ٣,٧

التقدير التقريبى الثالث = ½ (٣,٧ + ١٠/٣,٧) = ½ (٣,٧ + ٢,٧) = ٣,٢

التقدير التقريبى الرابع = ½ (٣,٢ + ١٠/٣,٢) = ½ (٣,٢ + ٣,١٢٥)

= ٣,١٦٣

التقدير التقريبى الخامس = ½ (٣,١٦٣ + ١٠/٣,١٦٣) = ½ (٣,١٦٣ + ٣,١٦١٥٥٥) = ٣,١٦٢٢٧٧٥

التقدير التقريبى السادس = ½ (٣,١٦٢٢٧٧٥ + ١٠/٣,١٦٢٢٧٧٥)

= ½ (٣,١٦٢٢٧٧٥ + ٣,١٦٢٢٧٧٨) = ٣,١٦٢٢٧٧٧

أى أن √١٠ = ± ٣,١٦٢٢٧٧٧ مقرباً لسبعة أرقام عشرية .

هذا وكلما كان التخمين الاول قريبا من الجذر التربيعى أصبح من الميسور حساب هذا الجذر بسرعة وقد آثرنا أن نفرض أن الجذر التربيعى للعدد ١٠ هو واحد صحيح لنوضح للقارىء تطور عملية التقريب فى خطواتها المتتابعة . وكان من الممكن أن نفرض أن ذلك الجذر يساوى ٣ فنختصر أغلب الخطوات السابقة .

ومن أهم مميزات هذه الطريقة أنها تكاد لا تتأثر بالاخطاء التى قد

تحدث خلال حساب الجذر التربيعى • فاى خطأ عددى فى أية خطـوة وسطى لا يعدو أن يعطينا تقريبا جديدا لذلك الجذر التربيعى •

٣ — الجذر التربيعى بالآلات الحسابية :

يحسب الجذر التربيعى لاى عدد بالآلات الحاسبة اليدوية بأن تطرح من العدد ١ ثم ٣ ثم ٥ وهكذا ، أى الاعداد الفردية المتتالية ، حتى تنتهى عمليات الطرح • والجذر التربيعى هو عدد هذه العمليات • فمثلا حساب الجذر التربيعى للعدد ٢٥ نتبع الخطوات التالية

٢٥ — ١ = ٢٤ ؛ ٢٤ — ٣ = ٢١ ، ٢١ — ٥ = ١٦ ، ١٦ — ٧ = ٩ ،
٩ — ٩ = صفر

اذن الجذر التربيعى للعدد ٢٥ يساوى ٥ لان عدد عمليات الطرح التى انتهت الى الصفر ٥ عمليات •

وأساس هذه الفكرة أن مجموع الأعداد الفردية يساوى مربعات الاعداد الطبيعية ، وتسلسل الاعداد التالية يوضح هذه الفكرة •

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، •••

فمجموع ١ ، ٣ يساوى ٤ وهو مربع ٢ ومجموع ١ ، ٣ ، ٥ يساوى ٩ وهو مربع ٣ وهكذا •

هذا وقد تطورت الآلات الحاسبة من اليدوية الى الكهربائية الى الالكترونية ، وتطورت معها طرق حساب الجذر التربيعى حتى أصبحت فى الحاسبات الالكترونية مجرد ضغط على أحد أزرار الحاسبات • ومن هذه الحاسبات مالا يكاد مساحته تتجاوز كف اليد • وتمتد نتائجه الى عشرة مليون أى ٨ أرقام • وأصبحت هذه الحاسبات ضرورية للباحثين لكثرة وتنوع ما يمكن ان تقوم به من عمليات عددية •

مربعات الأعداد المتتالية

تعتمد بعض المقاييس الاحصائية وخاصة مقاييس التشتت على حساب مربعات الأعداد ومربعات الدرجات المتتالية • ويحسب مربع العدد بضرب العدد فى نفسه ، فمربع ٢ هو ٤ ومربع ٥ هو ٢٥ ومربع ٧ هو ٤٩ •

ويستطيع القارىء أن يلاحظ أنه عندما تكون الاعداد التى نحسب مربعاتها متدرجة كما هو الحال فى المقاييس الاحصائية ، فان طريقة استخراج مربعات هذه الأعداد تتحول الى عمليات جمع عادية ، ولنوضح هذه الفكرة بالمثال التالى •

مربع ١٢ = $١٢ \times ١٢ = ١٤٤$

مربع ١٣ = $١٣ \times ١٣ = ١٦٩$

واذا تأملنا مربع ١٣ أى ١٦٩ نلاحظ أن :

$$١٦٩ = ١٤٤ + ١٢ + ١٣$$

أى أن $١٣^٢ = ١٢^٢ + ١٢ + ١٣$

وبذلك نستطيع أن نحصل على مربع العدد ١٣ بمعرفة مربع العدد ١٢ • أى بمعرفة مربع العدد الذى يسبقه (١) • وهكذا نرى أن :

---

(١) يمكن أن نبرهن على هذه الفكرة بالطريقة التالية :

$\because (\text{س} + \text{ص})^٢ = \text{س}^٢ + ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^٢$

وعند ماتصبح ص مساوية للواحد الصحيح، تتحول هذه المادلة إلى الصورة التالية :

$(\text{س} + ١)^٢ = \text{س}^٢ + ٢\,\text{س} + ١$

$= \text{س}^٢ + \text{س} + (\text{س} + ١)$

فاذا كانت س = ١٢ تصبح س + ١ = ١٣

$\therefore (١٢ + ١)^٢ = ١٢^٢ + ١٢ + (١٢ + ١)$

أى أن $١٣^٢ = ١٢^٢ + ١٢ + ١٣$

ونعرف $١٢^٢ = ١٤٤$

$\therefore ١٣^٢ = ١٤٤ + ١٢ + ١٣ = ١٦٩$

١٢^{٢} = ١٤٤.

١٣^{٢} = ١٤٤ + ١٢ + ١٣ = ١٦٩

١٤^{٢} = ١٦٩ + ١٣ + ١٤ = ١٩٦

١٥^{٢} = ١٩٦ + ١٤ + ١٥ = ٢٢٥

١٦^{٢} = ٢٢٥ + ١٥ + ١٦ = ٢٥٦

تمارين على الفصل الأول

١ ـ بين مدى صلة الاحصاء بأهم معالم الطريقة العلمية .

٢ ـ بين الخطوات الرئيسية للبحث العلمى ، وأهمية الاحصاء فى كل خطوة من تلك الخطوات .

٣ ـ قرب الاعداد التالية لرقم عشرى واحد .

٨ر٠٩٤ ، ٣٦٣٠ر٢٤٠ ، ٤٧٠٠ر٠ ، ٨٩٠٨ر٥٤ ، ٦٥ر٥٩٢ ، ٢٨٥٠٢ر٨

٤ ـ أحسب الجذر التربيعى للاعداد التالية :

١ ـ ١٤٤٤	٥ ـ ٦٥٥٣٦
٢ ـ ٣٣٤٩	٦ ـ ٢٦٢١٤٤
٣ ـ ٥٧٧٦	٧ ـ ٢٣٩١٢١
٤ ـ ١١٤٤٩	٨ ـ ٥٣١٤٤١

٥ ـ اذا علمت أن $٢٠^{٢}$ = ٤٠٠

فاحسب مربعات الاعداد التالية :

٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩

مطالعات ومراجع

١ — البحث العلمى

1 - Ackoff, R. K. The Design of Social Research, 1953 Chapters 1 & 2.
2 - Fisher, R. A. The Design of Experiments. 1951, Chapter 2.
3 - Long, T.A. Conducting and Reproting Research in, Education, 1936, Chapter 1.
4 - Reeder, W. G. How to write a Thesis, 1930. Chapter 2.
5 - Russell, B. The Soientific Outlook, 1951.

ب التقريب

6 - Dwyer, P.S. Linear Computation, 1951. Chapter 1 & 2
7 - Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1956. p. p. 29—32.
8 - Holzinger, K. T. Statistical Methods for Students in Education, 1928, p. p. 65—74.
9 - Mueller, J H. and Schuessler, K. F. Statistical Re asoning in Sociology, 1961, p. p. 26—27.

10 - Russell, A. H. Rapid Calculatinos, p. p. 108—112.
11 - Whittaker, E., & Robinson, G. The Calculus of Observations, 1946. p. 79.

الفصل الثاني

التوزيع التكراري

هدف التوزيع التكراري واهميته

يهدف التوزيع التكراري الى تبسيط العمليات الاحصائية ، وذلك بتبويبها فى صورة مناسبة تيسر اجراءها بسرعة ودقة ، ويهدف أيضا الى اعادة صياغة البيانات العددية صياغة علميـة توضـح أهم مميزاتها الرئيسية .

وتعتمد أغلب العمليات الاحصائية المختلفة على هذا التوزيـع التكراري ، فهو بهذا المعنى نقطة البدء فى كل تلك العمليات .

الخطوات العملية لحساب التوزيع التكراري البسيط

ترجع تسمية التوزيع التكراري الى أنه يقوم فى جوهره على حساب مرات تكرار الاعداد ، فاذا أردنا أن نحسب مرات تكرار كل عدد من الاعداد التالية :

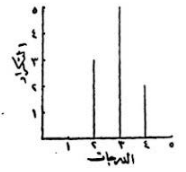
٣ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٣

فاننا نرى أن العدد ٢ تكرر ثلاث مرات ، والعدد ٣ تكرر ٥ مرات ، والعدد ٤ تكرر ٢ مرة ، ويمكننا أن نلخص هذه الفكرة فى الجدول رقم (٣)

العـــدد	مرات تكراره
٢	٣
٣	٥
٤	٢
	مجموع التكرار = ١٠ = عدد الأفراد

(جـــدول رقم ٣)
التكرار البسيط

ويمكن أن نمثل مرات تكرار هذه الاعداد بالاعمدة الرأسية المرسومة فى الشكل رقم (٢) حيث يدل العمود الاول من الناحية اليسرى على أن تكرار العدد ٢ يساوى ٣ مرات ، ويدل العمود الاوسط على أن تكرار العدد ٣ يساوى ٥ مرات ، ويدل العمود الايمن على أن تكرار العدد ٤ يساوى ٢ ٠ .



(شكل ٢)
الاعمدة التكرارية

ومن هذا نرى أن أكثر الاعداد تكرارا هى الثلاثة لانها تكررت ٥ مرات وأن أقلها تكرارا هى الاربعة لانها تكررت ٢ مرة ، وهكذا يمكن أن نبين بعض مميزات توزيع الاعداد السابقة فى صورة مفهومة مختصرة واضحة .

فاذا فرضنا مثلا أن الاعداد السابقة تمثل درجات عشرة طلبة فى امتحان الحساب فاننا نرى أن مجموع التكرار يساوى عدد الافراد .

واذا أردنا أن نعلم مجموع الدرجات فاننا نقوم باجراء عملية الجمع العادية فنحصل على

٢٩ = ٣ + ٣ + ٢ + ٣ + ٢ + ٢ + ٢ + ٤ + ٤ + ٣

وبما أننا نعلم عدد مرات تكرار كل عدد من هذه الاعداد فاننا نستطيع أن نختصر عملية الجمع السابقة ونستعين على ذلك بعملية الضرب فنحصل على

٢٩ = ٨ + ١٥ + ٦ = (٢ × ٤) + (٥ × ٣) + (٣ × ٢)

وهكذا نرى أننا ضربنا كل عدد فى مرات تكراره ليسهل إلينا اجراء عملية الجمع السابقة بسرعة ودقة ويمكن أن نلخص هذه الفكرة فى الجدول رقم (٥) .

الدرجة	التكرار	الدرجة × التكرار
٢	٣	٦
٣	٥	١٥
٤	٢	٨
المجموع	١٠	٢٩

(جدول ٥)
فائدة التكرار فى حساب مجموع الدرجات

العلامات التكرارية

تعتمد الطريقة السابقة على قوة ملاحظة الفرد للاعداد حينما تكرر ، وقدرته على عد مرات التكرار ، وعندما تكثر الاعداد ، فان الفرد يجد صعوبة ومشقة فى اجراء العملية السابقة .

وخير طريقة لتجنب هذه المشكلة هى طريقة العلامات التكرارية ، حيث تعتمد على كتابة خط مائل أمام العدد فى كل مرة يتكرر فيهما ، وعندما يبلغ عدد هذه الخطوط خمسة فاننا نكتب الخط الخامس فى عكس ميل الخطوط الاربعة الاولى حيث يتقاطع معها جميعا ويحولها بذلك الى حزمة خماسية من الخطوط المائلة ليسهل بعد ذلك رصدها حتى لا تختلط الخطوط المائلة للفرد أثناء عدها .

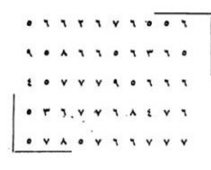
وبذلك نرمز لتكرار الدرجة مرة واحدة هكذا (/) نرمز للمرتين (//) ونرمز للمرات الثلاث هكذا (///) نستمر فى هذه الطريقة حتى نصل الى الرمز التالى لنوضح المرات الخمس (𝍸)

والجدول رقم (٦) يوضح هذه الفكرة :

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	///	٣
٣	𝍸	٥
٤	//	٢
المجموع	١٠	١٠

(جدول ٦)
العلامات التكرارية

هذا وتبدو أهمية هذه العلامات التكرارية فى المثال المبين بالجدول رقم (٧) الذى يدل على درجات ٥٠ طالبا فى امتحان علم ما كالتاريخ مثـــلا :



٥	٦	٦	٢	٦	٧	٦	٥	٥	٦
٩	٥	٨	٦	٦	٥	٦	٣	٦	٥
٤	٥	٧	٧	٧	٩	٥	٦	٦	٦
٥	٣	٦	٧	٧	٦	٨	٤	٧	٦
٥	٧	٨	٥	٧	٦	٦	٧	٧	٧

(جدول ٧)
الدرجات الخام

والخطوات العلمية لحساب العلامات التكرارية تتلخص فى قراءة هذه الدرجات للبحث عن أصغر درجة موجودة وهى فى مثالنا هذا ٢ ، وأكبر درجة موجودة وهى ٩ ، ثم نكتب الاعداد من ٢ الى ٩ مرتبة ترتيباً تصاعديا من الصغرى الى الكبرى وتحسب العلامات التكرارية لكل درجة من درجات هذا الامتحان وتجمع العلامات التكرارية لكل درجة ثم يكتب مجموعها أمامها ليمثل مرات تكرارها .

والجدول رقم (٨) يوضح طريقة حساب التكرار بالعلامات التكرارية

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	𝍷	١
٣	𝍷𝍷	٢
٤	𝍷𝍷	٣
٥	𝍸 𝍸 𝍷	١١
٦	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷	١٧
٧	𝍸 𝍸 𝍷𝍷	١٢
٨	𝍷𝍷𝍷	٣
٩	𝍷𝍷	٢
المجموع	٥٠	٥٠

(جدول ٨)
التوزيع التكرارى للدرجات الخام

ويمكن أن نمثل هذا التوزيع التكرارى فى الشكل رقم (٣) بحيث يدل المحور الافقى على الدرجات ويدل المحور الرأسى على مرات التكرار، ثم نحدد على الرسم التكرار المقابل لكل درجة ، ونكتب نقطة صغيرة لنوضح هذا التحديد • ثم نصل هذه النقطة بخطوط ونمتد بها فى كلا طرفى التوزيع حيث تبلغ درجة الطرف الاول ١ وتكرارها صفرا ، وتبلغ درجة الطرف الاخير ١٠ وتكرارها صفرا ، لنحصل بذلك على المضلع التكرارى المقفل •

(شكل ٣)
المضلع التكراري

الفئـات التكرارية

عندما يزداد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة فان الجـدول التكراري يصبح من الصعوبة بحيث يشق على الفرد تسجيله في صورة واضحة مقبولة كأن تكون أكبر درجة مثلا ١٠٠ ، وأصغر درجة ٢ ، ولهذا تجمع هذه الدرجات في فئات تحتويها جميعا وترصدها في صورة موجزة بسيطة .

والجدول رقم (٩) يوضح عملية تجميع تكرار المثال السابق فى فئات، ويبين بذ، كل فئة ونهايتها •

التكرار	فئات الدرجات
٣	من ٢ إلى ٣
١٣	من ٤ إلى ٥
٢٩	من ٦ إلى ٧
٥	من ٨ إلى ٩
٥٠	المجموع

(جدول ٩)
التنظيم البسيط لفئات الدرجات

وهكذا نرى أن كل فئة من الفئات السابقة تحتوى على درجتين ، وقد نستطيع أن نمتد بحدود الفئة حتى تحتوى على ثلاث درجات مثل من ٢ الى ٤ ومن ٥ الى ٧ ، وقد نستطيع أيضا أن نمتد بها حتى تحتوى على أربع درجات مثل من ٣ الى ٥ ومن ٦ الى ٩ •

والامثلة التالية تعطيك فكرة عن تأثير حدود الفئة ومداهـا فى التكرار •

ويوضح المثال الاول درجات ٥٠ طالبا فى اختبار ما • وقد قسمت هذه الدرجات الى فئات بحيث يساوى مدى كل فئة ٥ درجات كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٠ •

فئات الدرجات	التكرار
٣٠ — ٣٤	١
٣٥ — ٣٩	١
٤٠ — ٤٤	١
٤٥ — ٤٩	٢
٥٠ — ٥٤	٢
٥٥ — ٥٩	٤
٦٠ — ٦٤	٨
٦٥ — ٦٩	٢
٧٠ — ٧٤	٤
٧٥ — ٧٩	١٠
٨٠ — ٨٤	٧
٨٥ — ٨٩	٤
٩٠ — ٩٤	٣
٩٥ — ٩٩	١
المجموع	٥٠

(جدول ١٠)
التنظيم المختصر لفئات الدرجات

هذا وقد كتبت حدود الفئة الاولى بالصورة التالية (٣٠ ـــ ٣٤) لتحتوى على الدرجات ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ولم تكتب بالصـــورة التالية (من ٣٠ الى ٣٤) اقتصاداً فى الجهد وتوخيا للبساطة والايجاز . وهكذا بالنسبة لبقية الفئات الاخرى .

والمثال المبين فى الجدول رقم (١١) يوضح تقسيم درجات المثال السابق الى فئات جديدة بحيث يساوى مدى كل فئة ١٠ درجات .

فئات الدرجات	التكرار
٣٠ — ٣٩	٢
٤٠ — ٤٩	٣
٥٠ — ٥٩	٦
٦٠ — ٦٩	١٠
٧٠ — ٧٩	١٤
٨٠ — ٨٩	١١
٩٠ — ٩٩	٤
المجموع	٥٠

(جدول ١١)
فئات الدرجات

الحدود الحقيقية للفئة

يمكن أن نمثل تسلسل الفئات الثلاث الاولى فى المثال الســـابق بالشكل رقم (٤) .

الفئة الاولى   الفئة الثانية   الفئة الثالثة

(شكل ٤)
حدود الفئات

ومن هذا نرى أن المسافات البينية التى تقع بالترتيب بين نهاية الفئة الاولى ٣٩ ، وبدء الفئة الثانية ٤٠ وبين نهاية الفئة الثانية ٤٩ وبدء الفئة الثالثة ٥٠ ، تحول دون الاستمرار الصحيح لتسلسل الفئات وتبدو هذه الصعوبة بوضوح حينما نحاول أن نبين التوزيع التكرارى السابق بالرسم ، وحينما تحتوى الدرجات على كسور عشرية . وللتغلب على هذه الصعوبة نحاول أن نجعل نهاية الفئة الاولى هى بدء الفئة الثانية وذلك بتنصيف المسافة التى تقع بين نهاية فئة ما وبدء الفئة التى تليها . وهكذا يصبح الحد الاعلى للفئة الاولى ٣٩٫٥ بدلا من ٣٩ والحد الادنى للفئة الثانية ٣٩٫٥ بدلا من ٤٠ والحد الاعلى للفئة الثانية ٤٩ والحد الأدنى للفئة الثالثة ٤٩٫٥ بدلا من ٥٠ ، وهكذا بالنسبة لبقية الفئات ، والشكل رقم (٥) يوضح هذه الفكرة .

الفئة الاولى   الفئة الثانية   الفئة الثالثة

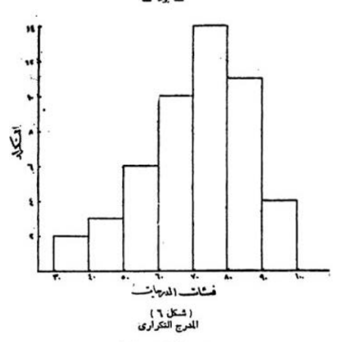
(شكل ٥)
الحدود الحقيقية للفئات

والجدول رقم (١٢) يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها •

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار
٣٠ — ٣٩	٢٩,٥ — ٣٩,٥	٢
٤٠ — ٤٩	٣٩,٥ — ٤٩,٥	٣
٥٠ — ٥٩	٤٩,٥ — ٥٩,٥	٦
٦٠ — ٦٩	٥٩,٥ — ٦٩,٥	١٠
٧٠ — ٧٩	٦٩,٥ — ٧٩,٥	١٤
٨٠ — ٨٩	٧٩,٥ — ٨٩,٥	١١
٩٠ — ٩٩	٨٩,٥ — ٩٩,٥	٤
المجموع		٥٠

(جدول ١٢)
الحدود الحقيقية للفئات

ويمكن أن نمثل هذا التوزيع التكرارى فى الشكل رقم (٦) بحيث يدل المحور الافقى على فئات الدرجات التى تمتد الى حدودها الحقيقية • فالفئة الاولى مثلا تمتد من ٢٩,٥ الى ٣٩,٥ كما هو مبين بالرسم • ويدل المحور الرأسى على التكرار • ويسمى الشكل الناتج من رسم مثل هذا التوزيع بالمدرج التكرارى •



(شكل ٦)
المدرج التكرارى

عـدد الفئات ومداها

يهدف تقسيم التوزيع التكرارى الى فئات الى تلخيص وتبويب البيانات الرقمية فى صورة موجزة مناسبة توضح أهم مميزات هـذا التوزيع . وعندما يقل عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فانه يحجب بعض خواص التوزيع وخاصة الاختلافات الشديدة القائمة بين تكرار فئة والفئة التى تليها ، أو بمعنى آخر يقلل من أثر الفروق المتغيرة بين الفئات ويخفى الى حد ما شدة تذبذبها فى علوها وانخفاضها ، وفى زيادتها

ونقصانها . وعندما يزداد عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فانه يؤكد هذه التذبذبات وقد يعوق هذا الامر تنسيق التوزيع بحيث يدل على الصفات الرئيسية للتوزيع اكثر مما يدل على الصفات الفرعية لكل فئتين متتاليتين .

وتبدو هذه الفكرة بوضوح عندما نقارن التوزيع التكرارى المبين فى الجدول رقم ١٠ بالتوزيع التكرارى الآخر لنفس الدرجات المبينة فى الجدول رقم ١١ فتكرار الدرجات فى الجدول العاشر يتسلسل بالصورة التــالية .

١ ، ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ،
٢ ، ٤ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ٤.، ٣ ، ١

أى أنه يبدأ هادئا متساويا ثم يطرد فى الزيادة حتى يصل الى ٨ ثم ينقص الى ٢ ويعود الى اطراد زيادته حتى يصل الى ١٠ . ثم يتناقص بالتدريج حتى يصـــل الى ١ ، أى أن الاطراد فى الزيادة أو النقصان يعتريه تذبذب يعوق تسلسله ويبدو بوضوح فيما بين ٨ ، ١٠ ويرجع هذا كله الى كثرة عدد الفئات التى تصل فى هذا الجدول الى ١٤ فئة .

وتكرار نفس الدرجات فى الجدول (١١) يتسلسل بالصورة التالية .

٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١١ ، ٤

أى أن اطراد الزيادة يستمر حتى يصل الى القمة ؛ وذلك عندما يبلغ التكرار ١٤ ، ثم يتناقص بالتدريج حتى يصل الى ٤ دون ذبذبة واضحة تعوق تسلسل هذا التنظيم ، ويرجع هذا كله الى قلة عـــدد الفئات التى تصل فى هذا الجدول الى سبع فئات .

ويجب ألا ينقص عدد الفئات عن ١٠ وألا يزيد على ٢٠ حتى يصير معقولا ومناسبا ، اللهم الا فى حالات خاصة قد تضطر الباحث الى تجاوز هذه الحدود . وقد تجاوزنا فعلا هذه الحدود فى الجدول رقم ١٠ لنوضح تأثير تناقص عدد الفئات على اختفاء التذبذبات التكرارية .

ويرتبط عدد الفئات ارتباطا مباشرا بمدى كل فئة وحدودها ، فعندما يزداد عدد الفئات فى أى توزيع تكرارى فان مدى الفئة يقل تبعا لذلك ، وعندما يقل عدد الفئات لنفس التوزيع التكرارى السابق فان مدى الفئة يزداد تبعا لذلك وعندما نقارن التوزيع للدرجات فى الجدول العاشر بالتوزيع التكرارى لنفس الدرجات فى الجدول الحادى عشر فاننا نلاحظ أنه فى الحالة الاولى يبلغ عدد الفئات ١٤ ومدى كل فئة ٥ وفى الحالة الثانية يبلغ عدد الفئات ٧ ومدى كل فئة ١٠ .

والمدى المناسب للفئات لا يخرج عن القيم التالية :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠

ويعتمد اختيار أية قيمة من هذه القيم على عدد الفئات التى يراد للتوزيع أن ينقسم اليها ، وعلى قلة أو كثرة أعداد أو درجات التوزيع ، وعلى هدف التوزيع والبيانات التى يراد توضيحها أو تأكيدها .

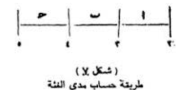
وطريقة حساب مدى كل فئة وعدد الفئات تتلخص فى الخطوات التالية التى اتبعت فعلا فى حساب مدى فئات الجدول العاشر والحادى عشر وعدد كل منهما .

أ - يحسب المدى الكلى لجميع درجات التوزيع وذلك بطرح أصغر درجة من أكبر درجة ثم اضافة الواحد الصحيح الى ناتج عملية الطرح ، أى أن

المدى الكلى للتوزيع = (أكبر درجة - أصغر درجة) + ١٠

= (٦٩ - ٣٠) + ١

والسبب الذى من أجله أضيف الواحد الصحيح لناتج عملية الطرح يبدو فى الشكل رقم (٧) .



(شكل ٧)
طريقة حساب مدى الفئة

فعدد الدرجات فى هذا الشكل هو ٤ درجات ، وهى ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فاذا طرحنا أصغر عدد وهو ٢ من أكبر عدد وهو ٥ فان الناتج لا يدل على عدد الدرجات وانما يدل على عدد الاقسام التى تقع بين الدرجات وهى ا ، ب ، ح أى ٣ أقسام . وهذا العدد ينقص عن عدد الدرجات بواحد صحيح ، ولهذا أضيف الواحد الصحيح لناتج عملية الطرح ليدل ذلك على المدى الكلى القائم بين أكثر درجة وأصغر درجة .

ب — يستخرج عدد الفئات بقسمة المدى الكلى على المدى المناسب لكل فئة . فاذا اخترنا مدى الفئة مساويا ٢ فان عدد الفئات يساوى ٧٠/٢ = ٣٥ وهو عدد كبير لا يصلح . واذا اخترنا مدى الفئة ٣ فان عدد الفئات يساوى ٧٠/٣ = ٢٣ ١/٣ وعندما يحتوى ناتج عملية القسمة على كسر ما مهما كانت قيمته فاننا نجعل عدد الفئات مساويا للعدد الصحيح الذى يتلو هذا الناتج وهو فى هذه الحالة ٢٤ وهو أيضا كبير . واذا اخترنا مدى الفئة مساويا ٥ فان عدد الفئات يساوى ٧٠/٥ = ١٤ وهو العدد الذى اتخذناه أساسا لتوزيع الدرجات فى الفئات التى ظهرت فى الجدول العاشر . واذا اخترنا مدى الفئة مساويا ١٠ فان عدد الفئات يساوى ٧٠/١٠ = ٧ وهو العدد الذى اتخذناه أساسا لتوزيع الدرجات فى الفئات

التى ظهرت فى الجدول التاسع • وعلى الرغم من تجاوز هذا العدد للنطاق الذى أشرنا اليه فاننا حسبنا فئات الجدول التاسع لنبين الفكرة التى أشرنا اليها من قبل • أما اختيارنا للإحتمال الاخير وهو ٢٠ كمدى للفئة فغير • الخ لانه يتجاوز النطاق المناسب لعدد الفئات •

منتصف الفئة

عندما نجمع الدرجات فى فئات ونسـجل أمام كل فئة تكرارها فاننا بهذه الطريقة نحجب تكرار كل درجة مؤكدين بذلك تكرار الفئة متجاوزين عن الدقة التى كانت موجودة فى حسابنا لتكرار كل درجة ، فاذا كانت الفئة الأولى مثلا مثلا تمتد من ١١ الى ١٣ وكان تكرار الدرجة ١١ هو ١ وتكرار الدرجة ١٢ هو صفر وتكرار الدرجة ١٣ هو صفر كما هو مبين بالجدول رقم (١٣) •

الدرجـــة	التكرار
١١	١
١٢	•
١٣	•

(جدول ١٣)
اختلاف التكرار فى نطاق الفئة

ثم جمعنا هذه الدرجات فى فئة واحدة وسجلنا أمامها تكرارها كما هو مبين بالجدول رقم (١٤) .

الفئة	التكرار
١١ - ١٣	١

تجميع تكرار الفئة
(جدول ١٤)

فاننا لا نستطيع بعد ذلك اجراء أكثر العمليات التى تتطلب مثلا ضرب الدرجة فى التكرار لحساب المتوسط كما بينا ذلك فى الجدول رقم (٥) . ويصعب علينا أحيانا تمثيل التوزيع التكرارى السابق ببعض الرسوم البيانية كالمضلع التكرارى .

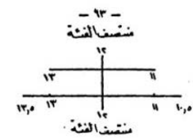
ولهذا نحسب منتصف الفئة ونتخذ من هذا المنتصف ملخصا للفئة يمثلها ويعبر عنها ليسهل علينا بعد ذلك أجراء العمليات الحسابية المختلفة ولنستطيع توضيح التوزيع بمضلع تكرارى يدل عليه .

وتتلخص الطريقة التى تستخدم فى معرفة منتصف الفئة فى حساب متوسط طرفى الفئة أو حديها الحقيقيين ، والنتيجة واحدة فى كلتا الطريقتين ، كما يدل على ذلك التحليل التالى :

طريقة طرفى الفئة $\frac{١١ + ١٣}{٢} = ١٢$

طريقة حدى الفئة الحقيقيين $\frac{١٠{,}٥ + ١٣{,}٥}{٢}$ ١٢

وهكذا بالنسبة للفئات الاخرى التى يشتمل عليها التوزيع . ويمكن أن نوضح موقع منتصف الفئة من طرفيها أو من حديها الحقيقيين فى الشكل رقم (٨) .



(شكل ٨)
منتصف الفئة من طرفيها وحديها

والجدول رقم (١٥) يدل على فئات الدرجات ومنتصف كل فئة وتكرارها :

الفئة	منتصف الفئة	التكرار
١١ — ١٣	١٢	١
١٤ — ١٦	١٥	٣
١٧ — ١٩	١٨	٢
٢ — ٢٢	٢١	٥
٢٣ — ٢٥	٢٤	٥
٢٦ — ٢٨	٢٧	٤
٠٩ — ٣١	٣٠	٧
٣٢ — ٣٤	٣٣	٥
٣٥ — ٣٧	٣٦	٦
٣٨ — ٤٠	١٩	٢
٤١ — ٤٣	٤٢	١
٤٤ — ٤٦	٤٥	٠
٤٧ — ٤٩	٤٨	١
المجموع		٤٢

(جدول رقم ١٥)
منتصف الفئات

وهكذا نرى أن منتصف الفئة الثانية يساوى $\frac{١٦+١٤}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

ومنتصف الفئة الثالثة هو $\frac{١٩+١٧}{٢} = \frac{٣٦}{٢} = ١٨$، وهكذا بالنسبة للفئات الاخرى .

واذا تأملنا تسلسل منتصفات فئات الجدول السابق فاننا نرى أنها تتزايد بنسبة ثابتة ، فالفرق بين منتصف الفئة الثانية والاولى هو ١٥ — ١٢ = ٣ والفرق بين منتصف الفئة الثالثة والثانية هو ١٨ — ١٥ = ٣ وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وهذه القيمة التى تتزايد بهـا منتصفات الفئات تساوى مدى كل فئة (١٣ — ١١) + ١ = ٣ ، (١٦ — ١٤) + ١ = ٣ وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وبذلك نستطيع أن نحسب منتصفات الفئات بسرعة ودقة اذا عرفنا منتصف الفئة الاولى ومدى الفئة . ومنتصف الفئة الاولى فى هذه الحالة هو ١٢ ومدى الفئة يساوى ٣ اذن فمنتصف الفئة الثانية هو ١٨ + ٣ = ٢١ وهكذا تستمر هذه العملية حتى نصل الى الفئة الاخيرة فى جدول التوزيع التكرارى .

تهذيب التوزيع التكرارى

يدل التوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم (١٥) على أن مجموع التكرار يساوى ٤٢ أى أن عدد درجات هذا التوزيع يساوى ٤٢ . فاذا كان كل عدد من هذه الاعداد يدل على درجة أى فرد ما فى اختبار ما ، فان مجموع عدد الافراد يساوى ٤٢ . وعندما يزداد عدد الافراد فان تكرار الفئات يميل الى الاستواء ويقترب فى تسلسله من الانتظام ويسهل علينا أن نمثله بمنحنى تكرارى .

هذا وفى مقدورنا أن نهذب هذا التوزيع حتى يقترب فى شـكله النهائى من شكل التوزيع الذى يقوم على عدد كبير من الافراد .

وتقوم فكرة تهذيب التوزيع على تسوية تكرار الفئات بحيث يتأثر كل تكرار بالتكرار الذى يسبقه والذى يليه . وتتلخص طريقة تهذيب التكرار فى حساب متوسط تكرار الفئة والفئة التى تسبقها ، وحساب متوسط تكرار نفس الفئة والتى تليها ، ثم حساب متوسط المتوسطين . وتدل النتيجة النهائية لهذه العملية على التكرار المهذب للفئة .

فمثلا تتلخص خطوات حساب التكرار المهذب للفئة الثانية فى التوزيع التكرارى لجدول (١٥) السابق فيما يلى :

ا — متوسط تكرار الفئة الأولى والثانية $= \frac{١+٣}{٢} = ٢$

ب — متوسط تكرار الفئة الثانية والثالثة $= \frac{٣+٢}{٢} = ٢,٥$

حـ — متوسط المتوسطين $= \frac{٢+٢,٥}{٢} = ٢,٢٥$

هذا ويمكن اجراء جميع هذه الخطوات فى خطوة واحدة بالصورة التالية :

المتوسط المهذب للفئة الثانية $= \frac{١+٣+٣+٢}{٤} = \frac{٩}{٤} = ٢,٢٥$

وقد نجد صعوبة فى تهذيب تكرار الفئة الاولى لانها تمثل نقطة البدء التى لا يسبقها تكرار آخر ، ولهذا نفرض أن هناك فئة أخرى تسبقها وتمتد أطرافها من ص ٨ الى ١٠ وتكرارها صفر ، وهكذا يحسب التكرار المهذب للفئة الاولى بالطريقة التالية :

التكرار المهذب للفئة الأولى $= \frac{٠+١+١+٣}{٤} = \frac{٥}{٤} = ١,٢٥$

ويحسب التكرار المهذب لتكرار الفئة التى تسبق الاولى بالطـريقة التـالية :

التكرار المهذب للفئة التى قبل الأولى $= \frac{٠+٠+٠+١}{٤} = ٠,٢٥$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب التكرار المهذب للفئة الاخيرة وذلك بافتراض وجود فئة أخرى تليها ، وتمتد أطرافها من ٥٠ الى ٥٢ وتكرارها صفر . وهكذا يحسب التكرار المهذب للفئة الاخيرة بالطريقة التـالية :

التكرار المهذب للفئة الأخيرة $= \frac{٠+١+١+٠}{٤} = ٠,٥$

والتكرار المهذب للفئة التى تلى الاخيرة يحسب بالطريقة التالية :

التكرار المهذب للفئة التى بعد الأخيرة $= \frac{١+٠+٠+٠}{٤} = ٠,٢٥$

والجدول رقم (١٦) يوضح التكرار المهذب للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم (١٥) :

الفئة	التكرار	التكرار المهذب
٥ — ٧	٠	٠٠٠
٨ — ١٠	٠	٠,٢٥
١١ — ١٢	١	١,٢٥
١٤ — ١٦	٣	٢,٢٥
١٧ — ١٩	٢	٣,٠٠
٢٠ — ٢٢	٥	٤,٢٥
٢٣ — ٢٥	٥	٤,٧٥
٢٦ — ٢٧	٤	٥,٠٠
٢٩ — ٣١	٧	٥,٧٥
٣٢ — ٣٤	٥	٥,٧٥
٣٥ — ٣٧	٦	٤,٧٥
٣٨ — ٤٠	٢	٢,٧٥
٤١ — ٤٣	١	١,٠٠
٤٤ — ٤٦	٠	٠,٥٠
٤٧ — ٤٩	١	,٥٠
٥٠ — ٥٢	٠	٠,٢٥
٥٣ — ٥٥	٠	٠,٠٠
المجموع	٤٢	٤٢

(جدول ١٦)

التكرار المهذب

وبما أن مجموع التكرار الاصلي يساوى مجموع التكرار المهذب ، إذن فالعمليات الحسابية التى أجريت لحساب هذا التكرار المهذب صحيحة .

وهكذا نستعين بتساوى المجموع فى الحالتين كوسيلة من وسائل مراجعة صحة العمليات الحسابية .

ونستطيع أن نستمر فى تهذيب التكرار مرة أخرى ، فنهذب التكرار المهذب ثانية ، كما هذبنا التكرار الاصلى ، لكن المغالاة فى هذا التهذيب تبعدنا الى حد ما عن الصورة الأصلية للتكرار ، ولهذا قد نقتصر أحيانا على التهذيب الأول وقد نمتد أحيانا الى التهذيب الثانى .

التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات الخام

يهدف التكرار المتجمع الى معرفة عدد الافراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة أو تزيد عليها . فاذا أردنا مثلا أن نعرف مجموع الافراد الذين حصلوا فى امتحان ما على درجات تقل عن ٥ أو مجموع الافراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ فاننا نستعين فى كلتا الحالتين بالتكرار المتجمع .

فاذا فرضنا مثلا أن الجدول رقم (١٧) يدل على تكرار درجات ١٠ أفراد فى اختبار ما كاختبار الحساب .

الدرجة	التكرار
٣	١
٤	٢
٥	٤
٦	٢
٧	١
المجموع	١٠

(جدول ١٧)
تكرار الارقام الخام

فاننا نلاحظ أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٤ هم ١ وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٥ هم ٢+١=٣ وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٦ هم ٤+٢+١=٧ وهكذا بالنسبة لبقية المستويات .

ويمكن أن نوضح هذه الفكرة فى التوزيع التكرارى المتجمع المبين فى الجدول رقم (١٨)

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٣	١	١
٤	٢	٣
٥	٤	٧
٦	٢	٩
٧	١	١٠
المجموع	١٠	

(جدول ١٨)

التكرار المتجمع التصاعدى للدرجات الخام

وتتلخص الخطوات التى اتبعت فى حساب هذا التكرار المتجمع فيما يلى :

ا ــ يكتب تكرار الدرجة الاولى وهو ١ أمامها .

ب ــ يجمع هذا التكرار على تكرار الدرجة الثانية وهو ٢ ويصبح الناتج ١+٢= ٣ ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثانية .

جـ ــ يجمع هذا الناتج وهو ٣ على تكرار الدرجة الثالثة وهو ٤ ويصبح الناتج ٣ + ٤ = ٧ ويكتب هذا المجموع أمام الدرجــة الثالثة .

وهكذا تستمر عمليات الجمع حتى نصل الى نهاية الدرجات .

وتتلخص المراجعة الحسابية لهذه العمليات فى مقارنة مجمـوع التكرار الأصلى بالتكرار المتجمع الأخير الذى كتب أمام الدرجة الاخيرة، فاذا تساوى المجموعان دل ذلك على أن العمليات الحسابية صحيحة .

واذا أردنا أن نعلم عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن درجة ما فاننا نحسب التوزيع التكرارى المتجمع من أسفل إلى أعلى .

ويمكن أن نوضح هذه الفكرة فى التوزيع التكرارى المتجمع المبين بالجدول رقم (١٩) .

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التنازلى
٣	١	١٠
٤	٢	٩
٥	٤	٧
٦	٢	٣
٧	١	١
المجموع	١٠	

(جدول ١٩)

التكرار المتجمع التنازلى للدرجات الخام

وهكذا نرى عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٦ هم ١ وعدد الافراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ هم ٣ ، وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نستمر فى تفسير نتائج الجدول السابق .

التوزيع التكرارى المتجمع لفئات الدرجات

١ ــ التكرار المتجمع التصاعدى :

عندما نحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات ونهدف من حسابنا هذا لمعرفة عدد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين فاننا نتبع نفس الخطوات السابقة التى بيناها فى الطريقة السابقة لحساب التكرار المتجمع للدرجات الخام مع اختلاف بسيط فى تفسير النتائج ، والمثال المبين بالجدول رقم (٢٠) يوضح هذه الفكرة .

الفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
١١ — ١٣	١	١
١٤ — ١٦	٣	٤
١٧ — ١٩	٣	٦
.. — ..	..	..

(جدول ٢٠)

التكرار المتجمع التصاعدى للفئات

وهكذا تستمر هذه العملية الى أن ينتهى الجدول . وعندما نريد أن نعلم عدد كل الأفراد الذين لم يصلوا مثلا الى مستوى الفئة الثالثة التى تبدأ بالدرجة ١٧ وتنتهى بالدرجة ١٩ فاننا نستعين بالتكرار المتجمع الذى يكشف لنا عن أن هذا المجموع يساوى ٤ أفراد . لكن أطراف الفئة ١٧ ــ ١٩ تبدأ بـ ١٧ أى أن عدد الأفراد الذين لم يحصلوا على درجات تقل عن ١٧ درجة يساوى ٤ أفراد .

هذا والحد الأدنى الحقيقى لهذه الفئة هو ٥ر٦ وليس ١٧ • وهذا الحد الأدنى للفئة الثالثة هو نفسه الحد الأعلى للفئة الثانية التى تمتد من ٥ر١٣ الى ٥ر١٦ • اذن فالتكرار المتجمع المقابل للفئة ٥ر١٣ — ٥ر١٦ وهو ٤ يدل على أن عدد الافراد الذين لم يصلوا الى مستوى ٥ر١٦ هم ٤ وهكذا يدل التكرار المتجمع لأية فئة على مجموع تكرار هذه الفئة وتكرار الفئات التى تسبقها •

والجدول رقم (٢١) يدل على الفئات وحدودها الحقيقية العليا والتكرار الأصلى والتكرار المتجمع التصاعدى والتكرار المتجمع النسبى والتكرار المتجمع المئوى •

الفئـــة	الحد الأعلى للفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	التكرار المتجمع التصاعدى المئوى
١١ — ١٣	١٣,٥	١	١	٠٢.	٢
١٤ — ١٦	١٦,٥	٣	٤	٠,١	١٠
١٧ — ١٩	١٩,٥	٢	٦	٠,١٤	١٤
٢٠ — ٢٢	٢٢,٥	٥	١١	٠,٢٦	٢٦
٢٣ — ٢٥	٢٥,٥	٥	١٦	٠,٣٨	٣٨
٢٦ — ٢٨	٢٨,٥	٤	٢٠	٠,٤٨	٤٨
٢٩ ٣١	٣١,٥	٧	٢٧	٠,٦٤	٦٤
٣٢ — ٣٤	٣٤,٥	٥	٣٢	٠,٧٦	٧٦
٣٥ — ٣٧	٣٧,٥	٦	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٣٨ — ٤٠	٤٠,٥	٢	٤٠	٠,٩٥	٩٥
٤١ — ٤٣	٤٣,٥	١	٤١	٠,٩٨	٩٨
٤٤ — ٤٦	٤٦,٥	٠	٤١	٠,٩٨	٩٨
٤٧ — ٤٩	٤٩,٥	١	٤٢	١,٠٠	١٠٠
المجموع		٤٢			

(جدول ٢١)

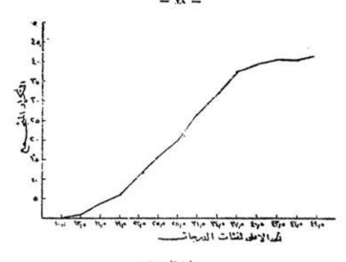
التكرار المتجمع التصاعدى والحدود العليا للفئات

والتكرار المتجمع التصاعدى النسبى يبين نسبة الذين لم يصلوا الى مستوى محدد الى العدد الكلى للافراد • ويحسب بقسمة التكرار المتجمع الكلى للفئة على مجموع التكرار ، وبذلك يصبح التكرار المتجمع النسبى للفئة الأولى مساويا $\frac{١}{٤٢}$ = ٠ر٠٢ تقريبا ، والتكرار المتجمع النسبى للفئة الثانية يساوى $\frac{٤}{٤٢}$ = ٠ر١٠ تقريبا • وهكذا تستمر هذه العملية حتى ينتهى الجدول •

والتكرار المتجمع التصاعدى المئوى يدل على النسبة المئويه للتكرار المتجمع لكل فئة ويحسب بضرب التكرار النسبى فى ١٠٠ وبذلك يصبح التكرار المتجمع المئوى للفئة الاولى $\frac{١}{٤٢}$ × ١٠٠ = ٢ تقريبا ، والتكرار المتجمع المئوى للفئة الثانية يساوى $\frac{٤}{٤٢}$ × ١٠٠ = ١٠ تقريبا ، والتكرار المتجمع المئوى للفئة الثالثة يساوى $\frac{٦}{٤٢}$ × ١٠٠ = ١٤ تقريبا ، وهكذا تستمر هذه العملية حتى ينتهى الجدول •

وهكذا نستدل من التكرار المتجمع التصاعدى المئوى على أن نسبة ٢ فى المائة من الأفراد حصلوا على درجات تقل عن ٥ر١٣ وأن ١٠ فى المائة حصلوا على درجات تقل عن ٥ر١٦ وأن ٩٥ فى المائة حصلوا على درجات تقل عن ٥ر٤٠ •

ويمكن أن نمثل مثل هذا التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى فى الشكل رقم ٩ بحيث يدل المحور الأفقى على الحدود العليا لفئات الدرجات ، ويدل المحور الرأسى على التكرار المتجمع • ويسمى الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمضلع التكرارى المتجمع التصاعدى • وحينما يهذب مثل هذا التوزيع وتتحول أضلاعه الى منحنى متصل فانه يسمى بالمنحنى التكرارى المتجمع التصاعدى •



(شكل ٩)
المضلع التكراري المتجمع التصاعدي

ب — التكرار المتجمع التنازلي :

عندما نريد أن نحسب عدد الذين حصلوا على درجات أكبر من مستوى معين فاننا نلجأ أيضا الى التكرار المتجمع ولكننا نجمعه من أسفل الجدول ثم نرقى به الى أن يصل الى أعلاه ، ونستعين على تقدير المستوى الذي يحدد عدد الأفراد بالحد الحقيقي الأدنى للفئة .

والجدول رقم (٢٢) يدل على فئات درجات الجدول السابق والحد الأدنى لكل فئة ، والتكرار الأصلي ، والتكرار المتجمع التنازلي ، والتكرار المتجمع التنازلي النسبي ، والتكرار المتجمع التنازلي المئوي .

الفئـــة	الحد الأدنى للفئة	التكرار	التكرار المتجمع التنازلي	التكرار المتجمع التنازلي النسبي	تكرار المتجمع التنازلي المئوى
١١—١٣	١٠,٥	١	٤٢	١,٠٠	١٠٠
١٤—١٦	١٣,٥	٢	٤٠	,٩٨	٩٨
١٧—١٩	١٦,٥	٢	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٢٠—٢٢	١٩,٥	٥	٣٦	٠,٨٦	٨٦
٢٣—٢٥	٢٢,٥	٥	٣١	٠,٧٤	٧٤
٢٦—٢٨	٢٥,٥	٤	٢٦	٠,٦٢	٦٢
٢٩—٣١	٢٨,٥	٧	٢٢	٠,٥٢	٥٢
٣٢—٣٤	٣١,٥	٥	١٥	٠,٣٦	٣٦
٣٥—٣٧	٣٤,٥	٦	١٠	٠,٢٤	٢٤
٣٨—٤٠	٣٧,٥	٢	٤	٠,١٠	١٠
٤١—٤٣	٤٠,٥	١	٢	,٠٥	٥
٤٤—٤٦	٤٣,٥	٠	١	٠,٠٢	٢
٤٧—٤٩	٤٦,٥	١	١	٠,٠٢	٢
المجموع		٤٢			

(جدول ٢٢)

التكرار المتجمع التنازلى والحدود الدنيا للفئات

ونستدل من هذا الجدول على أن عدد الافراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ر١٠ يساوى ٤٢ فردا ونسبتهم الى المجموع الكلى ٠٠ر١ ونسبتهم المئوية ١٠٠ وأن عدد الافراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ر١٣ يساوى ٤١ فردا ونسبتهم الى المجموع الكلى ٩٨ر٠ ونسبتهم المئوية ٩٨ وهكذا يستطرد بنا التحليل حتى نصل فى النهاية الى عدد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ر٤٦ يساوى فردا واحدا ونسبته الى المجموع الكلى ٠٢ر٠ ونسبته المئوية ٢ .

تمارين على الفصل الثانى

٧ — احسب التوزيع التكرارى البسيط للدرجات التالية :

١٧ ٢٢ ١٨ ١٧ ١٩ ٢٣ ٢٠ ١٧ ٢٤ ١٦
١٨ ٢٠ ١٧ ١٨ ١٩ ١٨ ١٧ ٢٣ ١٨ ٢١
١٦ ٢٥ ١٩ ١٧ ٢٠ ١٧ ١٦ ٢٠ ١٩ ١٨
١٩ ٢١ ٢٢ ١٩ ١٨ ١٨ ١٨ ٢٠ ١٩ ٢٣
٢٠ ١٩ ١٦ ٢٠ ٢٤ ١٩ ١٨ ١٨ ١٨ ١٧

٢ — أحسب التوزيع التكرارى لفئات الدرجات التالية بحيث يصبح عدد هذه الفئات عشرة .

٢٦ ١٤ ١٨ ٢٦ ٤٠ ٢٧ ٢٢ ٢١ ٣٢ ٣٣
٢٩ ٢٣ ١٩ ٢٨ ٣٦ ٣٠ ٣٦ ٢٠ ٢٩ ٢٦
٣٢ ٣٩ ٢٤ ٣١ ٣٠ ٣١ ٢٤ ٢٥ ٣٤ ٣٢
٣٥ ٤٣ ١٧ ٢٩ ٢١ ٣٧ ٢٥ ٢٣ ٢٧ ٣٤
٣٨ ١٧ ٣٠ ٣٣ ٢٨ ٣٥ ٣٧ ٢٤ ٢٨ ٢٣

٣ — احسب الحدود الحقيقة لفئات الدرجات السابقة ، وبين منتصف كل فئة .

٤ — هذب التوزيع التكرارى لفئات درجات التمرين الثانى .

٥ — احسب التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى والتوزيع التكرارى المتجمع التنازلى للدرجات الخام المبينة بالتمرين الاول .

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

مقـدمة

بينا أن التوزيع التكرارى بأنواعه المختلفة يهـدف الى تبويب البيانات الرقمية فى صورة مناسبة موجزة توضح أهم معالمها الرئيسية . لكن الدراسة الاحصائية لا تكتفى بمثل هذا الايجاز بل تمضى الى ما هو أعمق من هذا الامر ، وذلك حينما تحاول أن تلخص أهم صفات تلك البيانات الرقمية فى عدد واحد يرمز لها ويدل عليها ، وقد يوضح هذا العدد نزعتها للتجمع أو نزعتها للتشتت .

وسنتناول فى هذا الفصل المقاييس الاحصائية المختلفة التى نعتمد عليها فى معرفتنا لتمركز تلك البيانات ونرجىء دراسة التشتت للفصل المقبل .

وتتلخص أهم مقاييس النزعة المركزية فى المتوسط بأنواعه المختلفة ، الحسابى والهندسى ، والتوافقى ، وفى الوسيط ، والمنوال .

وسيقصر تحليلنا الاحصائى فى هذا الفصل على المتوسط الحسابى ، والوسيط والمنوال ، وذلك لأنها أكثر تلك المقاييس فائدة وشيوعا .

١ ــ المتوسط الحسابى

المتوسط أكثر المقاييس الاحصائية انتشارا وذيوعا بين الناس لسهولته ولفائدته التى تضفى عليه أهمية كبرى فى حياتنا اليومية . فكثيرا ما يتحدث الناس عن متوسطات الأسعار فى الشهر أو العام ، ومتوسطات الأعمار واختلافها من جيل الى جيل ، ومن بلد الى آخر ، ومتوسطات

الدخل الشهرى والسنوى ، وغير ذلك من الأمور العملية التى تتصل من قريب بحياتنا اليومية ٠

والناس فى حسابهم لهذه المتوسطات وفى حديثهم عنها لا يستعينون الا بالمتوسط الحسابى رغم أن هناك متوسطين آخرين كما سبق أن أشرنا الى ذلك ٠

هذا وتختلف طرق حساب المتوسط الحسابى تبعا لمدى تبويب البيانات العددية التى تبدأ بها عمليات حساب المقاييس الاحصائية المختلفة ٠

وسنتناول فى تحليلنا لطرق حساب المتوسط الحسابى ، طريقة الدرجات الخام وطريقة التكرار وطريقة الفئات والطريقة المختصرة السريعة فى حساب هذا المتوسط ثم ننتهى من هذا الى حساب متوسط المتوسطات أو ما يسمى بالمتوسط الوزنى ٠

حساب المتوسط من الدرجات الخام :

المتوسط الحسابى للدرجتين ٣ ، ٥ هو ٤ وقد حصلنا على هذه النتيجة بأن جمعنا هاتين الدرجتين أى ٣+٥ = ٨ ثم قسمنا حاصل الجمع على عدد الدرجات وهو ٢ فأصبحت النتيجة مساوية $\frac{٨}{٢}$ = ٤ أو $\frac{٣+٥}{٢} = ٤$ ٠

وهكذا بالنسبة لأى عدد من الدرجات ، فالمتوسط الحسابى للدرجات التالية ٠

١٢ ، ١٤ ، ٢٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ٢٣ ، ١٧ ، ١١ ، ١٨ ، ١٩ ٠

يحسب بجمع هذه الدرجات ثم بقسمة الناتج على عددها ، وبما أن مجموعها هو

١٢+١٤+٢٥+١٦+١٥+١٣+١٧ + ١١ + ١٨ + ١٩ =١٦٠

وعددها هو ١٠

اذن فالمتوسط الحسابى لهذه الدرجات = ١٦٠ / ١٠ = ١٦

ويمكن أن نلخص هذه العمليات الحسابية فى الصورة التالية :

المتوسط = مجموع الدرجات / عدد الدرجات

أى أن :

المتوسط = مجـ س / ن

حيث أن مجـ = المجموع

س = الدرجة

ن = عدد الدرجات

هذا ومن أهم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية لخلوها من العمليات المختصرة التقريبية ، ومن أهم عيوبها أنها تستغرق وقتا طويلا وخاصة عندما يزداد عدد الدرجات .

حساب المتوسط من تكرار الدرجات :

عندما يزداد عدد الدرجات زيادة تبطىء من حساب المتوسط بالطريقة السابقة فاننا نلجأ الى حساب تكرار هذه الدرجات تمهيداً لحساب المتوسط .

والجدول رقم (٢٣) يوضح هذه الطريقة :

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
س	ت	ت × س
٢	١	١ × ٢ = ٢
٣	٢	٢ × ٣ = ٦
٤	٢	٢ × ٤ = ٨
٥	١١	١١ × ٥ = ٥٥
٦	١٧	١٧ × ٦ = ١٠٢
٧	١٢	١٢ × ٧ = ٨٤
٨	٣	٣ × ٨ = ٢٤
٩	٢	٢ × ٩ = ١٨
المجموع	مجـ ت = ن = ٥٠	مجـ (ت × س) = ٢٩٩

(جدول ٢٣)
حساب المتوسط من تكرار الدرجات

وتتلخص خطوات حساب المتوسط فى معرفة مجموع الدرجات ، وهذا يساوى مجموع تكرار كل درجة فى قيمتها وهو فى مثلنا هذا ٢٩٩ ، وبما أن عدد الدرجات يساوى ٥٠ اذن فالمتوسط يساوى $\frac{٢٩٩}{٥٠}$ = ٥٫٩٨

ويمكن أن نلخص هذه العمليات فى الصورة التالية :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل درجة فى قيمتها}}{\text{عدد الدرجات}}$$

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ}(\text{ت} \times \text{س})}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ت على التكرار .

وحيث تدل الرموز الأخرى على نفس مادلت عليه فى المعادلة السابقة .

هذا ومن أهم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية وسرعة اجرائها وخاصة بالنسبة لطريقة الدرجات الخام ، لكنها مع كل ذلك قد تستغرق من الفرد وقتا طويلا اذا كان المدى بين أكبر درجة وأصغر درجة كبيرا ، كأن تكون مثلا أكبر درجة ١٠٠ وأصغر درجة ٥

حساب المتوسطات من فئات الدرجات :

تعتمد طريقة حساب المتوسط من فئات الدرجات على منتصف الفئة لأنه يدل عليها ويلخصها كما بينا فى الفصل السابق .

وهكذا تصبح القيمة العددية لمنتصف الفئة ممثلة للدرجة التى تدل عليها كل فئة . فاذا كان منتصف الفئة الأولى هو ١٣ وامتدت حدودها من ١٠ الى ١٤ وكان تكرارها ٢ فاننا نلجأ فى حسابنا لمجموع درجات هذه الفئة الأولى الى ضرب تكرارها فى منتصفها أى ٢ × ١٢ = ٢٤ ، ونكتفى بهذا الناتج على أنه يساوى تقريبا المجموع الذى نبحث عنه . وهكذا نستمر فى حسابنا لمجموع درجات كل فئة بنفس الطريقة حتى ننتهى من جدول التوزيع التكرارى لفئات الدرجات ، ثم نجمع هذه النواتج لنحصل بذلك على المجموع الكلى للدرجات . وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الدرجات فاننا نحصل على المتوسط .

والجدول رقم (٢٤) يوضح هذه الطريقة .

فئات الدرجات	منتصف الفئة ص	التكرار ت	التكرار × منتصف الفئة ت × ص
١٠ — ١٤	١٢	٢	٢ × ١٢ ٢٤
١٥ — ١٩	١٧	٨	٨ × ١٧ = ١٣٦
٢٠ — ٢٤	٢٢	٦	٦ × ٢٢ = ١٣٢
٢٥ — ٢٩	٢٧	٢	١٢ × ٢٧ ٣٢٠
٣٠ — ٣٤	٣٢	٢٧	٢٧ × ٣٢ ٨٦٤
٣٥ — ٣٩	٣٧	١٦	١٦ × ٣٧ ٥٩٢
٤٠ — ٤٤	٤٢	١٤	١٤ × ٤٢ = ٥٨٨
٤٥ — ٤٩	٤٧	٨	٨ × ٤٧ = ٣٧٦
٥٠ — ٥٤	٥٢	٥	٥ × ٥٢ ٢٦٠
٥٥ — ٥٩	٥٧	٢	٢ × ٥٧ ١١٤
		مجـ ت = ١٠٠ = ن	مجـ (ت × ص) = ٣٤١٠

(جـــــدول ٢٤)
حساب المتوسط من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن متوسط درجات هذا الجدول يساوي $\frac{٣٤١٠}{١٠٠}$ = ٣٤ر١

ويمكن أن نلخص هذه العملية في الصورة التالية :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل فئة في منتصفها}}{\text{عدد الدرجات}}$$

اى ان :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ ت ص}}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز الرمز ص على منتصف الفئة .

هذا وبالرغم من السرعة التى تتميز بها هذه الطريقة عن الطريقتين السابقتين الا أنها تتأثر بالتقريب الذى ينشأ من تلخيص جميع درجات كل فئة فى منتصفها .

حساب المتوسط بالطريقة المختصرة :

تهدف هذه الطريقة الى اختصار وتبسيط العمليات الحسابية الطويلة التى ظهرت بوضوح فى الطريقة السابقة .

وهى تعتمد فى حسابها للمتوسط على فرض أن منتصفات الفئات تتزايد تزايدا يساوى واحدا صحيحا . أى أن المنتصفات يتلو بعضها بعضا بالطريقة التالية :

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ..

بدلا من الطريقة السابقة التى كانت تتزايد بها منتصفات الفئات تزايدا يساوى مدى كل فئة ، أى بمعدل ٥ درجات . أى أنها كانت تتزايد بالطريقة التالية :

١٢ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٢ ، ٣٧ ، ..

هذا وتمضى هذه الطريقة فى تبسيطها للعمليات الحسابية فتفرض مركزا لهذه المنتصفات يساوى صفرا ويقع بالقرب من منتصف التوزيع التكرارى حيث تبدأ منه منتصفات الفئات الفرضية تزيد فى كل خطوة واحدا صحيحا فى اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع ، وتنقص فى كل خطوة واحدة واحدا صحيحا فى اقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع .

أى أننا نتخذ بدء التدريج فى منتصف التوزيع بدلا من أوله ، والمقارنة التالية فى الجدول رقم (٢٥) توضح هذه الفكرة :

التدرج الذى يبدأ من أوله	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التدرج الذى يبدأ من منتصفه	٣—	٢—	١—	٠	١+	٢+	٣

(جـدول ٢٥)
مقارنة بين نوعين من أنواع التدريج

ونستطيع أن نلاحظ فى وضوح مدى تناقص القيمة العددية للتدريج الثانى عن التدريج الاول فى المثال السابق .

هذا وسنستعين بهذه الوسائل المختصرة فى حسابنا للمتوسط من فئات الدرجات فى الجدول رقم (٢٦) .

الفئات	المنتصف الفرضى للفئة	التكرار	التكرار × المنتصف الفرضى	
	ض	ت	ت × ض	
١٠—١٤	٥—	٢	١٠—	
١٥—١٩	٤—	٨	٣٢—	
٢٠—٢٤	٣—	٦	١٨—	
٢٥—٢٩	٢—	١٢	٢٤—	
٣٠—٣٤	١—	٢٧	٢٧	
				١١١
٣٥—٣٩	٠	١٦	٠	
٤٠—٤٤	١+	١٤	١٤+	
٤٥—٤٩	٢+	٨	١٦+	
٥٠—٥٤	٣+	٥	١٥+	
٥٥—٥٩	٤+	٢	٨+	
				٥٣+
				٥٨ -

(جدول ٢٦)
حساب المتوسط من فئات الدرجات بالطريقة المختصرة

ويدل العمود الاول فى الجدول السابق على فئات الدرجات ، وقد وضعنا خطا فوق الفئة التى تمتد أطرافها من ٣٥ الى ٣٩ وخطا تحتها لأننا فرضنا أنها تقع فى نصف التوزيع ثم فرضنا أن منتصف هذه الفئة يساوى صفراً كما هو مبين بالعمود الثانى وحسبنا تدريج منتصفات الفئات التى تسبقها وتمتد منها الى النهاية الصغرى للتوزيع على أساس تناقصها التدريجى الذى يساوى — ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد التدريج بالطريقة التالية :

— ١ ، — ٢ ، — ٣ ، — ٤ ، — ٥

وحسبنا منتصفات الفئات التى تليها وتمتد منها الى النهاية الكبرى للتوزيع على أساس تزايدها التدريجى الذى يساوى + ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد تدريجها بالطريقة التالية :

+ ١ ، + ٢ ، + ٣ ، + ٤

هذا ويدل العمود الثالث على تكرار فئات الدرجات ، أما العمود الرابع فيدل على نواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية للفئات . وقد سجلنا مجموع الاعداد السالبة فى أسفلها والى يسارها ، وسجلنا أيضا مجموع الاعداد الموجبة فى أسفلها والى يسارها ليسهل علينا حساب المجموع الكلى لنواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية للفئات .

وهكذا يصبح المتوسط الفرضى مساويا لناتج قسمة المجموع الفرضى لنواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية لكل فئة على عدد الدرجات .

وهذا يساوى $\frac{-٥٨}{١٠٠} = -٥٨ر٠$

اى ان :

المتوسط الفرضى = $\frac{\text{مج}(ت \times ض)}{ن}$

حيث تدل ص على المتصفات الفرضية للفئات .

لكن مدى الفئة لا يساوى واحدا صحيحا كما فرضنا ؛ ولكنه يساوى ٥ ، اذن فعلينا أن نضرب هذا الناتج فى ٥ لنصحح هذا التقدير الفرضى .

أى ٥ × ـ ٥٨ر٠ = ـ ٩ر٢

هذا وقد افترضنا أن منتصف الفئة ٣٥ ـ ٣٩ التى بدأ منها التدريج الفرضى مساويا للصفر وحقيقته ٣٧ ، اذن فعلينا أن نبدأ حسابنا من ٣٧ حتى نصحح هذا الفرض الاخير ، وذلك باضافته الى النتيجة السابقة أى أن المتوسط الحقيقى يحسب بالطريقة التالية :

المتوسط الحقيقى = ٥ (ـ ٥٨ر٠) + ٣٧

= ـ ٩ر٢ + ٢٧

= ١١ر٣٤

وهذا هو نفس المتوسط الذى حصلنا عليه فى الطريقة السابقة التى كانت تعتمد على المنتصفات الحقيقية للفئات وعلى تكرار كل فئة .

وهكذا يمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعادلة التالية :

المتوسط الحقيقى = (مدى الفئة × المتوسط الفرضى) + منتصف الفئة التى يبدأ منها تدريج المنتصفات .

= مدى الفئة (مجموع نواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية للفئات / عدد الدرجات) + منتصف الفئة التى يبدأ منها التدريج .

= ف × (مج ت ص / ن) + س

حيث تدك

ف على مدى الفئة

ص على منتصف الفئة التى يبدأ منها التدريج .

متوسط المتوسطات أو المتوسط الوزنى

اذا كان متوسط مجموعة ما من الدرجات مساويا ٤ وكان متوسط مجموعة أخرى مساويا ٦ فقد يتبادر الى الذهن أن متوسط المجموعتين يحسب بالطريقة التالية .

$$٥ = \frac{١٠}{٢} = \frac{٦ + ٤}{٢}$$

ولن تكون هذه الاجابة صحيحة الا اذا كان عدد درجات المجموعة الاولى مساويا لعدد درجات المجموعة الثانية ، ولنضرب لذلك المثال التـــالى :

المجموعة الاولى تتكون من ٣ ، ٤ ، ٥

ومتوسطها = $٤ = \frac{١٢}{٣} = \frac{٥ + ٤ + ٣}{٣}$

المجموعة الثانية تتكون ٥ ، ٦ ، ٧

ومتوسطها = $٦ = \frac{١٨}{٣} = \frac{٧ + ٦ + ٥}{٣}$

ومتوسط المتوسطين أو المتوسط العام للمجموعتين يحسب بالطريقة المألوفة وذلك بجمع درجات المجموعتين ثم بقسمة الناتج على عـــدد درجات المجموعتين .

أى أن المتوسط العام = $\frac{(٧ + ٦ + ٥) + (٥ + ٤ + ٣)}{٣ + ٣}$

$$= \frac{١٢ + ١٨}{٦} = ٥$$

أى أنه فى هذه الحالة فقط $= \frac{٤ + ٦}{٢} = ٥$

حيث يدل الرقم ٤ على متوسط المجموعة الاولى ، ويدل الرقم ٦ على متوسط المجموعة الثانية ، ويدل الرقم ٢ على عدد المتوسطات وهو فى هذه الحالة ٢ فقط .

وعندما لا يكون عدد درجات المجموعة الاولى مساويا لعدد درجات المجموعة الثانية فان متوسط المتوسطات يحسب بالطريقة التالية :

المجموعة الاولى تتكون من ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

ومتوسطها $= \frac{٢+٣+٤+٥+٦}{٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

والمجموعة الثانية تتكون من ٥ ، ٦ ، ٧

ومتوسطها $= \frac{٥+٦+٧}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$

وقد يتبادر إلى الذهن أن متوسط الاثنين $= \frac{٤+٦}{٢} = ٥$

وعندما نحسب متوسط المتوسطين بالطريقة التى اتبعت فى حساب المتوسط العام نحصل على :

المتوسط العام $= \frac{(٢+٣+٤+٥+٦) + (٥+٦+٧)}{٥+٣}$

$$= \frac{٢٠+١٨}{}$$

$$= \frac{٣٨}{٨}$$

$$= ٤,٧٥$$

والاختلاف بين هذا المتوسط الأخير ٧٤ر٤ والمتوسط الذى حسبناه أولا وهو ٥ نتج عن اختلاف عدد درجات المجموعة الاولى عن المجموعة التالية ويمكن أن نلخص هذه الطريقة فى المعادلة التالية :

متوسط المتوسطات

$$= \frac{\text{مجموع درجات المجموعة الاولى + مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الاولى + عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$\text{وبما أن المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$$

اذن مجموع الدرجات = المتوسط × عدد الدرجات

وهكذا يمكن أن نكتب معادلة متوسط المتوسطات فى صورة أبسط من الصورة السابقة اذا عوضنا عن مجموع الدرجات بما يساويه •

∴ متوسط المتوسطات

$$= \frac{\text{متوسط المجموعة الأولى × عدد درجاتها + متوسط المجموعة الثانية × عدد درجاتها}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى + عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$\text{أى أن متوسط المتوسطات} = \frac{م_1 \times ن_1 + م_2 \times ن_2}{ن_1 + ن_1}$$

حيث أن

$م_1$ = متوسط المجموعة الاولى

$ن_1$ = عدد درجات المجموعة الاولى وهو يساوى أيضا عدد أفراد المجموعة الاولى

$م_2$ = متوسط المجموعة الثانية

$ن_2$ = عدد درجات المجموعة الثانية وهو يساوى أيضا عدد أفراد المجموعة الثانية •

وباستخدام هذه المعادلة الاخيرة يمكن أن نستخرج متوسط المتوسطات ، وذلك بمعرفة .

$$م_{١} = ٤ \quad ، \quad ن_{١} = ٥$$

$$م_{٢} = ٦ \quad ، \quad ن_{٢} = ٣$$

$$\therefore \text{متوسط المتوسطات} = \frac{٤ \times ٥ + ٦ \times ٣}{٥ + ٣}$$

$$= \frac{٢٠ + ١٨}{٨}$$

$$= \frac{٣٨}{٨}$$

$$= ٤,٧٥$$

وهذه النتيجة هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة المطولة السابقة .

ويسمى أحيانا متوسط المتوسطات بالمتوسط الوزنى ، وذلك لأننا نضرب المتوسط الأول فى عدد درجاته ، أى أننا نزيد وزنه ، وكذلك نضرب المتوسط الثانى فى عدد درجاته أى أننا أيضا نزيد وزنه .

وليست هذه الطريقة قاصرة على حساب متوسط متوسطين ، بل يمكن أن تمتد لأى عدد من المتوسطات ، ولنضرب لذلك المثل التالى الذى يهدف الى حساب متوسط المتوسطات الأربعة التالية :

$$م_{١} = ٧ \quad ن_{١} = ٧$$

$$م_{٢} = ٨ \quad ن_{٢} = ٢٥$$

$$م_{٣} = ٦ \quad ن_{٣} = ٣٥$$

$$م_{٤} = ١١ \quad ن_{٤} = ٣٣$$

∴ المتوسط الوزنى = $$\frac{(٣٣ \times ١١) + (٣٥ \times ٦) + (٢٥ \times ٨) + (٧ \times ٧)}{٣٣ + ٣٥ + ٢٥ + ٧}$$

$$= \frac{٣٦٣ + ٢١٠ + ٢٠٠ + ٤٩}{١٠٠}$$

$$= ٨,٢٢$$

الخواص الاحصائية للمتوسط

تتلخص أهم الخواص الاحصائية للمتوسط الحسابى فيما يلى :

١ — مجموع الانحرافات

مجموع الانحرافات عن المتوسط يساوى صفرا ، والانحراف هو مدى بعد أو قرب أية درجة ما عن المتوسط .

فمتوسط الدرجات التالية :

١ ، ٤ ، ٧ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩

يحسب بجمعها وقسمة المجموع على عددها أى $\frac{٧٠}{٧}$ = ١٠.

ويحسب انحراف كل درجة عن المتوسط بطرح المتوسط منها

الانحراف = الدرجة — المتوسط

وهكذا نرى أن انحراف الدرجة ١ = ١ — ١٠ = — ٩

وانحراف الدرجة ٤ = ٤ — ١٠ = — ٦

وعندما نستمر فى حسابنا لهذه الانحرافات نصل الى الدرجة الاخيرة حيث نرى أن :

انحراف الدرجة ١٩ = ١٩ — ١٠ = ٩

والجدول رقم (٢٧) يوضح الدرجات وانحرافاتها عن المتوسط

الدرجة	الانحراف الدرجة ـ المتوسط
١	٩ −
٤	٦ −
٧	٣ −
٩	١ −
	١٩ −
١٣	٣ +
١٧	٧ +
١٩	٩ +
	١٩ +
مج = ١٠	مج = ٠

(جدول ٢٧)
انحرافات الدرجات عن متوسطها

وهكذا نرى أن مجموع الانحرافات السالبة يساوى — ١٩ ومجموع الانحرافات الموجبة يساوى + ١٩ والمجموع الكلى للانحرافات يساوى صفرا .

ولهذه الخاصية أهمية كبرى فى حساب المتوسط بالطريقة المختصرة كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لتلك الطريقة ، وذلك عندما فرضنا متوسطا تخمينيا وحسبنا مجموع الانحرافات بالنسبة لذلك المتوسط

التخمينى ، ثم صححنا هذا المجموع ليصبح مساويا للصفر فى حسابنا للمتوسط الحقيقى .

وتعتمد الطريقة العامة لحساب المتوسط على هذه الخاصية أيضا ، فلو فرضنا أن م متوسط الدرجات س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤

وفرضنا أن س١ ، س٢ ينحرفان انحرافا سالبا عن هذا المتوسط وأن س٣ ، س٤ ينحرفان انحرافا موجبا عن هذا المتوسط

فان مجموع الانحرافات السالبة = مجموع الانحرافات الموجبة

أى ان (م — س١) + (م — س٢) = (س٣ — م) + (س٤ — م)

∴ م + م + م + م = س١ + س٢ + س٣ + س٤

∴ ٤ م = س١ + س٢ + س٣ + س٤

∴ م = (س١ + س٢ + س٣ + س٤) / ٤

∴ المتوسط = مجموع الدرجات / عددها

∴ م = مجـ س / ن

وهذه هى المعادلة العامة التى تستخدم فى حساب المتوسط من الارقام الخام

والمتوسط بهذا المعنى هو مركز الثقل أو مركز الاتزان الذى تتعادل بالنسبة له جميع القوى أو جميع فروق هذه القوى أو الانحرافات .

ب — الدرجات المتطرفة :

يتأثر المتوسط بالدرجات القريبة منه تأثرا قليلا ، ويتأثر بالدرجات البعيدة عنه تأثرا كبيرا .

فمتوسط الدرجات التالية :

٦ ٥ ٤ ٣ ٢

يحسب بجمعها وقسمة الناتج على عددها ، أى أن

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦}{٥}$$

$$= \frac{٢٠}{٥}$$

$$= ٤$$

وإذا أضفنا الى تلك الدرجات درجة قريبة من المتوسط ولتكن ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد ذلك لوجدنا أن

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٥ + ٦}{٦}$$

$$= \frac{٢٥}{٦}$$

$$= ٤ \frac{١}{٦}$$

وإذا أضفنا الى تلك الدرجات ١٠ بدلا من اضافة ٥
ثم حسبنا المتوسط بعد تلك الاضافة ، لوجدنا أن
أى أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوى $\frac{١}{٦}$

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ١٠}{٦}$$

$$= \frac{٣٠}{٦}$$

$$= ٥$$

أى أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوى واحدا صحيحا . وهذا الفرق الأخير أكبر من الفرق السابق لأن ١٠ تبعد عن المتوسط ٤ أكثر مما تبعد ٦ عن نفس ذلك المتوسط .

وهذه الخاصة توضح أهم عيوب المتوسط الحسابى ، أى أن القيم

المتطرفة فى التوزيع تؤثر تأثيرا قويا على المتوسط ، وقد تجعله أحيانا غير صالح كمقياس من مقاييس النزعة المركزية ، لأنه فى تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجميع البيانات العددية .

جـ — عدد الدرجات :

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات ، ويميل الى الاستقرار كلما كان هذا العدد كبيرا ، فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلا فان تأثر المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من مائة لأن هذه المائة تمثل مقام الكسر الذى نحسب منه المتوسط . وعندما يكون العدد ١٠٠٠ مثلا فان تأثر المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من الف ، وهكذا نرى انه كلما زاد عدد الدرجات ، زاد تبعا لذلك ميل المتوسط الى الاستقرار وقل ميله للتغير والتذبذب .

د — جمع المتوسطات

تجمع المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات أى عدد أفراد كل جماعة لأن كل فرد يحصل على درجة والجدول رقم (٢٨) يوضح هذه الفكرة .

المجموعة الأولى للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	مجموع درجات المجموعة الأولى والثانية
٦	٤	٦ + ٤ = ١٠
٩	٨	٩ + ٨ = ١٧
١٠	٩	١١ + ٩ = ٢٠
١٦	١٢	١٦ + ١٢ = ٢٨
٢٣	٢٢	٢٣ + ٢٢ = ٤٥
مج = ٦٥	مج = ٥٥	مج = ٢٠
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢٤

(جدول ٢٨)
جمع المتوسطات

ومن هذا نرى أن

١٣ + ١١ = ٢٤

أى أن

متوسط المجموعة الاولى + متوسط المجموعة الثانية = متوسط مجموع درجات المجموعتين .

هـ ـ طرح المتوسطات :

تطرح المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات ، والجدول رقم (٢٩) يوضح هذه الفكرة .

المجموعة الأولى للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	فرق الدرجات
٦	٤	٦ − ٤ = ٢
٩	٨	٩ − ٨ = ١
١١	٩	١١ − ٩ = ٢
١٦	١٢	١٦ − ١٢ = ٤
٢٣	٢٢	٢٣ - ٢٢ = ١
مج = ٦٥	مج = ٥٥	مج = ٢
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢

(جدول ٢٩)
طـرح المتوسطات

ومن هذا نرى أن

١٣ − ١١ = ٢

أى أن

متوسط المجموعة الاولى — متوسط المجموعة الثانية = متوسط فرق درجات المجموعتين .

فوائد المتوسط

تتلخص أهم الفوائد العملية التطبيقية للمتوسط فيما يلى :

ا — المعايير :

تعتمد المعايير الحيوية المختلفة على المتوسط . ولهذا يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء جيله وأقرانه ، ومدى انحرافه عن هذا المعيار زيادة ونقصانا . وينسب وزنه وطوله وحجمه الى معايير أقرانه أيضا . ولهذا تصنع الملابس المختلفة لتناسب متوسطات أطوال وأحجام كل عمر من أعمار الانسان وبما أن هذه المعايير تختلف فى بعض نواحيها من بيئة لأخرى ، لذلك نرى أن لكل بيئة معاييرها الخاصة بها . ومن هذا نرى خطأ نسبة الفرد الى معايير غير معايير بيئته .

ب — المقارنة :

تستخدم المتوسطات أحيانا لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة أخرى. كمثل مقارنة متوسط درجاتفصل دراسى ما فى امتحان للحساب بمتوسط درجات فصل آخر بالنسبة لنفس ذلك الامتحان . هذا ولا تصح هذه المقارنة الا اذا كانت المجموعات متجانسة وتقبل خواصها مثل تلك المقارنات . ومن أمثلة المقارنات الخاطئة ما يقوم منها على مقارنةمتوسط أعمار الناس فى بيئة صناعية أغلبها من الشبان بمتوسط أعمار الناس فى بيئة زراعية قد يكون أغلبهـا من الأطفـال والشـيوخ ، ولهذا تعتمد شركات التأمين على دراسة متوسطات الاعمار بالنسبة لكل مهنة وكل عمر ، حتى تصبح نتائجها صحيحة .

ب ــ الوسيط

الوسيط هو النقطة التى تقع تماما فى منتصف توزيع الدرجــات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر ٠

واذا تصورنا مثلا أننا مثلنا للدرجات بخط أفقى ، فان الوسيط يقع على النقطة التى تقسم هذا الخط الى نصفين ٠ والشــكل التالى يوضح هذه الفكرة ٠



(شكل ١٠)

ترتيب الوسيط

حساب الوسيط من الدرجات الخام

يعتمد حساب الوسيط اعتمادا كبيرا على عدد الدرجات ونوعهــا فرديا كان أم زوجيا ٠ ولهذا تختلفطريقة حساب الوسيط تبعا لاختلاف هذا العدد من حيث كونه فرديا أو زوجيا ٠

(أ) حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات فرديا ٠
عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

٢٧ ، ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٨

فاننا نرتبها أولا ترتيبا تصاعديا كما يلى :

٢ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٧

ثم نبحث بعد ذلك عن النقطة التى تنصف هذه الدرجات ، فنرى

أنها تقع تماما عند الدرجة ٨ لأن عدد الدرجات التي تسبقها ٣ وهي ٢ ، ٥ ، ٧ وعدد الدرجات التي تليها ٣ أيضا وهي ٩ ، ١٠ ، ١٧ .

ويمكن أن نصل الى معرفة ترتيب هذه النقطة وذلك بقسمة عدد الدرجات على ٢ أي ٧/٢ = ٣ر٥ وعندما نقرب هذا الناتج الى أقرب عدد صحيح نصل الى أنه يساوي ٤ .

وهكذا نستطيع أن نحسب ترتيب الدرجات لنصل الى الدرجة التي ترتيبها الرابع بالنسبة لتدريج تلك الدرجات ، فنرى أن العدد ٢ ترتيبه الأول ، والعدد ٥ ترتيبه الثاني ، والعدد ٧ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أي أن الوسيط هو ٨ .

ونستطيع أيضا أن نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الآخر لتدريجها فنرى أن العدد ١٧ ترتيبه الأول ، والعدد ١٠ ترتيبه الثاني ، والعدد ٩ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أي أن الوسيط هو ٨ .

وتتلخص طريقة حساب وسيط الدرجات عندما يكون عددها فرديا في قسمة عدد الدرجات على ٢ لتنصيفها ، ثم يقرب الناتج الى أقرب عدد صحيح لمعرفة ترتيب الوسيط ، ثم يبحث عن الدرجة التي تقابل هذا الترتيب . وبما أننا في هذه الحالة نقرب الناتج دائما لأقرب عدد صحيح ، اذن ففي مقدورنا أن نستغني عن هذا التقريب باضافة واحد صحيح الى عدد الدرجات حتى يصبح زوجيا . ويصبح الناتج بذلك عددا صحيحا .

أي أن ترتيب الوسيط = $\frac{\text{عدد الدرجات} + 1}{2}$

$$= \frac{ن + 1}{2}$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الدرجات ، بحيث يكون هذا العـدد فرديا ٠

وعندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ٩٣

نتبع الخطوات التالية :

١ — عدد الدرجات = ٩

٢ — ترتيب الوسيط = $\frac{٩ + ١}{٢}$ = ٥

٣ — اذن الدرجة الوسطى لتدريج هذه الدرجات هى ٧

(ب) حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات زوجيا ٠

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

٧، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٣ ، ١٦

فاننا نقسم عدد الدرجات الذى يساوى فى مثالنا هذا ٦ على ٢ أى $^{٦}/_{٢}$ = ٣ لنعرف بذلك ترتيب الوسيط ٠

فاذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأول لتدريج الدرجات أى من ٧ لنصل الى الدرجة التى ترتيبها الثالث فاننا نرى أن هذه الدرجة هى ١٠ ، واذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأخير أى من ١٦ لنصل الى الدرجة التى ترتيبها الثالث نرى أن هذه الدرجة هى ١١ ٠

وهكذا نرى أن الوسيط يقـع بين ١٠ ، ١١ أى ١٠ر٥ وهـذا يساوى متوسط ١٠ ، ١١ أى $\frac{١٠+١١}{٢}$ = $\frac{٢١}{٢}$ = ١٠ر٥

وهكذا تتلخص خطوات حساب الوسيط لتلك الدرجات فى

١ — عدد الدرجات = ٦

٢ — ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

٣ — الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الأول لتدريج الدرجات هى ١٠

٤ — الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الثانى لتدريج الدرجات هى ١١

الوسيط = $\frac{١٠ + ١١}{٢} = ١٠٫٥$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب الوسيط للدرجات التالية :

١٣ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٣٠

وذلك بمعرفة ترتيب الوسيط $\frac{ن}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

∴ الوسيط = $\frac{٢٠ + ٢٤}{٢} = ٢٢$

حساب الوسيط من تكرار الدرجات

لحساب الوسيط للتوزيع التكراري المبين بالجدول رقم (٣٠)

التكرار	الدرجة
١٢	٤
١٣	٣
١٤	١
١٥	٢
١٠	المجموع

(جدول ٣٠)

حساب الوسيط من تكرار الدرجات الخام

نتبع الخطوات التالية :

١ — بما أن عدد الدرجات = ١٠

٢ — اذن فترتيب الوسيط = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

٣ — وبما أن الدرجة الأولى فى التوزيع ١٢ وتكرارها ٤ اذن فالوسيط يتلوها ولا يقع فى اطارها ، والدرجة الثانية فى هذا التوزيع ١٣ وتكرارها ٣ اذن فالوسيط يقع فى نطاق هذه الدرجة لأن ترتيبه الخامس .

٤ — وبما أن ترتيب الوسيط ٥ وهذا يزيد على تكرار الدرجة الأولى الذى يساوى ٤ بواحد صحيح ، اذن فامتداد الوسيط فى الدرجة

الثانية يساوى الثلث الأول من نطاقها لأن تكرار الدرجة الثانية ٣ ، والوسيط يمتد درجة واحدة من الطرف العلوى لهذه الثلاثة أى نطـاقها .

٥ ـ وبما أننا نستطع أن نعلم الحدود الحقيقية للدرجة ١٣ أى أن نعلم تماما حدها الحقيقى الأول ، لذلك يسهل علينا حساب الوسيط . وحدود هذه الدرجة هى ٥ر١٢ – ٥ر١٣ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للحدود الحقيقية للفئات . وقد عاملنا هنا هذه الدرجة أى ١٣ على أنها فئة مداها واحد صحيح .

٦ ـ اذن فترتيب الوسيط يمتد بعد الحد الحقيقى الأول للدرجة ١٣ بقيمة عددية مقدارها ﻫ .

٧ ـ أى أن الوسيط = ٥ر١٢ +

= ٥ر١٢ + ٣٣ر٠

= ٨٣ر١٢

= ٨ر١٢ تقريبا

ويمكن أن نحسب الوسيط من الطرف الأخـير للتوزيع أى من الدرجة ١٥ كمراجعة لنتيجة الطريقة السابقة ، ونتبع لذلك الخطـوات التـالية :

١ ـ عدد الدرجات = ١٠

٢ ـ ترتيب الوسيط = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

٣ ــ وبما أن تكرار الدرجة الأخيرة ١٥ هو ٢ ، وتكرار الدرجة التى تسبقها هو ١ ، فالتكرار المتجمعحتى الدرجة١٤ هو ٣ ، وهذا ينقص ٢ عن ترتيب الوسيط اذن فالوسيط يقع فى ⅔ تكرار الدرجة .

٤ ــ وبما أن الحد الحقيقى الأعلى للدرجة ١٣ هو ٥ر١٣ ، وترتيب الوسيط ينقص عن هذا الحد بقيمة عددية مقدارها ⅔ .

أى أن الوسيط = ٥ر١٣ ــ ⅔

= ٥ر١٣ ــ ٦٧ر٠

= ٨٣ر١٢

= ٨ر١٢ تقريبا

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة الاولى .

حساب الوسيط من فئات الدرجات

لحساب الوسيط من فئات الدرجات نحسب التكــرار المتجمع التصاعدى ، والتكرار المجتمع التنازلى والحدود الحقيقية لفئــات الدرجــات .

وسنبين أولا طريقة حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى وسنرجىء حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى الى عمليــة المراجعة .

والجدول رقم (٣١) يبين فئات الدرجات وحــدودها الحقيقية وتكرارها الأصلى وتكرارها المتجمع التصاعدى ، والمتجمع التنازلى .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التنازلى
١٧ — ١٨	٥ر١٦ـــ٥ر١٨	١	١	٣٧
١٩ — ٢٠	٥ر١٨ـــ٥ر٢٠	٥	٦	٣٦
٢١ — ٢٢	٥ر٢٠ـــ٥ر٢٢	٨	١٤	٣١
٢٣ — ٢٤	٥ر٢٢ـــ٥ر٢٤	٨	٢٢	٢٣
٢٥ — ٢٦	٥ر٢٤ـــ٥ر٢٦	٥	٢٧	١٥
٢٧ — ٢٨	٥ر٢٦ـــ٥ر٢٨	٦	٣٣	١٠
٢٩ — ٣٠	٥ر٢٨ـــ٥ر٣٠	٠	٣٣	٤
٣١ — ٣٢	٥ر٣٠ـــ٥ر٣٢	١	٣٤	٤
٣٣ — ٣٤	٥ر٣٢ـــ٥ر٣٤	٠	٣٤	٣
٣٥ — ٣٦	٥ر٣٤ـــ٥ر٣٦	٢	٣٦	٣
٣٧ — ٣٨	٥ر٣٦ـــ٥ر٣٨	١	٣٧	١
		مج = ٣٧		

(جدول ٣١)

حساب الوسيط من الحدود الحقيقية للفئات التكرارية

أ — حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى تتبع الخطوات التالية :

١ — بما أن عدد الدرجات = ٣٧

٢ — اذن ترتيب الوسيط = $\frac{٣٧}{٢}$ = ٥ر١٨

٣ — أى أنه يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٢٣ الى ٢٤ لأن التكرار المتجمع التصاعدى للفئة التى تسبقه يساوى ١٤ .

٤ — أى أنه يمتد فى الفئة ٢٣ — ٢٤ بقيمة مقدارها لفرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة السابقة التى تمتد من ٢١ الى ٢٢ .

أى أن فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التى تسبق فئتـــه

= ٥ر١٨ — ١٤ = ٥ر٤

٥ — وبما أن تكرار الفئة التى يقع فيها الوسيط يساوى ٨

اذا فنسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار تساوى $\frac{٥ر٤}{٨}$ = ٥٦ر٠

٦ — لكن مدى هذه الفئة يساوى ٢

اذن فمقدار هذا الامتداد يساوى ٥٦ر٠ × ٢ = ١٢ر١

٧ — وبما أن الحد الحقيقي الأول لفئة الوسيط يساوى ٥ر٢٢

٨ — اذن فالوسيط = ٥ر٢٢ + ١٢ر١

= ٦٢ر٢٣

= ٦ر٢٣ بالتقريب

ويمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعادلة التالية :

الوسيط = الحد الأول الحقيقى لفئة الوسيط +

$$\left(\frac{\frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} - \text{التكرار المتجمع التصاعدى للفئة السابقة لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right)$$

× مدى فئة الوسيط

أى أن :

$$\text{الوسيط} = \text{ل} + \left[\frac{\frac{\text{ن}}{٢} - \text{ت ق}}{\text{ت}} \right] \times \text{ف}$$

حيث ل = الحد الأول الحقيقى لفئة الوسيط

ن = عدد الدرجات

ت ق = التكرار المتجمع للفئة السابقة لفئة الوسيط

ت = تكرار فئة الوسيط

ف = مدى فئة الوسيط

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على :

ل = ٢٢٫٥ ن = ٣٧ ت ق = ١٤ ت = ٨ ف = ٢

أى أن

$$\text{الوسيط} = ٢٢٫٥ + \left(\frac{\frac{٣٧}{٢} - ١٤}{٨} \right) \times ٢$$

$$= ٢٢٫٥ + \frac{٤٫٥}{٨} \times ٢$$

$$= ٢٢٫٥ + ١٫١٢$$

$$= ٢٣٫٦٢$$

= ٢٣٫٦ بالتقريب

(ب) حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى نتبع الخطوات التالية :

١ — عدد الدرجات = ٣٧

٢ — ترتيب الوسيط = ٣٧/٢ = ١٨٫٥

٣ — أطراف فئة الوسيط هى ٢٣ — ٢٤

٤ — أطراف الفئة التى تقع قبل فئة الوسيط (من أسفل الى أعلى) هى ٢٥ — ٢٦ وتكرارها المتجمع ١٥

٥ — زيادة ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة ٢٥ — ٢٦ يحسب بالطريقة التالية :

فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التى تلى فئته
= ١٨ر٥ — ١٥ = ٣ر٥

٦ — تكرار فئة الوسيط = ٨
اذن نسبة امتداد الوسيط فى هذا التكرار = ٣ر٥ / ٨ ....
= ٠ر٤٤ تقريبا

٧ — لكن مدى فئة الوسيط = ٢
اذن مقدار هذا الامتداد = ٢ × ٠ر٤٤ = ٠ر٨٨

٨ — وبما أن الحد الحقيقى الأخير لهذه الفئة هو ٢٤ر٥٠

٩ — اذن فالوسيط = ٢٤ر٥٠ — ٠ر٨٨
= ٢٣ر٦٢
= ٢٣ر٦ بالتقريب

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة التى اعتمدت على التكرار المتجمع التصاعدى . ويمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعاملة التالية :

الوسيط = الحد الثانى الحقيقى لفئة الوسيط .

$$- \left[\frac{\frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} - \text{التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right]$$

× مدى فئة الوسيط .

أى أن :

$$\text{الوسيط} = \text{ث} - \frac{\frac{\text{ن}}{٢} - \text{تب}}{\text{ب}} \times \text{ف}$$

حيث ث = الحد الثانى الحقيقى لفئة الوسيط

ن = عدد الدرجات

ت ب = التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط

ت = تكرار فئة الوسيط

ف = مدى فئة الوسيط

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على

ث = ٢٤ر٥ ن = ٣٧ تب = ١٥ ت = ٨ ف = ٢

$$\text{اى أن الوسيط} = ٣٤ر٥ - \left[\frac{\frac{٣٧}{٢} - ١٥}{٨} \right] ١٢ \quad (\text{لاغى})$$

$$= ٢٤ر٥ - \left[\frac{١٨ر٥ - ١٥}{٨} \right] \times ٢$$

$$= ٢٤ر٥ - \frac{٣ر٥}{٨} \times ٢$$

= ٢٤ر٥ ـــ ٨٨ر١

= ٢٢ر٦٢

= ٢٢ر٦ بالتقريب

جـ ـ حساب الوسيط الذى يقع ترتيبه على حدود الفئات

فى بعض الحالات يصعب على الباحث حساب الوسيط بالطرق السابقة التى أشرنا اليها وذلك عندما يقع ترتيب الوسيط على الحد الحقيقى القائم بين فئتين متتاليتين .

والجدول رقم (٣٢) يوضح هذه الفكرة :

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التنازلى
٢٠ — ٢٤	١٩ر٥—٢٤ر٥	٢	٢	٦٨
٢٥ — ٢٩	٢٤ر٥—٢٩ر٥	٧	٩	٦٦
٣٠ — ٣٤	٢٩ر٥—٣٤ر٥	١٠	١٩	٥٩
٣٥ — ٣٩	٣٤ر٥—٣٩ر٥	١٥	٣٤	٤٩
٤٠ — ٤٤	٣٩ر٥—٤٤ر٥	١٨	٥٢	٣٤
٤٥ — ٤٩	٤٤ر٥—٤٩ر٥	٨	٦٠	١٦
٥٠ — ٥٤	٤٩ر٥—٥٤ر٥	٣	٦٣	٨
٥٥ — ٥٩	٥٤ر٥—٥٩ر٥	٥	٦٨	٥
		مج = ٦٨		

(جدول ٣٢)

حساب الوسيط الذى يقع ترتيبه على حدود الفئات

I — Guilford, J. p. Fundamental Statistics in psycho-jogy an dEducation. 1956, p. 61.

ولحساب الوسيط فى هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

١ ـ ترتيب الوسيط = ٦٨/٢ = ٣٤

٢ ـ التكرار المتجمع التصاعدى يدل على أن الوسيط يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٣٥ الى ٣٩ ٠

٣ ـ وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوى ترتيب الوسيط٠

٤ ـ اذن فالوسيط يساوى الحد الأعلى لهذه الفئة أى ٣٩ر٥ ٠

واذا حسبنا الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى نجد أن :

١ ـ التكرار المتجمع التنازلى يدل على أن الوسيط يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٤٠ الى ٤٤ ٠

٢ ـ وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوى ترتيب الوسيط

٣ ـ اذن فالوسيط يساوى الحد الأدنى لهذه الفئة أى ٣٩ر٥
وهكذا نرى أن الوسيط فى كلا الحالتين يساوى ٣٩ر٥ أى أن عملية حسابه صحيحة ٠

د ـ حساب الوسيط الذى يقع فى فئة لا تكرار لها

عندما يقع ترتيب الوسيط فى فئة تكرارها يساوى صفراً ، فاننا نجد صعوبة فى الاستعانة بالطرق السابقة لحساب الوسيط ٠

والجدول رقم (٣٣) يوضح هذه الفكرة ويمهد السبيل لحساب الوسيط ٠

---

(1) Loc. Cit. p. p 61 - 62

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التنازلى
٥ — ٧	٤ر٥ — ٧ر٥	١	١	٣٤
٨ — ١٠	٧ر٥ — ١٠ر٥	٧	٨	٣٣
١١ — ١٣	١٠ر٥ — ١٣ر٥	٩	١٧	٢٦
١٤ — ١٦	١٣ر٥ — ١٦ر٥	٠	١٧	١٧
١٧ — ١٩	١٦ر٥ — ١٩ر٥	٦	٢٣	١٧
٢٠ — ٢٢	١٩ر٥ — ٢٢ر٥	٧	٣٠	١١
٢٣ — ٢٥	٢٢ر٥ — ٢٥ر٥	٢	٣٢	٤
٢٦ — ٢٨	٢٥ر٥ — ٢٨ر٥	٢	٣٤	٢
		مج = ٣٤		

(جدول ٣٣)

حساب الوسيط الذى يقع فى فئة تكرارها يساوى صفرا

ولحساب الوسيط فى هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

١ — ترتيب الوسيط = ـ٢ = ١٧

٢ — وبما أن التكرار المتجمع التصاعدى يصل الى ١٧ عند الفئة التى تمتد أطرافها من ١١ الى ١٣ ثم يظل كما هو فى الفئة التى تليها لأن تكرارها يساوى صفرا .

اذن فالوسيط يقع فى نهاية الفئة التى تمتد من ١١ الى ١٣ أى عند ١٣ر٥ .

٣ — وبما أن التكرار المتجمع التنازلى يصل فى تطوره من أسفل الى أعلى الى ١٧ عند الفئة التى تمتد أطرافها من ١٧ الى ١٩ ثم يظل ثابتا فى الفئة التى تليها لأن تكرارها يساوى صفرا .

اذن فالوسيط يقع فى بدء الفئة التى تمتد حدودها من ١٧ الى ١٩ أى عند م١٦ •

٤ — أى أن ترتيب الوسيط بهذا المعنى يقع بين م١٣ ، م١٦ ، وهذه هى الحدود الحقيقيــة للفئــة التى تمتد من ١٤ الى ١٦ والتى تكرارها يساوى صفراً •

٥ — اذن فمنتصف الفئة يدل على ترتيب الوسيط

$$\text{اى ان الوسيط} = \frac{\text{م١٣} + \text{م١٦}}{٢}$$

$$= \frac{٣٠}{٢}$$

$$= ١٥$$

الخواص الاحصائية للوسيط

(أ) مجموع الانحرافات المطلقة :

بينا فى تحليلنا للخواص الاحصــائية للمتوســط أن مجمــوع انحرافات الدرجات عن متوسطها يساوى صفراً بشرط أن يكون هذا الجمع جمعا جبريا يحتفظ كل انحراف فيه باشارته الجبرية ، موجبة كانت أم سالبة •

وعندما نجمع الانحرافات المطلقة التى لا تراعى تلك الاشارات بل تعاملها جميعا على أنها موجبة نجد أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط •

والجدول رقم (٣٤) يبين هذه الخاصية للدرجات التالية حيث يساوي متوسطها ١٢ ووسيطها ١٣ •

الدرجة	الانحرافات المطلقة	
	الانحراف عن المتوسط	الانحراف عن الوسيط
٤	٨	٩
٨	٤	٥
١٣	١	٠
١٥	٣	٢
٢٠	٨	٧
مج = ٦٠ المتوسط = ١٢ الوسيط = ١٣	مج = ٢٤	مج = ٢٣

(جدول ٣٢)

مقارنة مجموع الانحرافات المطلقة بالنسبة للمتوسط والوسيط

ومن هذا نرى أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط يساوى ٢٣ وهذه القيمة أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الذى يساوى ٢٤ •

ومعنى هذا أن الوسيط يتوسط توزيع الدرجات أكثر مما يتوسطها المتوسط، ولذا فان الوسيط فى أى توزيع تكرارى عادى يقع بين المتوسط والمنوال •

(ب) الدرجات المتطرفة والوسطى :

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى أكثر مما يتأثر بالدرجات المتطرفة فى التوزيع التكرارى • وهو يصبح بهذه الصفة على نقيض المتوسط الذى يتأثر بالدرجات المتطرفة أكثر من تأثره بالدرجات الوسطى •

ولذا يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية • كأن يلتوى

التوزيع التكرارى فتكثر فيه الأصفار والأعداد الصغيرة التى تقوم عند طرفه الأول أو تكثر فيه الأعداد الكبيرة التى تقوم عنـد طرفه الثـانى .

ولتوضيح هـذه الخاصية نحسب الوسـيط والمتوسط للدرجات التالية :

٤ ٨ ١٣ ١٥ ٢٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

والمتوسط = ١٢

ثم نعلو بالطرف الأخير علوا كبيرا فنجعل الـ ٢٠ تصبح ٦٠ ثم نحسب بعد ذلك الوسيط والمتوسط للدرجات فى صورتها الجـديدة .

٤ ٨ ١٣ ١٥ ٦٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

والمتوسط = ٢٠

وهكذا نرى أن الوسيط لم يتغـير فى كلتا الحالتين ؛ أى أنه لم يتأثر بما حدث فى الطرف الأخير من تغير . وأن المتوسط تغير من ١٢ الى ٢٠ نتيجة لتغير الطرف الأخير للدرجات السابقة .

فالوسيط بهذا المعنى أكثر ثبوتا واستقرارا من المتوسط بالنسبة للأطراف ، أو أن المتوسط أكثر حساسية من الوسيط بالنسبة لأطراف التوزيع .

وهذه الخاصية تحدد الأهمية النسبية لكل من المتوسط والوسيط، والميادين والحالات التى يستخدم فيها كل منهما ٠

وعندما نغير الدرجة أو الدرجات الوسطى فاننا بذلك نغير قيمة الوسيط تغييرا كبيرا ، ولا يكاد يصيب المتوسط من هذا التغيير الا اختلافا بسيطا ٠ ولنوضح هذه الفكرة بتغيير الدرجة الوسطى فى المثال السابق من ١٣ الى ٩ فتصبح ٠

٢٠ ١٥ ٩ ٨ ٤

ونجد أن الوسيط = ٩

والمتوسط = ١١٫٢

واذا غيرنا الدرجة الوسطى ٩ الى ١٤ فاننا نرى تغير الوسيط أكثر من تغير المتوسط ، كما يبدو ذلك فى المثال التالى : —

٢٠ ١٥ ١٤ ٨ ٤

الوسيط = ١٤

المتوسط = ١٢٫٢

وهكذا نرى أن

١ — المتوسط أكثر تأثرا من الوسيط بالدرجات المتطرفة ٠

٢ — الوسيط أكثر تأثرا من المتوسط بالدرجات الوسطى ٠

فوائد الوسيط :

يصلح الوسيط لنفس الميادين التى صلح فيها المتوسط ، أى فى المعايير والمقارنة وخاصة عندما يكون التوزيع التكرارى للدرجات ملتويا أى مرتفعا من أحد طرفيه كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الاحصائية للوسيط ٠

والالتواء قد يكون موجبا أو سالبا . فاذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الأول للتوزيع سمى الالتواء موجبا . واذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الثانى للتوزيع سمى الالتواء سالبا . واذا اعتدل التوزيع التكرارى سمى التوزيع معتدلا . والجداول ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ تبين هذه الأنواع المختلفة للتوزيع التكرارى. حيث يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية فى النوعين الأول والثانى اى فى الالتواء الموجب والسالب ، وحيث يصلح المتوسط كمقياس للنزعة المركزية فى النوع الثالث .

الدرجة	التكرار
٢	٧
١	١٣
٤	٢٠
٥	١٠
٦	٩
٧	٤
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٣٥)
توزيع تكرارى ملتوى التواء موجبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٩
٥	١٠
٦	٢٠
٧	٣٠
٨	٧
المجموع	٦٤

(جدول ٣٦)
توزيع تكرارى ملتوى التواء سالبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٦
٤	١٥
٥	٢٠
٦	١٥
٧	٦
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٣٧)
توزيع تكرارى اعتدالى

والوسيط يصلح فى الحالات التى تهدف الى قسمة التوزيع التكرارى الى قسمين متساويين من وسطه . فيصبح بذلك التوزيع ثنائيا أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط . ولهذه الناحية أهميتها القصوى فى حساب معاملات الارتباط التى تعتمد على مثل هذا التقسيم

وهذه الخاصية تحدد الأهمية النسبية لكل من المتوسط والوسيط، والميادين والحالات التى يستخدم فيها كل منهما .

وعندما نغير الدرجة أو الدرجات الوسطى فاننا بذلك نغير قيمة الوسيط تغييرا كبيرا ، ولا يكاد يصيب المتوسط من هذا التغيير الا اختلافا بسيطا . ولنوضح هذه الفكرة بتغيير الدرجة الوسطى فى المثال السابق من ١٣ الى ٩ فتصبح .

٤ ٨ ٩ ١٥ ٢٠

ونجد أن الوسيط = ٩

والمتوسط = ١١٫٢

واذا غيرنا الدرجة الوسطى ٩ الى ١٤ فاننا نرى تغير الوسيط أكثر من تغير المتوسط ، كما يبدو ذلك فى المثال التالى : —

٤ ٨ ١٤ ١٥ ٢٠

الوسيط = ١٤

المتوسط = ١٢٫٢

وهكذا نرى أن

١ — المتوسط أكثر تأثرا من الوسيط بالدرجات المتطرفة .

٢ — الوسيط أكثر تأثرا من المتوسط بالدرجات الوسطى .

فوائد الوسيط :

يصلح الوسيط لنفس الميادين التى صلح فيها المتوسط ، أى فى المعايير والمقارنة وخاصة عندما يكون التوزيع التكرارى للدرجات ملتويا أى مرتفعا من أحد طرفيه كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الاحصائية للوسيط .

والالتواء قد يكون موجبا أو سالبا • فاذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الأول للتوزيع سمى الالتواء موجبا • واذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الثانى للتوزيع سمى الالتواء سالبا • واذا اعتدل التوزيع التكرارى سمى التوزيع معتدلا • والجداول ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ تبين هذه الأنواع المختلفة للتوزيع التكرارى• حيث يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية فى النوعين الأول والثانى اى فى الالتواء الموجب والسالب ، وحيث يصلح المتوسط كمقياس للنزعة المركزية فى النوع الثالث •

الدرجة	التكرار
٢	٧
١	١٣
٤	٢٠
٥	١٠
٦	٩
٧	٤
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٣٥)
توزيع تكرارى ملتوى التواء موجبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٩
٥	١٠
٦	٢٠
٧	٣٠
٨	٧
المجموع	٦٤

(جدول ٣٦)
توزيع تكرارى ملتوى التواء سالبا

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٦
٤	١٥
٥	٢٠
٦	١٥
٧	٦
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٣٧)
توزيع تكرارى اعتدالى

والوسيط يصلح فى الحالات التى تهدف الى قسمة التوزيع التكرارى الى قسمين متساويين من وسطه • فيصبح بذلك التوزيع ثنائيا أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط • ولهذه الناحية أهميتها القصوى فى حساب معاملات الارتباط التى تعتمد على مثل هذا التقسيم

الثنائى ، مثل معاملات الارتباط الرباعية • وسيأتى بيان ذلك فى تحليلنا لمعاملات الارتباط • وسنوضح هذا التقسيم الثنائى بالمثال التالى :

١٦ ٢٠ ٢٥ ٣٢ ٤٠

الوسيط = ٢٥

والدرجات التالية : ١٦ ، ٢٠ أقل من الوسيط

والدرجات التالية : ٣٢ ، ٤٠ أعلى من الوسيط

والتقسيم الثنائى يقوم على معاملة الدرجات التى تقل عن الوسيط على أنها سالبة ، والدرجات التى تزيد عن الوسيط على أنها موجبة • وبذلك تنقسم الدرجات السابقة الى الصورة التالية :

— — • + +

أى أنها تنقسم الى قسمين : سالب وموجب بالنسبة للوسيط•

المنوال

يدل المنوال على أكثر الدرجات شيوعا ، أو بمعنى أدق هو النقطة التى تدل على أكثر درجات التوزيع تكرارا •

١ — حساب المنوال من تكرار الدرجات :

يمكن معرفة المنوال بسهولة عندما نقارن تكرار الدرجات لنبحث عن أكبرها ، والجدول رقم (٣٨) يوضح سهولة معرفة المنوال :

الدرجة	التكرار
١٢	٣
١٣	٧
١٤	١٠
١٥	٨
١٦	٦
١٧	٢
المجموع	٣٦

(جدول ٣٨)
حساب المنوال من تكرار الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر الدرجات تكرارا هى الدرجة ١٤ لأن تكرارها يساوى ١٠ وهذه العشرة هى أكبر تكرارات هذا الجدول •

∴ المنوال = ١٤

٢ — حساب المنوال من فئات الدرجات :

لحساب المنوال من فئات الدرجات نبحث أيضا عن أكبر تكرار ثم نحدد الفئة التى تقابله • وبهذا نستطيع الكشف عن الفئة التى يوجد فيها المنوال • وبما أن الفئات تمتد الى أكثر من درجة فهى لا تدل على نقطة المنوال دلالة دقيقة ، ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة على منوال التوزيع • والجدول رقم (٣٩) يوضح خطوات هذه العملية ، ولذلك يحتوى على فئات الدرجات ، ومنتصفات تلك الفئات ، وعلى تكرار كل فئة •

فئات الدرجات	منتصفات الفئات	التكرار
١١ — ١٣	١٢	١٠
١٤ — ١٦	١٥	٣
١٧ — ١٩	١٨	٩
٢٠ — ٢٢	٢١	١٣
٢٣ — ٢٥	٢٤	١١
٢٦ — ٢٨	٢٧	٣
المجموع		٤٠

(جدول ٣٩)
حساب المنوال من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر تكرار بهذا التوزيع هو ١٣ وهو تكرار الفئة التى تمتد حدودها من ٢٠ الى ٢٢ وبما أن منتصف هذه الفئة يساوى ٢١ اذن فالدرجة التى تدل على المنوال هى ٢١ •

٣ ـ حساب المنوال من الوسيط والمتوسط :

تواجه الباحث أحيانا صعوبات شتى فى حساب المنوال • وخاصة عندما يكثر عدد الفئات التى تحتوى على أكبر تكرار ، كأن يدل الجدول السابق على فئة أخرى تكرارها ١٣ مثل تكرار الفئة ٢٠ ـ ٢٢ التى دل منتصفها المساوى لـ ٢١ على المنوال •

والطريقة الاحصائية لحساب المنوال تعتمد على الوسيط والمتوسط ، والمعادلة التالية توضح علاقة هذه المقاييس الثلاثة •

المنوال = ثلاثة أمثال الوسيط ـ ضعف المتوسط

اى أن

المنوال = ٣ × الوسيط ـ ٢ × المتوسط

و = ٣ ط ـ ٢ م

حيث يدل الرمز و على المنوال

والرمز ط على الوسيط

والرمز م على المتوسط

وعندما نستخدم هذه المعادلة فى حساب المنوال لجدول السابق ، علينا أن نستخرج أولا المتوسط والوسيط بالطريقة التالية التى يبينها الجدول رقم (٤٠) •

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	منتصفات الفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
١١ — ١٢	٥ر١٠—٥ر١٢	١٢	١	١
١٤ — ١٦	٥ر١٣—٥ر١٦	١٥	٣	٤
١٧ — ١٩	٥ر١٦—٥ر١٩	١٨	٨	١٢
٢٠ — ٢٢	٥ر١٩—٥ر٢٢	٢١	١٣	٢٦
٢٣ — ٢٥	٥ر٢٢—٥ر٢٥	٢٤	١١	٣٧
٢٦ — ٢٨	٥ر٢٥—٥ر٢٨	٢٧	٣	٤٠
المجموع			٤٠	

(جدول ٤٠)
حساب المنوال من الوسيط والمتوسط

المتوسط = (منتصف الفئة × التكرار) / عدد الدرجات

= ٨٣٧ / ٤٠

المتوسط = ٢٠ر٩٢٥

الوسيط = ل ± ((ن / ٢ − ك) / ت) × ف

= ١٩ر٥ ± ((٤٠ / ٢ − ١٢) / ١٤) × ٢

= ١٩ر٥ ± ٢١ / ١٣

= ١٩ر٥ + ١ر٦١٥

الوسيط = ٢١ر١١٥

المنـــوال = ٣ ط − ٢ م

= ٣ × ٢١ر١١٥ − ٢ × ٢٠ر٩٢٥

= ٦٣ر٣٤٥ − ٤١ر٨٥٠

المنـــوال = ٢١ر٤٩٥ أى ٢١ر٥ بالتقريب

٤ ـ حساب المنوال من تكرار الفئات المتجاورة :

يمكن حساب المنوال بالاستعانة بتكرار الفئة المنوالية ، وبتكرار الفئة السابقة لها والتالية لها أيضا ، وتقوم هذه الفكرة على الافادة من الارتفاع التكرارى الذى يسبق الفئة المنوالية ويؤدى اليها ، والانخفاض التكرارى الذى يعقبها ويتأثر بها ،

فلو لاحظنا تكرار الفئة ١٧ — ١٩ التى تسبق الفئة المنوالية لوجدناه مساويا ٩ وهذا ارتفاع فى التكرار يؤدى الى الفئة المنوالية ٢٠ — ٢٢ حيث يصل تكرارها الى ١٣ . ولو لاحظنا تكرار الفئة ٢٣ — ٢٥ التى تلى الفئة المنوالية لوجدنا أنه يساوى ١١ وهذا يمثل انخفاضا فى التكرار بعدما ارتفع فى الفئة المنوالية .

وتتلخص طريقة حساب المنوال فى الخطوات التالية :

المنوال = الحد الأول الحقيقى للفئة المنوالية

$$+ \frac{\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة للمنوالية}}{(\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة لها}) + (\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة التالية لها})} \times \text{مدى الفئة}$$

$$= \text{ل} + \frac{\text{ت}_{\text{ن}} - \text{ت}_{\text{ق}}}{(\text{ت}_{\text{ن}} - \text{ت}_{\text{ق}}) + (\text{ت}_{\text{ن}} - \text{ت}_{\text{ب}})} \times \text{ف}$$

حيث ل = الحد الأول الحقيقى للفئة المنوالية

ت ن = تكرار الفئة المنوالية

ت ق = تكرار الفئة السابقة للمنوالية

ت ب = تكرار الفئة التالية للمنوالية

ف = مدى الفئة .

وهكذا يمكن أن نحسب المنوال للتوزيع التكرارى للجدول السابق رقم (٤٠) بالطريقة التالية :

ل = ١٩,٥ ت ق = ١٣ ت ن = ٩ ت ب = ١١ ف = ٣

$$\therefore \text{المنوال} = ١٩,٥ + \frac{١٣ - ٩}{(٣ - ٩) + (١٣ - ١١)} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + \frac{٤}{٤ + ٢} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + \frac{٤}{٦} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + ٢$$

$$= ٢١,٥$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة التى اعتمدت على الوسيط والمتوسط فى حسابها للمنوال .

ومن أهم مميزات طريقة تكرار الفئات المتجاورة دقتها وعدم اعتمادها على الوسيط والمتوسط . ولهذه الخاصية الأخيرة أهميتها فى حساب الالتواء كما سنبين ذلك فى دراستنا لالتواء المنحنيات التكرارية

الخواص الاحصائية للمنوال

(ا) الدرجات المتطرفة والوسطى :

لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة ولا بالدرجات الوسطى فى التوزيع التكرارى ، وانما يتأثر بالتكرار نفسه عندما يبلغ نهايته العظمى بالنسبة لدرجة ما أو لفئة ما من الدرجات . فهو من هذه الناحية أكثر ثباتا واستقرارا من المتوسط والوسيط .

(ب) عدد الفئات ومداها :

يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع وبمدى الفئة ، فكلما قل هذا العدد زاد تبعا لذلك مدى الفئة وارتفع تكرارها . وكلما كثر هذا العدد بالنسبة لنفس التوزيع السابق قل تبعا لذلك مدى الفئة وانخفض تكرارها . وهكذا نرى أن المنوال يخضع فى جوهره لاختيار عدد الفئات ومداها .

(ج) تعدد القمم :

عندما تتعدد قمم التوزيع التكرارى تتعدد أيضا قيم المنوال ، فاذا كان للتوزيع قمتان كان لكل قمة من هذه القمم منوال . والمثال المبين بالجدول رقم (٤١) يوضح هذه الفكرة .

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٨
٥	٥
٦	٣
٧	٣
٨	٦
٩	٨
١٠	٣
١١	١
المجموع	٤٢

(جدول ٤١)
توزيع تكرارى ذو قمتين

ويبلغ التكرار فى هذا التوزيع نهايته العظمى ٨ عند الدرجة ٤ ثم يعود ليصل الى هذه النهاية ثانية عند الدرجة ٩ . أى أن له منوالا عند الدرجة ٤ ومنوالا آخر عند الدرجة ٩ .

فوائد المنوال :

يصلح المنوال لنفس الميادين التى صلح لها المتوسط والوسيط أى فى المعايير والمقارنة .

وله أهميته فى النواحى التربوية والنفسية وخاصة عندما يراد معرفة العمر المنوالى لمراحل التعليم المختلفة . فمثلا العمر المنوالى لتلاميذ السنة الأولى الابتدائية هو ٦ سنوات ونسبة الذكاء المنوالية هى ١٠٠ أو ما يقرب منها مثل ١٠١ ، ٩٩ .

وبما أن عملية حساب المنوال سهلة وسريعة ، لذلك يمكن أحيانا تقدير قيمة المنوال بمجرد النظر لشكل التوزيع التكرارى ، وبذلك تيسر على الباحث تقدير النزعة المركزية تقديرا مبدئيا .

والمنوال كما سبق أن بينا يدل على الدرجة الأكثر شيوعا ، فهو لذلك يصلح لمعالجة المشاكل التى تهدف الى معـرفة تركيز الظاهرة وموقعها ، وخاصة فى النواحى الصناعية والتجارية . فتاجر الملابس والأحذية يعتمد فى رواج بضاعته على المقاييس الأكثر شيوعا أو على المقاييس المتوالية .

(د) العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية

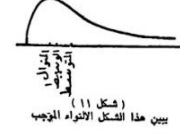
١ — تنطبق جميع مقاييس النزعة المركزية على بعضها وتتساوى جميعا فى التوزيع التكرارى الاعتدالى . وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المبين بالجدول رقم ٣٧ حيث نرى أن

المتوسط = ٥
الوسيط = ٥
المنوال = ٥

٢ — عندما يكون التوزيع التكرارى ملتويا التواء موجبا يمتد الطرف الطويل للمنحنى الى الجهة اليمنى ويصـبح ترتيب مقاييس النزعة المركزية كما يلى :

المتوسط — الوسيط — المنوال

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١١) حيث تبين النقط الصـغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المتوسط والوسيط والمنوال .



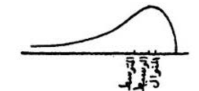
(شكل ١١)
يبين هذا الشكل الالتواء الموجب

ويمكن للقارى أن يتأكد من هذه الظاهرة بحساب جميع مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الموجب الالتواء والمبين بالجـدول رقم ٣٥ •

٣ — عندما يكون التوزيع التكرارى ملتويا التواء سالبا يمتد الطرف الطويل الى الجهة اليسرى ويصبح ترتيب مقاييس النزعـة المركزية كما يلى :

المنوال — الوسيط — المتوسط

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١٢) حيث تبين النقط الصغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المنوال ، والوسيط والمتوسط •



(شكل ١٢)
يبين هذا الشكل الالتواء السالب

وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى السالب الالتواء والمبين بالجدول رقم ٣٦ •

(هـ) قياس الالتـــواء

عندما لا ينطبق المتوسط على المنـــوال والوسيط بعـد التوزيع ملتويا كما سبق أن بينا ذلك • ويحسب الالتواء بطريقة بيرســـون التى تعتمد على المتوسط ، والمنوال ، والانحراف المعيارى كما تدل على ذلك المعادلة التالية :

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

وبما أن حساب المنوال أصعب من حساب الوسيط لذلك يمكن التعويض فى المعادلة السابقة عن المنوال من معادلة المنوال التالية ب

المنوال = ٣ الوسيط ــ ٢ المتوسط

وبذلك نحصل على معادلة الالتواء التالية :

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - (\text{٣ الوسيط} - \text{٢ المتوسط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{المتوسط} - \text{٣ الوسيط} + \text{٢ المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{٣ المتوسط} - \text{٣ الوسيط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط} - \text{الوسيط)}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

ويمتد الالتواء من ــ ٣ فى الالتواء السالب الى + ٣ فى الالتواء الموجب ويتلاشى الالتواء عندما يصبح الفرق بين الوسيط والمتوسط صفرا وذلك عندما يكون التوزيع اعتداليا •

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الالتواء • فاذا كان المتوسط = ٩٠٫٨٦ والوسيط = ٩٠٫٤٩ والانحراف المعيارى = ١٤٫٠٤

$$\text{اذن الالتواء} = \frac{\text{٣ (٩٠٫٨٦} - \text{٩٠٫٤٩)}}{\text{١٤٫٠٤}}$$

= ٠٫٠٧٩

وبذلك يصبح هذا التوزيع أقرب ما يكون للتوزيع الاعتدالى لأن الالتواء يكاد يكون صفرا •

تمارين على الفصل الثالث

١ — احسب متوسط درجات التوزيع التكرارى بالجدول رقم ٤١ .

٢ — احسب المتوسط بالطريقة المطولة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٣ .

٣ — احسب المتوسط بالطريقة المختصرة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٣٢ .

٤ — احسب المتوسط الوزنى للمتوسطات التالية :

م١ = ١٠	ق١ = ٢٥
م٢ = ١٢	ق٢ = ٢٥
م٣ = ١٣	ق٣ = ٥٠

٥ — ناقش أهم الخواص الاحصائية والفوائد العملية التطبيقية للمتوسط .

٦ — احسب الوسيط للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢٣ .

٧ — احسب الوسيط للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٤ .

٨ — ناقش أهم الخواص الاحصائية والفوائد العملية التطبيقية للوسيط .

٩ — احسب المنوال للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢٣ .

١٠ — احسب المنوال بطريقة تكرار الفئات المتجاورة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٤ .

١١ — ناقش أهم الخواص الاحصائية والفوائد العملية التطبيقية للمنوال

١٢ — أذكر العلاقات الاحصائية بين مقاييس النزعة المركزية ، ووضح فكرتك برسم أشكال تدل على المنحنيات التكرارية المختلفة ، وبين على كل رسم موقع تلك المقاييس .

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

تدلنا مقاييس النزعة المركزية على القيم المتوسطة للبيانات العددية أو على تجمعها . وهذه المقاييس لا تكفى وحدها لمعرفة الصفات الاحصائية اللازمة لوصف الظاهرة ، فقد تكون الفروق بين الدرجات قليلة أو قد تكون كبيرة رغم تساوى قيم المتوسطات فى كلتا الحالتين . فمتوسط الدرجات التالية :

٦ ٩ ١٢

يحسب بالطريقة التالية $\frac{١٢+٩+٦}{٣} = ٩$

ومتوسط الدرجات التالية .

١ ٢ ٢٤

يحسب بالطريقة التالية $\frac{٢٤+٢+١}{٣} = ٩$

أى أن متوسط مجموعة الدرجات الأولى يساوى تماما متوسط مجموع الدرجات الثانية رغم ما بين المجموعتين من اختلاف واضح .

لهذا يعتمد الوصف الاحصائى لهذه البيانات العددية على قياس تشتت الدرجات واختلافها وتباينها ، كما اعتمد قبل ذلك على قياس متوسطاتها فى نزعتها المركزية .

وتتلخص أهم مقاييس التشتت فى المدى الكلى ، والارباعيات ، والمئينيات والاعشاريات ، والانحراف المعيارى ، والتباين .

١ — المدى الكلى

يحسب المدى بايجاد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة ، ثم اضافة واحد صحيح الى الناتج كما سبق أن بينا ذلك فى حساب مدى الفئة وفى حساب المدى الكلى لمعرفة عدد الفئات . فاذا كانت مثلا أكبر درجة فى التوزيع هى ٨٩ وأقل درجة ١٣ فالمدى يحسب بالطريقة التالية :

المدى الكلى = (٨٩ — ١٣) + ١ = ٧٧

ولهذا المدى أهميته فى مقارنة التوزيعات المختلفة لمعرفة مدى تشتت الدرجات بشرط أن يكون عدد الدرجات فى هذه التوزيعات متساويا . وعندما يختلف عدد الدرجات من توزيع لآخر تبطل فائدة هذا المدى فى مقارنة تشتت تلك التوزيعات .

والمدى لا يصلح علميا للمقارنة لأنه يعتمد فقط على درجتين من درجات التوزيع . الدرجة الكبرى والدرجة الصغرى .

ب — الارباعيات :

الارباعيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى أربعة أقسام متساوية ، بحيث تكون درجات التوزيع مرتبة ترتيبا تصاعديا . (١)

فالارباعى الأول هو النقطة التى تسبقها ربع الدرجات وتليها ثلاثة أرباع الدرجات ، وبذلك تصبح رتبة الارباعى الأول ر١ = ن/٤ حيث تدل ن على عدد الدرجات .

والارباعى الثانى هو النقطة التى تسبقها ٢/٤ الدرجات وتليها ٢/٤ الدرجات ، وبذلك تصبح رتبة الارباعى الثانى مساوية لـ ر٢ = ن/٢ أى أن الارباعى الثانى هو الوسيط .

---

(١) عندما تكون الدرجات مرتبة ترتيبا تنازليا ، أو عندما تحسب الارباعيات من التكرار المتجمع التنازلى ، يتحول الارباعى الاول الى الارباعى الثالث ويبقى الارباعى الثانى كما هو ، ويتحول الارباعى الثالث الى الارباعى الاول . وسنقتصر هنا على الترتيب المتجمع التصاعدى للدرجات حتى لا يختلط الامر على القارىء .

والارباعي الثالث هو النقطة التي تسبقها ٣/٤ الدرجات وتليها ١/٤ الدرجات ، وبذلك تصبح رتبة الارباعي الثالث مساوية لـ ٣ن/٤ .

وتحسب هذه الارباعيات بنفس الطريقة التي حسب بها الوسيط ؛ مع اختلاف بسيط في الخطوة الأولى التي تحدد ترتيب كل أرباعي .

والجدول رقم (٤٢) يبين خطوات حساب الارباعيات من التكرار المتجمع التصاعدي .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي
٠ — ٢	-٠,٥ — ٢,٥	٧	٧
٣ — ٥	٢,٥ — ٥,٥	١٠	١٧
٦ — ٨	٥,٥ — ٨,٥	٢٨	٤٥
٩ — ١١	٨,٥ — ١١,٥	٤٨	٩٣
١٢ — ١٤	١١,٥ — ١٤,٥	٦٢	١٥٥
١٥ — ١٧	١٤,٥ — ١٧,٥	٦٧	٢٢٢
١٨ — ٢٠	١٧,٥ — ٢٠,٥	٦١	٢٨٣
٢١ — ٢٣	٢٠,٥ — ٢٣,٥	٤١	٣٢٤
٢٤ — ٢٦	٢٣,٥ — ٢٦,٥	١٩	٣٤٣
٢٧ — ٢٩	٢٦,٥ — ٢٩,٥	٥	٣٤٨
٣٠ — ٣٢	٢٩,٥ — ٣٢,٥	٢	٣٥٠
المجموع		٣٥٠	

(جدول ٤٢)

حساب الارباعيات من التكرار المتجمع التصاعدي

١ — طرق حساب الارباعيات

١ — طريقة لحساب الارباعى الأول :

بما أن ترتيب الارباعى الأول = ن / ٤

= ٣٥٠ / ٤

= ٥ر٨٧

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ٤٥ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٩٣ .

فالارباعى الأول يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٩٣ أى فى الفئة ٥ر٨ — ٥ر١١ بقيمة مقدارها ٥ر٨٧ — ٤٥ = ٥ر٤٢ .

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٤٨ ومداها ٣ .

∴ الارباعى الأول = ٥ر٨ + (٨٧,٥ — ٤٥) / ٤٨ × ٣

= ٥ر٨ + ٤٢,٥ / ٤٨ × ٣

= ٥ر ٨ + ٥٦٦٣ر٢

= ٠٦٦٣ر١١

= ١ر١١ تقريباً

٢ — طريقة حساب الارباعى الثانى :

بما أن ترتيب الارباعى الثانى = $\frac{٢}{٤}$ ن

= $\frac{ن}{٢}$

= $\frac{٣٥٠}{٢}$

= ١٧٥

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ١٥٥ وأقل من المتجمع التصاعدى التالى له ٢٢٢ .

∴ فالارباعى الثانى يمتد فى الفئة التكرارية المقــابلة للتكرار المتجمع ٢٢٢ أى فى الفئة ١٤ر٠ — ١٧ر٠ بقيمة مقدارها ١٧٥ — ١٥٥ = ٢٠
وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٦٧ ومداها ٣ .

∴ الارباعى الثانى = ١٤ر٠ + $\frac{١٧٥ - ١٥٥}{٦٧}$ × ٣

= ١٤ر٠ + $\frac{٣ \times ٢٠}{٦٧}$

= ١٤ر٠ + ٨٩٥٥ر٠

= ١٤ر٨٩٥٥

= ١٤ر٩ تقريبا

٣ — طريقة حساب الارباعى الثالث :

بما أن ترتيب الارباعى الثالث = $\frac{٣}{٤}$ ن

= $\frac{٣}{٤}$ × ٣٥٠

= ٢٦٢ر٥

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ٢٢٢ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٢٨٣ •

∴ فالارباعى الثالث يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٨٣ أى فى الفئة ١٧٫٥ — ٢٠٫٥ بقيمة مقدارها ٢٢٦٫٥ — ٢٢٢ = ٤٠٫٥ •

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٦١ ومداها ٣ •

$$\therefore \text{الارباعى الثالث} = ١٧٫٥ + \frac{٢٢٦٫٥ - ٢٢٢}{٦١} \times ٣$$

$$= ١٧٫٥ + \frac{٤٠٫٥}{٦١} \times ٣$$

$$= ١٧٫٥ + ١٫٩٩١٨$$

$$= ١٩٫٤٩١٨$$

$$= ١٩٫٥ \quad \text{تقريبا}$$

ب — نصف مدى الانحراف الأرباعى

يقاس مدى الانحراف الارباعى بطرح الارباعى الأول من الارباعى الثالث • وبذلك نستبعد الربعين المتطرفين فى التوزيع ، ونستخلص من ذلك المنطقة الوسطى للتوزيع ، التى تشتمل على نصف الدرجات التكرارية •

أى أن مدى الانحراف الارباعى = الارباعى الثالث — الارباعى الأول •

$$= ب_٣ - ب_١$$

حيث يدل الرمز $ب_٣$ على الارباعى الثالث

ويدل الرمز $ب_١$ على الارباعى الأول

وعندما نطبق هذه الفكرة على مثالنا السابق نجد أن

$ب_{٣}$ = ١٩٫٥ ، $ب_{١}$ = ١١٫١

∴ مدى الانحراف الارباعى = $ب_{٣}$ — $ب_{١}$

= ١٩٫٥ — ١١٫١

= ٨٫٤

وقد اصطلح احصائيا على قياس التشتت بنصف مدى الانحراف الارباعى .

أى أن نصف مدى الانحراف الارباعى = $\frac{ب_{٣} - ب_{١}}{٢}$

= $\frac{٨٫٤}{٢}$

= ٤٫٢

وهذا المقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة فى التوزيع التكرارى ، لاننا استبعدنا هذه القيم فى حسابنا هذا .

جـ — الخواص الاحصائية للارباعيات

لا تختلف أهم الخواص الاحصائية للارباعيات عن الخواص الاحصائية للوسيط اذ أن الارباعيات لا تخرج فى جوهرها عن فكرة الوسيط كما بينا ذلك فى حسابنا ، بل ان أحدها وهو الارباعى الثانى هو نفسه الوسيط .

والارباعى الأول هو النقطة التى تحدد الربع الأول للتوزيع التكرارى ، أى أن ربع هذا التوزيع أقل فى ترتيبه من ترتيب الارباعى الأول .

والارباعى الثالث هو النقطة التى تحدد الربع الأخير للتوزيع ، أى أن ربع التوزيع أكبر فى ترتيبه من ترتيب الارباعى الثالث .

وبذلك يقع ربع التوزيع التكرارى بين الارباعى الأول والارباعى الثانى أو الوسيط ، ويقع أيضا ربع التوزيع التكرارى بين الارباعى الثانى أو الوسيط والارباعى الثالث .

هذا ويختلف فرق الارباعى الثانى من الارباعى الثالث عن فرق الارباعى الأول من الارباعى الثـانى الا اذا كان التوزيع التكرارى معتدلا ، فان هـذا الاختلاف يتلاشى ويصبح الفـرق الاول مساويا للفرق الثانى :

وعندما نحسب هذه الفروق فى مثالنا السابق نرى أن :

الارباعى الثالث ـ الارباعى الثانى = $ب_3 - ب_2$

= ١٩ر٥ — ١٥ر٤

= ٤ر١

الإرباعى الثانى ـ الإرباعى الأول = $ب_2 - ب_1$

= ١٥,٤ — ١١,١

= ٤,٣

أى أن $ب_3 - ب_2$ أصغر من $ب_2 - ب_1$

$\therefore ب_3 - ب_2 < ب_2 - ب_1$

حيث يدل الرمز < على أصغر من

أى أن المنحنى التكرارى لهذا التوزيع يتفرطح وينبسط فى الناحية اليسرى أكثر مما ينبسط فى الناحية اليمنى . أى أنه يعلو فى ناحيته اليمنى أكثر مما يعلو فى ناحيته اليسرى . أى أن المنوال يقع فى الناحية اليمنى . أى أن المنحنى يلتوى التواء سالبا بقـدر يسـير لا يكاد يتجاوز ٢ر٠

وعندما تصبح $ب_{٣} - ب_{٢} > ب_{٢} - ب_{١}$

حيث يدل الرمز > على أكبر من

يصبح المنحنى التكرارى ملتويا التواء موجبا لتفرطح الناحية اليسرى وعلو الناحية اليمنى ، وبذلك يقع المنوال فى الناحية اليسرى .

وعندما تصبح $ب_{٣} - ب_{٢} = ب_{٢} - ب_{١}$

يصبح المنحنى التكرارى اعتداليا ، حيث يقع منواله فى منتصفه تماما وينطبق الوسيط والمتوسط .

ويمكن أن نلخص هذه النواحى المختلفة فيما يلى :

١ — $ب_{٣} - ب_{٢} < ب_{٢} - ب_{١}$ التواء سالب

٢ — $ب_{٣} - ب_{٢} > ب_{٢} - ب_{١}$ التواء موجب

٣ — $ب_{٣} - ب_{٢} = ب_{٢} - ب_{١}$ منحنى اعتدالى غير ملتوى .

والمثال المبين بالجدول (٤٣) يوضح فكرة تساوى الفروق الارباعية بالنسبة للمنحنى الاعتدالى . والجدول التالى يبين توزيعا تكراريا معتدلا لتكرار ٦٤ درجة .

الدرجة	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٠	-٠,٥ — ٠,٥	١	١
١	٠,٥ — ١,٥	٦	٧
٢	١,٥ ٢,٥	١٥	٢٢
٣	٢,٥ — ٣,٥	٢٠	٤٢
٤	٣,٥ — ٤,٥	١٥	٥٧
٥	٤,٥ — ٥,٥	٦	٧٣
٦	٥,٥ — ٦,٥	١	٦٤
المجموع		٦٤	

جدول (٤٣)
حساب الارباعيات للتوزيع التكرارى الاعتدالى

الإرباعى الأول ب١ = ١,٥ + (٦٤/٤ − ٧) / ١٥ × ١

= ١,٥ + ٦/١٠

= ٢,١

الأرباعى الثانى ب٢ = ٢,٥ + (٦٤/٢ − ٢٢) / ٢٠ × ١

= ٢,٥ + ١/٢

= ٣

الإرباعى الثالث ب٣ = ٣,٥ + (٣×٦٤/٤ − ٤٢) / ١٥ × ١

= ٣,٥ + ٤/١٠

= ٣,٩

ومن هذا نرى أن :

ب٣ − ب٢ = ٣,٩ − ٣

= ٠,٩

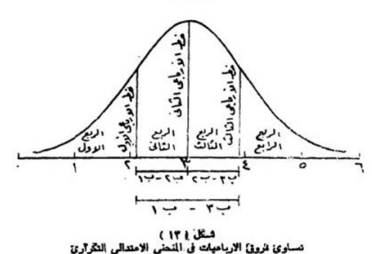
ب٢ − ب١ = ٣ − ٢,١

= ٠,٩

أى أن ب٣ − ب٢ = ب٢ − ب١

أى أن المنحنى اعتدالى لا التواء فيه .

والشكل رقم (١٣) يوضح هذه الفكرة .



شكل (١٣)
تساوى فروق الارباعيات فى المنحنى الاعتدالى التكرارى

ويمكن أن نستنتج من هذا أيضا مدى الانحراف الارباعى كما يبدو فى الرسم بالطريقة التالية :

ب٣ − ب١ = ٣,٩ − ٢,١

= ١,٨

وبذلك يصبح نصف مدى الانحراف الارباعى لهذا التوزيع كما يبدو فى الرسم مساويا لـ

(ب٣ − ب١) / ٢ = ١,٨ / ٢

= ٠,٩

أى أن نصف مدى الانحراف الارباعى يساوى فى هذه الحالة الاعتدالية الفرق بين الارباعى الثالث والثانى • ويساوى أيضا الفرق بين الارباعى الثانى والاول •

اى أن

$$\frac{ر_٣ - ر_١}{٢} = ر_٣ - ر_٢ = ر_٢ - ر_١$$

وذلك عندما يكون التوزيع التكرارى اعتداليا •

د ــ الفوائد العملية التطبيقية للارباعيات

١ ــ قياس التشتت

تصلح الارباعيات لقياس التشتت وخاصة نصف مدى الانحراف الارباعى كما بينا ذلك فى تحليلنا السابق ، ويمتاز هذا المقياس الاخير عن المقاييس الاخرى للتشتت وخاصة الانحراف المعيارى بأنه أسهل منه فى حسابه وأسرع وأبسط فى معناه وأوضح • لكنه لا يخضع للمعالجة الجبرية التى يخضع لها الانحراف المعيارى • لذلك كان استخدامه قاصرا على الحالات التى يراد فيها حساب مقياس سريع للتشتت •

٢ المعايير والمستويات

للارباعيات أهمية قصوى فى معرفة نقط التوزيع التكرارى التى تحدد المستويات العليا والوسطى والدنيا للدرجات • فالارباعى الاول مثلا يحدد النسبة المئوية المساوية لــ ٢٥ والارباعى الثانى يحــدد النسبة المئوية المساوية لــ ٥٠ والارباعى الثالث يحدد النسبة المئوية المساوية لــ ٧٥ أى أن الارباعيات بهذا المعنى تحدد المستويات المختلفة للضعيف والمتوسط والممتاز • فهى تصلح لتقنين الاختبارات والمقاييس المختلفة وللكشف عن معاييرها ومستوياتها وتحديدها تحديدا دقيقا •

جـ ــ المئينيات والاعشاريات

المئينيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى أجــزاء مئوية • والاعشاريات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى

أجزاء عشرية ، كما تسمت الارباعيات الى أربعة أقسام : كل قسم يحدد ربع التوزيع التكرارى •

١ — طرق حساب المئينيات والاعشاريات

لا تختلف طريقة حساب المئينيات أو الاعشاريات عن طريقة حساب الارباعيات الا فى الخطوة الأولى التى تقرر ترتيب الارباعى وترتيب المئينى أو الاعشارى ، كما اختلفت الارباعيات عن الوسيط فى نفس تلك الخطوة • فعند حساب ترتيب الوسيط يقسم عد دالدرجات على ٢ أى ترتيب الوسيط يساوى ن/٢ لأنه يقسم التوزيع التكرارى الى نصفين ، وهو بذلك يقع فى منتصف التوزيع • وعند حساب ترتيب الارباعيات نقسم عدد الدرجات على أربعة ، وبـذلك يصبح ترتيب الارباعى الاولى مساويا لـ ن/٤ وترتيب الارباعى الثانى مساوياً لـ ٢ن/٤ أى ن/٢ ، وترتيب الارباعى الثالث مساويا لـ ٣ن/٤ •

وهكذا يمكن أن نستنتج طريقة حساب المئينيات والاعشـاريات، فترتيب المئينى الأول يساوى ن/١٠٠ وترتيب المئينى الثانى يسلوى ٢ن/١٠٠ وترتيب المئينى رقم ٩٩ يساوى ٩٩ن/١٠٠ وهكذا بالنسبة لبقية المئينيات •

وتسمى المئينيات ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، •• ، •• ، ٩٥ بالاعشاريات •

وهكذا يصبح ترتيب الاعشارى الاول مساويا لـ ١٠ن/١٠٠ أى ن/١٠ وترتيب الاعشارى الثانى مساويا لـ ٢٠ن/١٠٠ أى لـ ٢ن/١٠ وهكذا بالنسبة لبقية الاعشاريات ، ومن هنا جاءت تسمية هذه المئينيات بالاعشاريات •

وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نقسم التوزيع التكـرارى الى تساعيات أو سباعيات أو غير ذلك من الاقسام المختلفة تبعا لرغبـة

الباحث وهدف البحث • ويعتمد كل تقسيم من هذه التقسيمات على تحديد ترتيب القسم •

والجدول رقم (٤٤) يبين خطوات حساب المئينيات والاعشاريات من التكرار المتجمع التصاعدي •

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي
٠ — ٤	-٠,٥ — ٤,٥	٢	٢
٥ — ٩	٤,٥ — ٩,٥	٣	٥
١٠ — ١٤	٩,٥ — ١٤,٥	٨	١٣
١٥ — ١٩	١٤,٥ — ١٩,٥	٢٩	٤٢
٢٠ — ٢٤	١٩,٥ — ٢٤,٥	٥١	٩٣
٢٥ — ٢٩	٢٤,٥ — ٢٩,٥	٧٢	١٦٥
٣٠ — ٣٤	٢٩,٥ — ٣٤,٥	٩٧	٢٦٢
٣٥ — ٣٩	٣٤,٥ — ٣٩,٥	٤٨	٣١٠
٤٠ — ٤٤	٣٩,٥ — ٤٤,٥	٢٤	٣٣٤
٤٥ — ٤٩	٤٤,٥ — ٤٩,٥	١٥	٣٤٩
٥٠ — ٥٤	٤٩,٥ — ٥٤,٥	١	٣٥٠
المجموع		٣٥٠	

(جدول ٤٤)

حساب المئينيات والاعشاريات من التكرار المتجمع التصاعدي

ولحساب المئيني الاول نتبع الخطوات التالية :

ترتيب المئيني الأول $= \frac{٣٥٠}{١٠٠} \times ١ = ٣,٥$

∴ المئيني الأول $= ٤,٥ + \frac{٣,٥ - ٢}{٣} \times ٥$

= ٤ر٥ + ٢ر٥

= ٧

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب المئينيات الاخرى .
ولحساب الاعشارى الاول نتبع الخطوات التالية :

ترتيب الإعشارى الاول = $\frac{٣٥٠}{١٠}$ ÷ ١ = ٣٥

∴ الإعشارى الأول = ٤،٥ + $\frac{٣٥ - ١٣}{٢٩}$ × ٥

= ١٤،٥ + $\frac{٢٢}{٢٩}$ × ٥

= ١٤،٥ + $\frac{١١٠}{٢٩}$

= ١٤ر٥ + ٣ر٧٩٣١

= ١٨ر٢٩٣١

= ١٨ر٣

هذا ويمكن تنظيم حساب المئينيات أو الاعشاريات فى الجدول رقم (٤٥) الذى يشتمل على جميع الخطوات الاساسية لاجراء تلك العمليات المختلفة .

الرتب المئينية	الترتيب المئيني	التكرار المتجمع السابق للترتيب المئيني	الفرق	تكرار الفئة المئينية	الحد الاول الحقيقي للفئة المئينية	النقط المئينية
١٠	٣٥	١٣	٢٢	٢٩	١٤٠٫٥	١٤٠٫٥ + ٢٢/٢٩ × ٥ = ١٨٠٫٣
٢٠	٧٠	٤٢	٢٨	٥١	١٩٠٫٥	١٩٠ ٥ + ٢٨/٥١ × ٥ = ٢٠٢٢
٣٠	١٠٥	٩٣	١٢	٧٢	٢٤٠٫٥	٢٤٠٫٥ + ١٢/٧٢ × ٥ = ٢٥٠٫٣
٤٠	١٤٠	٩٣	٤٧	٧٢	٢٤٠٫٥	٢٤٠٫٥ + ٤٧/٧٢ × ٥ = ٢٧٠٫٨
٥٠	١٧٥	١٦٥	١٠	٩٧	٢٩٠٫٥	٢٩٠٫٥ + ١٠/٩٧ × ٥ = ٣٠٠٫٠
٦٠	٢٠٠	١٦٥	٤٥	٩٧	٢٩٠٫٥	٢٩٠٫٥ + ٤٥/٩٧ × ٥ = ٣١٠٫٨
٧٠	٢٤٥	١٦٥	٨٠	٩٧	٢٩٠٫٥	٢٩٫٥ + ٨٠/٩٧ × ٥ = ٣٣٠٫٦
٨٠	٢٨٠	٢٦٢	١٨	٤٨	٣٤٠٫٥	٣٤٠٫٥ + ١٨/٤٨ × ٥ = ٣٦٠٫٤
٩٠	٣١٥	٣١٠	٥	٢٤	٣٩٠٫٥	٣٩٠٫٥ + ٥/٢٤ × ٥ = ٤٠٠٫٥

(جدول ٤٥)

الخطوات الاساسية لحساب المئينيات أو الاعشاريات

هذا ويدل العمود الاول على الرتب المئينية ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ...
ويدل العمود الثانى على ترتيب تلك الرتب فمثلا ترتيب المئينى العاشر ، يســـــاوى $\frac{٣٥٠}{١٠٠}$ × ١٠ = ٣٥ وترتيب المئينى الـ ٢٠ يســــــاوى

$\frac{٣٥٠}{١٠}$ × ٢٠ = ٧٠ وهكذا بالنسبة لبقية المئينيات الاخرى • ويدل العمود الثالث على التكرار المتجمع السابق للترتيب المئينى وترصد قيم هذا العمود من الجدول السابق رقم ٤٥ ، فمثلا التكرار المتجمع السابق للرتبة المئينية العاشرة التى ترتيبها ٣٥ يساوى ١٣ والتكرار المتجمع السابق للرتبة المئينية الـ ٢٠ التى ترتيبها ٧٠ هو ٤٢ • ويدل العمود الرابع على امتداد الترتيب المئينى فى الفئة المئينية ويحسب بطرح اعداد العمود الثالث من مقابلاتها فى العمود الثانى ويســاوى هذا الفرق ٣٥ — ١٣ = ٢٢ بالنسبة للمئينى العاشر • ويدل العمود الخامس على تكرار الفئة المئينية ، ويدل العمود السادس على الحد الحقيقى الاول للفئة المئينية • ويدل العمود السابع على الحساب النهائى للنقط المئينية كما سبق أن بينا ذلك فى حســاب المئينى العــاشر أو الاعشارى الاول للجدول رقم (٤٥) •

ب — الخواص الاحصائية للمئينيات والاعشاريات

لا تكاد تختلف الخواص الاحصائية للمئينيات والاعشاريات عن خواص الارباعيات الا فى أمور يســيرة تقــوم فى جوهرها على كثرة عدد المئينيات والاعشاريات عن عدد الارباعيات • ولهذه الكثرة أثرها فى تغيير الصورة العامة النهائية للتقسيم المئينى أو الاعشارى •

وتؤدى بنا دراسة النقط المئينية بالجدول السابق رقم ٤٥ الى أن ندرك أنها تتباعد عن بعضها فى الاطراف وتتقارب فى الوسط • فالفرق بين قيمـــة المئينى الــ ٢٠ وقيمـــة المئينى العــاشر يســـاوى ٢٢٫٢ — ١٨٫٣ = ٣٫٩ والفرق بين قيمة المئينى الـ ٦٠ وقيمة المئينى

الـ ٥٠ يساوى ٣١ر٨ — ٣٠ر٠ = ١ر٨ والفرق بين قيمة المئينى الـ ٩٠ وقيمة المئينى الـ ٨٠ = ٤٠ر٥ — ٣٦ر٤ = ٤ر١ ٠

وهكذا نرى أن هذه الفروق تقل فى المنتصف وتزداد فى الاطراف والجدول رقم (٤٦) يوضح هذه الفكرة ٠

الرتب المئينية	النقط المئينية	فروق النقط المئينية
١٠	١٨٫٣	٣٫٩
٢٠	٢٢٫٢	٣٫١
٣٠	٢٥٫٣	٢٫٥
٤٠	٢٧٫٨	٢٫٢
٥٠	٣٠٫٠	١٫٨
٦٠	٣١٫٨	١٫٨
٧٠	٣٣٫٦	٢٫٨
٨٠	٣٦٫٤	٤٫١
٩٠	٤٠٫٥	

جدول (٤٦)

التباعد الطرفى والتقارب المركزى لفروق النقط المئينية

ومن هنا نرى أن فروق النقط المئينية تقل بالقرب من مناطق تركيز التوزيع التكرارى وتزداد بالقرب من المناطق التى يتخفف فيها هذا التوزيع من أغلب تكراره ٠ أى أن الفروق الفردية تزداد حساسيتها بالقرب من المناطق الوسطى وتضعف هذه الحساسية بالقرب من المناطق المتطرفة ، وذلك لان التغيرات الضيقة الصغيرة فى الدرجات تؤثر تأثيرا كبيرا فى مراتب النقط المئينية الوسطى ، والتغيرات الواسعة الكبيرة فى الدرجات تؤثر تأثيرا قليلا فى مراتب النقط المئينية المتطرفة ٠

وبما أن هذه المئينيات تستخدم فى تحديد مستويات الافراد بالنسبة لدرجات القياس القائم اختبارا كان أم امتحانا،أم غير ذلك من الوسائل الاخرى . اذن فتلك النقط المئينية تبالغ فى قياس فروق تلك المستويات عند منتصف التوزيع ، وتخفف كثيرا فى قياسها لتلك الفروق عند الاطراف الدنيا والعليا .

ولذا يستحسن تجزئة المناطق المتطرفة الى نقط مئينية متعددة متقاربة ، وبذلك تنتظم هذه النقط فى الصورة المعدلة التالية :

١ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، .. .. .. ، ٩٠ ، ٩٥ ، ٩٩

حتى نساوى بين الانبساط الطرفى والانقباض المركزى الى حد كبير ، ونصلح من أمر هذه المئينيات لتصبح صالحة فى تنظيمها الجديد لتوضيح البيانات الرقمية توضيحا أقرب الى الدقة العلمية من التنظيم السابق .

جـ — الفوائد العلمية والتطبيقية للمئينيات والاعشاريات

بما أن المئينيات والاعشاريات تقسم التوزيع التكرارى الى ما هو أكبر من ، وما هو أقل من حد فاصل معين ، اذن فهى بذلك تحدد مستويات متدرجة للبيانات الرقمية التى يشتمل عليها التوزيع ،فالمئينى العاشر مثلا يبين بوضوح جميع قيم الدرجات التى تقل عن مستواه . وبدراسة مثالنا السابق المبين بالجدول رقم ٤٦ نرى أن أى درجة تقل عن ١٨،٣ تقل عن المئينى العاشر أو الاعشارى الاول ، أى أن مستوى جميع الافراد الذين حصلوا على درجات تمتد من صفر الى ١٨ هو أضعف المستويات بالنسبة لتدريجنا القياسى لمستويات الدرجات ، وأن أى درجة تقل عن ٣٠ تقل بذلك عن المئينى الـ ٥٠ أو الاعشارى الخامس . أى أن النقطة المئينية التى تقع عند ٣٠ تحدد تماما هذا المستوى المتوسط فى التدريج .

وهكذا تصلح هذه الطريقة الى حد كبير فى تحـديد مستويات ومعايير الافراد فى أى اختبار • وتبدو أهمية هذه المعايير فى فهمنـا للدرجات الخام التى يحصل عليها الفرد • وذلك لأن هذه الدرجات تكتسب معنى واضحا عندما تنسب الى مستويات الجماعة التى أجرى عليها الاختبار • وعندما تكون هذه الجماعة كبيرة وممثلة تماما لجميع الافراد الذين يحتمل انتمائهم اليها وعندما يقترب التوزيع التكرارى للدرجات بحيث يقترب من التوزيع الاعتدالى فان هذه المئينات تصبح مقاييس ومعايير صالحة للمقارنة والمقابلة بين درجات أى فرد فى ذلك الاختبار والمستويات التى حددتها درجات تلك الجماعة •

فاذا أجرى اختبار للذكاء على آلاف الافراد الذين تمتد أعمارهم مثلا من ٦ سنوات الى ٧ سنوات ثم حسبت النقط المئينية لدرجـات هؤلاء الافراد ، أمكن اتخاذ هذه النقط معايير لتحديد مستويات ذكاء أى فرد يمتد عمره الزمنى من ٦ سنوات الى ٧ سنوات •

هذا ونستطيع أن نمتد بتلك المعايير الى جميع الاعمار بحيث نحدد لكل عمر زمنى نقطه المئينية المتدرجة •

وبما أن هذه النقط المئينية تحدد منتصف درجات كل اختبارات عند المئينى الـ ٥٠ أو الاعشارى الخامس ، اذن فهى بذلك تنسب جميع التوزيعات التكرارية الى منتصف واحد ثابت وهكذا نستطيع أن نقارن نتائج الاختبارات المختلفة بمقارنة نقطها المئينية ، أو أن نقارن نتائج الجماعات المختلفة بالنسبة لاختبار واحد وذلك بمقارنة نقطها المئينية أيضا • كما قارنا نتائج الفرد بالنسبة للمعايير التى تحددها نتائج الجمـاعة •

د — تقـريب النقط المئينية

يختلف تقريب النقط المئينية اختلافا واضحا عن القواعد العادية للتقريب التي عالجناها فى الفصل الاول من هذا الكتاب فالرتبة المئينية

العاشرة ، التى تساوى قيمتها ٣ر١٨ تقرب الى ١٩ بالرغم من أن ٣ر٠ أقل من ٥ر٠ والرتبة المئينية الـ ٢٠ التى تساوى قيمتها ٢ر٢٢ تقرب قيمتها الى ٢٣ والجدول رقم (٤٧) يوضح فكرة تقريب النقط المئينية المبينة بالجدول السابق رقم ٤٦ •

الرتب المئينية	النقط المئينية	النقط المئينية المقربة
١٠	١٨,٣	١٩
٢٠	٢٢,٢	٢٣
٣٠	٢٥,٣	٢٦
٤٠	٢٧,٨	٢٨
٥٠	٣٠,٠	٣٠
٦٠	٣١,٨	٣٢
٧٠	٣٣,٦	٣٤
٨٠	٣٦,٤	٣٧
٩٠	٤٠,٥	٤١

جدول (٤٧)

النقط المئينية المقربة

والسبب الذى من أجله رفعت قيمة هذه النقط المئينية الى الرقم الصحيح التالى لها عند التقريب يبدو واضحا عندما ندرك أن الدرجة ١٨ تلخص المدى الذى يمتد من ٥ر١٧ الى ٥ر١٨ وأن الدرجة ٢٢ تلخص المدى الذى يمتد من ٥ر٢١ الى ٥ر٢٢ ، فأى كسر يقترن بالدرجة يجاوز بها حدها الاعلى ويقترب بها من الرقم الصحيح التالى لها • وبذلك يصبح معنى النقطة المئينية العاشرة بعد تقريبها ورفعها الى ١٩ هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ١٠٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة •

ويصبح معنى النقطة المئينية الـ ٩٠ بعد تقريبها ورفعها الى ٤١ أن هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ٩٠٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة .

هـ ـ الانحراف المعياري

الانحراف المعياري أهم مقاييس التشتت ، وهو يقوم فى جوهره على حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها كما تدل تسميته عليه . فاذا حسبنا متوسط الدرجات التالية :

٦ ٥ ٤ ٣ ٢

وجدنا أنه يساوى ٤ وعندما نحسب انحـرافات الدرجات عن متوسطها بالطريقة التالية :

انحراف الدرجة ٢ عن المتوسط = ٢ — ٤ = — ٢

انحراف الدرجة ٣ عن المتوسط = ٣ — ٤ = — ١

انحراف الدرجة ٤ عن المتوسط = ٤ — ٤ = ٠

انحراف الدرجة ٥ عن المتوسط = ٥ — ٤ = + ١

انحراف الدرجة ٦ عن المتوسط = ٦ — ٤ = + ٢

ثم نجمع هذه الانحرافات ، نرى أن

مجموع الانحرافات عن المتوسط = — ٢ — ١ + ٠ + ١ + ٢ = صفر

وعندما نريد أن نقيس التشتت بحساب متوسط هذه الانحرافات وذلك بقسمة مجموعها على عددها تتحول المشكلة الى الصورة التالية :

متوسطات الانحرافات = $\frac{-٢ - ١ + ٠ + ١ + ٢}{٥}$

= $\frac{\text{صفر}}{٥}$

وهكذا لا نستطيع قياس التشتت بهذه الطريقة التى تعتمد على حساب متوسط الانحرافات . وقد استطاع كارل بيرسون سنة ١٨٩٣ على حل تلك المشكلة بتربيع الانحرافات ليتخلص من تلك العلامات السالبة ، ثم بحساب متوسط مربعات الانحرافات ، وبذلك يتحول مثالنا السابق الى الصورة التالية .

مجموع مربعات الانحرافات = (−٢ × −٢) + (−١ × −١) + (٠ × ٠) + (١ × ١) + (٢ × ٢)

= ٤ + ١ + ٠ + ١ + ٤

= ١٠

متوسط مربعات الانحرافات = $\frac{١٠}{٥}$

= ٢

وقد عاد بيرسون ليستخرج الجذر التربيعى لمتوسط مربعات الانحرافات ، وسمى ناتج هذه العملية بالانحراف المعيارى . وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لمثالنا هذا هو الانحراف المعيارى = $\sqrt{٢}$

أى أن الانحراف المعيارى هو الجذر
الانحرافات .

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{\text{عدد الدرجات}}}$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة − المتوسط)}^{٢}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مج}(\text{س} - \text{م})^{٢}}{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز س على الدرجة
والرمز م على المتوسط
والرمز ن على عدد الدرجات
واذا رمزنا الى الانحراف بالرمز ح ، تصبح

ح = س — م

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{\text{مج ح}^2}{\text{ن}}}$

أ — طرق حســـاب الانحـراف المعيـــارى

١ — حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام :

تعتمد طريقة حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام اعتمادا مباشرا على المعادلة السابقة التى تقوم فى جوهرها على حساب مربعات الانحرافات . والجدول رقم (٤٨) يوضح هذه الفكرة .

الدرجات	الانحرافات عن المتوسط	مربعات الانحرافات
٢	٨—	٦٤
٦	٤—	١٦
٨	٢—	٤
١٠	٠	٠
١٢	٢+	٤
١٥	٥+	٢٥
١٧	٧+	٤٩
مج = ٧٠	مج = ٠	مج = ١٦٢

جدول (٤٨)
حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام

وتتلخص خطوات حساب الانحراف المعيارى لدرجات الجدول السابق فيما يلى

مجموع الدرجات = ٧٠

وعدد الدرجات = ٧

∴ متوسط الدرجات = $\frac{٧٠}{٧}$

= ١٠

ثم تحسب الانحرافات عن المتوسط ، ويربع كل انحراف من هذه الانحرافات ، فمثلا انحراف الدرجة الاولى ٢ عن المتوسط = ٢ — ١٠ = — ٨ ومربع هذا الانحراف = — ٨ × — ٨ = ٦٤

ومجموع مربعات الانحرافات = ١٦٢

ومتوسط مجموع مربعات الانحرافات = $\frac{١٦٢}{٧}$

= ٢٣ر١٤

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{٢٣ر١٤}$

= ٤ر٨١

ويمكن أن نستعين بمعادلة الانحراف المعيارى فى الوصول لتلك النتيجة وذلك بمعرفة أن

مج ح٢ = ١٦٢ ، ن = ٧

وبما أن الانحراف المعيــارى = $\sqrt{\frac{مج\ ح^٢}{ن}}$

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{١٦٢}{٧}}$

= ٤ر٨١

٢ ـ حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية :

تعتمد الانحرافات فى جوهرها على المتوسط . ولذا يجب أن نحسب قيمة هذا المتوسط قبل أن نستطيع حساب الانحرافات كما بينا ذلك فى مثالنا السابق . والجدول رقم (٤٩) يبين حساب المتوسط للدرجات التكرارية .

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
٤	٢	٢ × ٤ = ٨
٥	٣	٣ × ٥ = ١٥
٦	٣	٣ × ٦ = ١٨
٩	١	١ × ٩ = ٩
١٠	١	١ × ١٠ = ١٠
المجموع	١٠	٦٠
المتوسط		$\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦

(جدول ٤٩)
حساب المتوسط تمهيدا لحساب الانحرافات

ثم نحسب بعد ذلك انحرافات الدرجات وذلك بطرح المتوسط من كل درجة من درجات الجدول السابق . فانحراف الدرجة الاولى ٤ هو ٤ ــ ٦ = ــ ٢ . ونحسب بعد ذلك مربعات الانحرافات تمهيدا لحساب الانحراف المعيارى . ومربع الانحراف السابق يساوى ــ ٢ × ــ ٢ = ٤ . لكن لكل درجة من درجات ذلك الجدول تكرارا خاصا بها . اذن فمربعات انحرافات الدرجات تخضع لهذا التكرار الذى تخضع له الدرجة ، لذلك نحسب مجموع مربعات انحرافات كل درجة

وذلك بضرب المربع الانحرافى فى تكراره • وهو فى مثالنا هذا يساوى ٤ × ٢ = ٨ ثم نجمع هذه النواتج فى عدد نهائى واحد لنستخرج متوسطها وذلك بقسمة مجموعها على عدد الدرجات أو على مجموع التكرار • ونحسب بعد ذلك الجذر التربيعى لذلك الناتج لنحصل على الانحراف المعيارى •

والجدول رقم (٥٠) يبين خطوات حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية السابقة المبنية بالجدول رقم (٤٩) •

الدرجة س	التكرار ت	الانحراف ع	مربع الانحراف $ع^2$	التكرار × مربع الانحراف ت × $ع^2$
٤	٢	٢ —	٤	٢ × ٤ = ٨
٥	٣	١ —	١	٣ × ١ = ٣
٦	٣	٠	٠	٣ × ٠ = ٠
٩	١	٣ +	٩	١ × ٩ = ٩
١٠	١	٤ +	١٦	١ × ١٦ = ١٦
المجموع	١٠			٣٦

(جدول ٥٠)
حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية

أى أن المجموع النهائى لمربعات الانحرافات التكرارية يساوى ٣٦ ، وبما أن عدد هذه الانحرافات يساوى ١٠ لأنه يساوى عدد الدرجات ويساوى أيضا مجموع التكرار • اذن فمتوسط مربعات الانحرافات التكرارية يحسب بالطريقة التالية :

متوسط مربعات الانحرافات التكرارية = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣٫٦

لكن الانحراف المعيارى = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات التكرارية}}$

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{٣٫٦}$

= ١٫٩ تقريبا

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق رقم (٥٠) فى حساب الانحراف المعيارى بالطريقة التالية :

$$\text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\frac{\text{مج (ت × ح}^{٢}\text{)}}{\text{ن}}}$$

واذا علمنا أن

مج (ت × ح٢) = ٣٦ ، ن = ١٠

$$\therefore \text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\frac{٣٦}{١٠}}$$

$$= \sqrt{٣٫٦}$$

= ١٫٩ تقريبا

٣ — حساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة :

كان لزاما علينا أن نعالج أولا الطريقة المطولة لحساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية كما سبق أن اتبعنا هذا المنهج فى تحليلنا لطرق حساب المتوسط • لكن يحول بيننا وبين تحليل الطريقة المطولة كثرة كسورها العشرية للانحرافات المختلفة الى الحد الذى قد يعوق القارىء عن فهم جوهر الطريقة •

وخير لنا أن نصل الى الهدف الذى نسعى اليه بتحليلنا للطريقة المختصرة التى سيعتمد عليها القارىء بعد ذلك فى حسابه للانحراف المعيارى ، بدلا من أن نقدم لهذا الهدف بوسائل قد تعوق الفهم الصحيح

للغاية التى نسعى لها ، وقد تحجبها وراء ستار من الكسور العشرية الطويلة .

هذا وتعتمد الطريقة المختصرة لحساب الانحراف المعيارى على ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط ، فهى لذلك تفرض أن مدى الفئة يساوى ١ بدلا من المدى الحقيقى لها . وتفرض متوسطا تخمينيا فى أى فئة ما تقترب من وسط التوزيع التكرارى ، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساوية للصفر . ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر ، بحيث تصبح انحرافات الفئات الاقل منه متسلسلة بالطريقة التالية :

— ١ ، — ٢ ، — ٣ ، ...

وتصبح انحرافات الفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية :

+ ١ ، + ٢ ، + ٣ ، ...

فى انتشارها بعيدا عن ذلك المتوسط الفرضى نحو أطراف التوزيع .

ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التى بيناها فى حسابنا للانحراف المعيارى للدرجات التكرارية .

ثم يصحح التقدير الفرضى للفئة والمتوسط والانحراف بالمعادلة التالية التى تعطينا النتيجة النهائية للانحراف المعيارى .

الانحراف المعيارى = مدى الفئة

$\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}$

والجدول رقم (٥١) يبين الخطوات الحسابية الاساسية لهذه العملية

ولحساب الانحراف المعيارى لفئات درجات الجدول السابق نتبع الخطوات التالية :

فئات الدرجات	التكرار ت	الانحراف ح	التكرار × الانحراف ت × ح	مربع الانحراف ح٢	التكرار × مربع الانحراف ت × ح٢
٠ — ٤	٢	−٥	٢ × −٥ = −١٠	٢٥	٢ × ٢٥ = ٥٠
٥ — ٩	٣	−٤	٣ × −٤ = −١٢	١٦	٣ × ١٦ = ٤٨
١٠ — ١٤	٨	−٣	٨ × −٣ = −٢٤	٩	٨ × ٩ = ٧٢
١٥ — ١٩	٢٩	−٢	٢٩ × −٢ = −٥٨	٤	٢٩ × ٤ = ١١٦
٢٠ — ٢٤	٥١	−١	٥١ × −١ = −٥١	١	٥١ × ١ = ٥١
٢٥ — ٢٩	٧٢	صفر	٧٢ × صفر = صفر	صفر	٧٢ × صفر = صفر
٣٠ — ٣٤	٩٧	+١	٩٧ × ١ = ٩٧	١	٩٧ × ١ = ٩٧
٣٥ — ٣٩	٤٨	+٢	٤٨ × ٢ = ٩٦	٤	٤٨ × ٤ = ١٩٢
٤٠ — ٤٤	٢٤	+٣	٢٤ × ٣ = ٧٢	٩	٢٤ × ٩ = ٢١٦
٤٥ — ٤٩	١٥	+٤	١٥ × ٤ = ٦٠	١٦	١٥ × ١٦ = ٢٤٠
٥٠ — ٥٤	١	+٥	١ × ٥ = ٥	٢٥	١ × ٢٥ = ٢٥
المجموع	٣٥٠		١٧٥		١١٠٧

(جدول ٥١)
حساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية بالطريقة المختصرة

متوسط الانحرافات = $\frac{١٧٥}{٣٥٠}$

= ٥ر٠

متوسط مربعات الانحرافات = $\frac{١١٠٧}{٣٥٠}$

= ٣ر١٦٢٩

وبما أن الانحراف المعيارى =

مدى الفئة √ متوسط مربعات الانحرافات − مربع متوسط الانحرافات

= ٥ √ ٣ر١٦٢٩ − (٥ر٠)٢

= ٥ √ ٣ر١٦٢٩ − ٢٥ر٠

= ٥ √ ٢ر٩١٢٩

= ٥ × ١ر٧٠٦٧

= ٥ر٨ بالتقريب

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق فى صياغة معادلة الانحراف المعيارى صياغة رمزية مختصرة بالطريقة التالية .

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات} = \frac{\text{مج}\,(\text{ت} \times \text{ح}^2)}{\text{ن}}$$

$$\text{متوسط الانحرافات} = \frac{\text{مج}\,(\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{مربع متوسط الانحرافات} = \left(\frac{\text{مج}\,(\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}\right)^2$$

واذا رمزنا لمدى الفئة بالرمز ف

وللانحراف المعيارى بالرمز ع

تتحول معادلة الانحراف المعيارى الى الصورة التالية :

$$\text{ع} = \text{ف} \times \sqrt{\frac{\text{مج}\,(\text{ت} \times \text{ح}^2)}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج}\,(\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}\right)^2}$$

وإذا علمنا أن

$$\text{ن} = ٥ \text{ ، } \frac{\text{مج ت} (\text{ح}^{٢})}{\text{ن}} = \frac{١١٠٧}{٢٥٠} \text{ ، } \left(\frac{\text{مج} (\text{ت} \times \text{ح}^{٢})}{\text{ن}}\right)$$

$$= \left(\frac{١٧٥}{٢٥٠}\right)^{٢}$$

نصل الى أن

$$\text{ع} = ٥ \times \sqrt{\frac{١١٠٧}{٢٥٠} - \left(\frac{١٧٥}{٢٥٠}\right)^{٢}}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٣٫١٦٢٩ - ٠٫٢٥}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٢٫٩١٢٩}$$

$$= ٨٫٥ \text{ بالتقريب}$$

وتتميز هذه الطريقة بأنها لم تعتمد على المتوسط بطريقة مباشرة ، وانما اعتمدت على قيمة فرضية له ، ولم تصحح هذه القيمة تصحيحا جزئيا لتحصل على المتوسط الحقيقى بل صححت الناتج النهائى العملية كلها دون أن تحسب المتوسط الحقيقى خلال خطوات هذه العملية ؛ فهى بذلك تصل مباشرة الى القيمة العددية للانحراف المعيارى دون أن تعوقها العملية الحسابية لاستخراج المتوسط الحقيقى .

ويعاب على هذه الطريقة تأثرها الى حد ما بمدى الفئة وقد عالج شبرد W. Sheppard, هذه الناحية بتحليل رياضى دقيق أدى به الى حساب القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى بالطريقة التالية التى اشتهرت بعد ذلك باسم تصحيح شبرد .

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى

$$= \sqrt{\text{مربع الانحراف المعيارى} - \frac{\text{مربع مدى الفئة}}{١٢}}$$

$$= \sqrt{ع^٢ - \frac{ف^٢}{١٢}}$$

وفى مثالنا السابق ، نرى ان

$ع^٢ = ٨٫٥$ ، $ف = ٥$

$$\therefore \text{القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى} = \sqrt{(٨٫٥)^٢ - \frac{٢٥}{١٢}}$$

$$= \sqrt{٧٢٫٢٥ - ٢٫٠٨٣}$$

$= ٨٫٤$ تقريبا

هذا ويمكن ان نحسب القيمة الحقيقية للانحراف مباشرة وذلك بادماج معادلة الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية فى معادلة التصحيح لشبرد كما يلى (١) .

---

(١) يمكن ان نرى فكرة هذه المعادلة من التمثيل التالى

$$\because ع = ف \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^٢}{ن} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{ن}\right]^٢}$$

$$\therefore ع^٢ = ف^٢ \left\{\frac{\text{مجـ ت ح}^٢}{ن} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{ن}\right]^٢\right\}$$

وبالتعويض عن قيمة $ع^٢$ فى معادلة التصحيح التالية

$$\text{القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى} = \sqrt{ع^٢ - \frac{ف^٢}{١٢}}$$

$$= \sqrt{ف^٢ \left\{\frac{\text{مجـ ت ح}^٢}{ن} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{ن}\right]^٢\right\} - \frac{ف^٢}{١٢}}$$

$$= ف \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^٢}{ن} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{ن}\right]^٢ - \frac{١}{١٢}}$$

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى

$$= \text{ف} \sqrt{\frac{\text{مج ت ح}^{2}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}}\right]^{2} - \frac{1}{12}}$$

وبذلك تصبح الصورة النهائية لمعادلة الانحـراف المعيارى الحقيق فى مظهرها اللفظى هى

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى = مدى الفئة × $\sqrt{\text{متوسط مربع الانحرافات – مربع متوسط الانحرافات – ٠٫٨٣٣}}$

حيث أن = ٠٫٨٣٣ تقريبا

٤ — حساب الانحراف المعيارى بالطريقة العامة

أدق طريقة معروفة لحساب الانحراف المعيارى هى التى تعتمد على الارقام الخام دون الاستعانة الصريحة بالانحرافات • وهى لذلك لا تحتاج الى تصحيح أثر الفئات •

وتتخلص هذه الطريقة فى المعادلة التالية التى تشـبه الى حد كبير معادلة الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية مع تغيير بسيط فى مدى الفئة حيث يصبح مساويا للواحد الصحيح فهو لذلك لا يظهر فى الصورة العامة للمعادلة . وحيث نعتمد على الدرجات الخام بدل أن كنا نعتمد على الانحرافات • وهكذا نرى أن :

الانحراف المعيارى = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الاعداد – مربع متوسط الاعداد}}$

والجدول رقم (٥٢) يوضح خطوات هذه الطريقة

مربع الدرجة	الدرجة
١	١
٤	٢
٣٦	٦
٦٤	٨
١٠٠	١٠
١٤٤	١٢
١٦٩	١٣
٢٢٥	١٥
٢٥٦	١٦
٢٨٩	١٧
مج = ١٢٨٨	مج = ١٠٠
المتوسط = $\frac{١٢٨٨}{١٠}$	المتوسط = $\frac{١٠٠}{١٠}$
= ١٢٨,٨	= ١٠

(جدول ٥٢)

حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام بالطريقة العامة

أي أن متوسط مربعات الدرجات = ١٢٨,٨

ومتوسط الدرجات = ١٠

∴ مربع متوسط الدرجات = $(١٠)^٢$

= ١٠٠

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{١٢٨,٨ - ١٠٠}$

= $\sqrt{٢٨,٨}$

= ٥,٣٦٦٥

= ٥,٤ تقريبا

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعيارى للدرجات الخام تتلخص فى :

$$ع = \sqrt{\frac{مج س^٢}{ن} - \left[\frac{مج س}{ن}\right]^٢}$$

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

والرمز س على الدرجة .

هذا ويمكن أن نستعين بنفس هذه الفكرة فى حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية . والجدول رقم (٥٣) يوضح خطوات هذه الطريقة

الدرجة س	التكرار ت	التكرار × الدرجة ت × س	مربع الدرجة $س^2$	التكرار × مربع الدرجة ت × $س^2$
٤	٢	٨ = ٤ × ٢	١٦	٣٢ = ١٦ × ٢
٥	٣	١٥ = ٥ × ٣	٢٥	٧٥ = ٢٥ × ٣
٦	٣	١٨ × ٦ × ٣	٣٦	١٠٨ = ٣٦ × ٣
٩	١	٩ = ٩ × ١	٨١	٨١ = ٨١ × ١
١٠	١	١٠ = ١٠ × ١	١٠٠	١٠٠ = ١٠٠ × ١
المجموع	١٠	٦٠		٣٩٦
المتوسط		$\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦		$\frac{٣٩٦}{١٠}$ = ٣٩,٦

(جدول ٥٣)

حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية بالطريقة العامة

اى ان متوسط مربعات الدرجات = ٣٩,٦

ومتوسط الدرجات = ٦

∴ مربع متوسط الدرجات = ٣٦

لكن الانحراف المعيارى = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{٣٩,٦ - ٣٦}$

= $\sqrt{٣,٦}$

= ١,٩ تقريبا

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعيارى للدرجات التكرارية تتلخص فى :

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ\ ت\ س^2}{ن} - \left[\frac{مجـ\ ت\ س}{ن}\right]^2}$$

ب ــ الخواص الاحصائية للانحراف المعيارى

١ ــ اعتماد أغلب المقاييس الاحصائية عليه

الانحراف المعيارى أدق وأهم مقاييس التشتت لارتباطه الوثيق بأغلب المقاييس الاحصائية المختلفة كمعاملات الالتواء والتفرطح والارتباط والدرجات المعيارية والدلالة الاحصائية لأغلب هذه المقاييس أو بمعنى آخر مدى احتمال الثقة بالقيمة العددية لها ، كما سنرى فى تحليلنا للدلالة الاحصائية .

٢ ــ القيم الموجبة والسالبة

يعرف الانحراف المعيارى بأنه الجذر التربيعى لمتوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط ، ويرتبط هذا التعريف بالأسس الاحصائية التى اعتمدنا عليها فى حساب قيمته .

وبما أن القيمة العددية للانحراف المعيارى ترتبط بحساب الجذر التربيعى ، اذن فالعلامات الجبرية لهذه القيمة قد تكون سالبة وقد تكون موجبة ، وذلك لأن مربعات الأعداد السالبة موجبة ، ومربعات الاعداد الموجبة موجبة أيضا . لذلك تصبح القيمة الجبرية للانحراف المعيارى سالبة أو موجبة .

والمعنى الاحصائى لتلك القيم الموجبة والسالبة ، أنها تقيس التشتت بالانحرافات التى تمتد على كلتا ناحيتى المتوسط ، والشكل التالى يوضح هذه الفكـرة .

ع٣ — ع٢ — ع١ — م ع١ ع٢ ع٣

(شـكل ١٤)

توضيح لمعنى القيم الموجبة والسالبة للانحراف المعيارى

حيث يدل الرمز م على المتوسط

والرمز ع على الانحراف المعيارى

٣ — علاقة الانحراف المعيارى بالتكرار

يقسم الانحراف المعيارى تسلسل درجات البيانات العددية الى أقسام متساوية أى أنه يقسم قاعدة منحنى التوزيع التكرارى الى أقسام متساوية كما بينا ذلك فى شكل ١٤ . وبما أن التوزيع التكرارى يرتفع عادة فى الوسط وينخفض فى الاطراف الا اذا كان ملتويا التواء شديدا . أى أن التكرار يزداد فى الوسط ، ويقل فى الاطراف ، اذن فالتقسيمات المتساوية لقاعدة ذلك التوزيع تؤدى الى تقسيمات غير متساوية لتكرار الدرجات .

وبذلك يصلح الانحراف المعيارى على نقيض المئينيات والاعشاريات والارباعيات التى تقسم قاعدة التوزيع التكرارى الى أقســام غـير متساوية تضيق حول الاعشارى الخامس أو المئينى الـ ٥٠ أو الارباعى الثانى وتتسع فى الاطراف ، وهى فى ضيقها واتساعها تحـدد دائما تكرارات متساوية ، كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لتلك المقاييس .

٤ — الدرجات المتطرفة

الانحراف المعيارى أكثر مقاييس التشتت تأثرا بالدرجات المتطرفة فى التوزيع لاعتماده المباشر على مربعات فروق هــذه الدرجــات عن المتوسط • وهو لا يتأثر تأثرا كبيرا بالدرجات القريبة من المتوسط وذلك لان القيمة العددية لمربعات فروق تلك الدرجات عن المتوسط صغيرة لكنه يتأثر بالمتوســط نفسه لانه الاطار الذى ينسب اليه فروقــه ومربعاتها •

٥ — أثر الاضافة والحذف

لا يتأثر الانحراف المعيارى باضافة عدد ما ثابت لكل درجة من درجات التوزيع التكرارى ، أو بحذف قيمة عددية ثابتة من كل درجة من درجات ذلك التوزيع •

والسبب الذى من أجله يتحرر الانحراف المعيــارى من أثر تلك الاضافة أو الحذف يبدو واضحا عندما ندرك أن انحراف أى عدد عن أى عدد آخر لا يتأثر بالاضافة أو الحذف • وبما أن الانحرافات تحسب احصائيا باجراء عملية طرح عادية ، اذن يمكننا أن نوضح هذه الفكرة بالطريقــة التــالية :

انحراف العدد ٤ عن العدد ٧ = ٧ — ٤

= ٣

وعندما نضيف عددا ثابتا مثل ٥ الى العدد ٧ والى العدد ٤ ثم نحسب الانحرافه بعد تلك الاضافة نرى أن

الانحراف بعد الاضــافة = (٧ + ٥) — (٤ + ٥)

= ١٢ — ٩

= ٣

وعندما نطرح عددا ثابتا مثل ٢ من العدد ٧ والعدد ٤ ثم نحسب الانحراف بعد ذلك الحذف نرى أن

الانحراف بعد الحذف = (٧ — ٢) — (٤ — ٢)

= ٥ — ٢

= ٣

وهكذا نرى أن الانحراف لم يتأثر بالاضافة أو بالحذف ، والجدول رقم (٥٤) يوضح عدم تأثر الانحراف المعيارى باضافة أو بحذف عدد ثابت من كل درجة من درجات التوزيع التكرارى .

∵ الانحراف المعيارى

= √(متوسط مربعات الأعداد ـ مربع متوسط الأعداد)

∴ الانحراف المعيارى للدرجات الأصلية = √(٢٨,٥ — ٥²)

= √(٢٨,٥ — ٢٥)

= √٣,٥

= ١,٩ تقريباً

الانحراف المعيارى للدرجات بعد الإضافة = √(٦٧,٥ — ٨²)

= √(٦٧,٥ — ٦٤)

= √٣,٥

= ١,٩ تقريباً

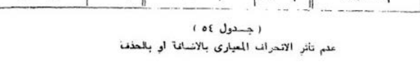
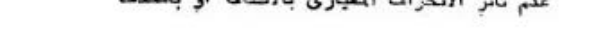
الانحراف المعيارى للدرجات بعد الحذف = √(١٢,٥ — ٣²)

= √(١٢,٥ — ٩)

= √٣,٥

= ١,٩ تقريباً

الدرجة	مربع الدرجة	الدرجة + ٣	مربع (الدرجة + ٣)	الدرجة - ٢	مربع (الدرجة - ٢)
س	س٢	س + ٣	(س + ٣)٢	س ٢	(س - ٢)٢
٣	٩	٦	٣٦	١	١
٤	١٦	٧	٤٩	٢	٤
٥	٢٥	٨	٦٤	٣	٩
٨	٦٤	١١	١٢١	٦	٣٦
مج = ٢٠	مج = ١١٤	مج = ٣٢	مج = ٢٧٠	مج = ١٢	مج = ٥٠
م = ٥	م = ٢٨,٥	م = ٨	م = ٦٧,٥	م = ٣	م = ١٢,٥


(جـدول ٥٤)

عدم تأثر الانحراف المعيارى بالاضافة او بالحذف

ومن هذا نرى أن القيمة العددية للانحراف المعيارى لم تتأثر بإضافة أو بحذف عدد ثابت من جميع درجات التوزيع • ولهذه الخاصية أهميتها الكبرى فى فهمنا لمعنى التشتت الذى يعتمد فى جوهره على الفروق القائمة بين الدرجات ومتوسطها ، ولا يتأثر بالقيمة العددية المشتركة بين جميع تلك الدرجات • ولذا يصبح الانحراف المعيارى من أهم مقاييس الفروق الفردية بين الناس ، ولهذا يعتمد عليه التحليل الاحصائى للاختبارات النفسية • ولوحدات تلك الاختبارات أو أسئلتها ، ولكل مقياس يهدف الى الكشف عن تلك الفروق •

ولهذه الخاصية أهميتها الاحصائية العملية ، اذ أنها تساعد الباحث على تبسيط العمليات الحسابية أثناء استخراج الانحراف المعيارى وذلك بطرح عدد ثابت من جميع الدرجات القائمة فى التوزيع قبل البدء بعملية حساب الانحراف المعيارى حتى تصغر القيمة العددية للدرجات الكبيرة •

هذا وتشترك جميع مقاييس التشتت مع الانحراف المعيارى فى هذه الخاصية • وهى لذلك لا تتأثر بالاضافة أو الحذف • وبما أن الانحراف المعيارى أهمها وأدقها فهو لذلك أنسب مقياس للفروق الفردية •

٦ — علاقته بالمدى الكلى

عندما يكون عدد درجات التوزيع التكرارى كبيرا حيث يصل الى ٥٠٠ وعندما يقترب شكل التوزيع التكرارى من المنحنى الاعتدالى : يقسم الانحراف المعيارى المدى الكلى للدرجات الى ٦ أقسام متساوية • أى أن تشتت الدرجات عن يمين المتوسط يصل الى ٣ أمثال الانحراف

المعيارى • وتشتتها عن يسار المتوسط يصل أيضا الى ٣ أمثال الانحراف المعيارى ، كما سبق أن بينا ذلك فى شكل (١٤) •

ولهذه الخاصية أهميتها فى المراجعة العامة لدقة العمليات الحسابية التى أجريناها لمعرفة القيمة العددية للانحراف المعيارى ، أى أن المدى الكلى للدرجات فى تلك الحالة يساوى ٦ أمثال الانحراف المعيارى •

أى أن الانحراف المعيارى = $\frac{\text{المدى الكلى}}{٦}$ (تقريبا)

وعندما نستعين بهذه الظاهرة لمراجعة مدى صحة حسابنا للانحراف المعيارى لدرجات الجدول رقم (٥١) ، نرى أن

المدى الكلى = (٥٤ — ٠) + ١ = ٥٥

∴ القيمة التقريبية للانحراف المعيارى = $\frac{٥٥}{٦}$

واذا علمنا أن القيمة العددية التى حسبناها لذلك الانحراف المعيارى تساوى ٨٫٥ ندرك أننا لم نخطىء فى تقديرنا لتلك القيمة بالرغم من أننا قدرنا تلك القيمة التقريبية لعينة تختلف فى حجمها عن العينة التى حسبنا منها الانحراف المعيارى •

وهكذا تيسر لنا تلك العلاقة الكشف عن الأخطاء الجسيمة التى قد نقع فيها خلال حسابنا للانحراف المعيارى ، هذا وقد قام سندكور G. W. Snedecro [1] بحساب علاقة الانحراف المعيارى بالمدى الكلى • ويمكن أن نلخص نتائج دراسته فى الجدول رقم (٥٥) •

---

(1) Snedecor. G.W . Statistical Methods, 1940 P, 85.
Vide, Guilford, J - P. Fundamental Statistics in Psyochogy and Education. 1959 . P.93.

عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعياري	عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعياري	عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعياري
٥	٢,٣	٤٠	٤,٣	٤٠٠	٥,٩
١٠	٣,١	٥٠	٤,٥	٥٠٠	٦,١
١٥	٣,٥	١٠٠	٥,٠	٧٠٠	٦,٣
٢٠	٣,٧	٢٠٠	٥,٥	١٠٠٠	٦,٥

(جدول ٥٥)

التقدير التقريبي للانحراف المعياري بمعرفة المدى الكلي وعدد الدرجات

فاذا أردنا مثلا أن نعلم القيمة التقريبية للانحراف المعياري لمجموعة من الدرجات مداها الكلي ٤٠ وعددها ١٠٠ ، نستعين بالجدول السابق في حسابنا التالي بالنسبة لهذا العدد من الدرجات الذي يساوي ١٠٠ فنرى أن .

$$\frac{\text{المدى}}{\text{الانحراف المعياري}} = ٥ \text{ في هذه الحالة}$$

أي أن

$$\frac{٤٠}{\text{الانحراف المعياري}} = ٥$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \frac{٤٠}{٥}$$

$\therefore$ القيمة التقريبية للانحراف المعياري = ٨

ج — الفوائد العملية التطبيقية

بينا فى تحليلنا لخواص الانحراف المعيارى أهم فوائده الاحصائية، ومدى علاقته بالمقاييس الأخرى ومدى اعتمادها عليه .

وللانحراف المعيارى أهمية عملية مباشرة فى تقنين الاختبـارات النفسية تمهيدا لحساب معاييرها المختلفة ؛ حتى تصبح مقاييس صالحة للمقارنة والحكم على مستويات الافراد فى أعمارهم المختلفة ومراحلهم الدراسـية المتتابعة .

هـ — التباين

التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط . أى أنه مربع الانحراف المعيارى . أى أن

التباين = $ع^2$

والتباين بهذا المعنى من أهم مقاييس التشتت لاعتماده المباشر على الانحراف المعيارى : وهو من ناحية أخرى أحد المتوسطات لأنه فى جوهره متوسط لمربعات الانحرافات ؛ ولذا يصلح لقياس الفروق الجماعية بين الأنواع المختلفة للتوزيعات التكرارية . كحسـاب الفـروق بين مستويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لاى مادة من مواد الدراسة أو بالنسبة لدرجات أى قدرة من القدرات العقلية . ويسمى هذا النوع من التحليل بتحليل التباين .

وللتباين فائدته الاحصائية المباشرة فى قياس الانحراف المعيارى للمجموعات المختلفة أو ما يمكن أن نسميه بالانحراف المعيارى الوزنى ؛ كما أطلقنا على متوسط المجموعات أو متوسط المتوسطات أسم المتوسط الوزنى .

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الانحراف المعيارى لدرجـات الطلبة والطالبات وذلك بمعرفة عدد الافراد والمتوسط والانحـراف المعيارى ، لكل مجموعة من المجموعتين .

المجموعة الاولى		المجموعة الثانية	
عددها	$ن_١ = ٧٠$	عددها	$ن_٢ = ٣٠$
متوسط	$م_١ = ٦٠$	متوسطها	$م_٢ = ٥٠$
انحرافها المعيار	$ع_١ = ٣$	انحرافها المعيارى	$ع_٢ = ٢$

وسنرمز الى عدد المجموعة الأولى والثانية بالرمز ن الذى يساوى $ن_١ + ن_٢$ وسنرمز الى متوسط المجموعة الاولى والثانية بالرمز م

وسنرمز الى الانحراف المعيارى ع للمجمـوعة الاولى والثـانية بالرمز ع

ولحساب الانحراف المعيارى ع للمجموعتين معا نتبع الخطـوات التالية .

$$\text{المتوسط الوزنى} = \frac{م_١ \times ن_١ + م_٢ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

$$\therefore م = \frac{٦٠ \times ٧٠ + ٥٠ \times ٣٠}{٧٠ + ٣٠}$$

$$= \frac{٤٢٠٠ + ١٥٠٠}{١٠٠}$$

$$= ٥٧$$

وبما أن فكرة التباين تقوم على حساب مربعات فروق الانحرافات. اذن فعلينا أن نحسب مربع (فرق كل متوسط عن المتوسط العام) .

وسنرمز الى فرق متوسط المجموعة الاولى عن المتوسط العـــام بالرمز ق_1 ، وسنرمز الى فرق متوسط المجموعة الثانية عن المتـــوسط العام بالرمز ق_2 •

$$\therefore \text{ق}_1^2 = (\text{م}_1 - \text{م})^2$$
$$= (\text{٦٠} - \text{٥٧})^2$$
$$= \text{٣}^2$$
$$= \text{٩}$$

وبالتعويض عن القيم العدوية لهذه الرموز ، نرى أن

$$\text{ق}_2^2 = (\text{م}_2 - \text{م})^2$$
$$= (\text{٥٠} - \text{٥٧})^2$$
$$= \text{٧}^2$$
$$= \text{٤٩}$$

هذا وتشبه معادلة التباين الوزنى معادلة المتوسط الوزنى ، مع اختلاف بسيط يدور فى جوهره حول فكرة مربعات الفروق • والصـــورة الرمزية التالية تدل على هذه المعادلة •

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{\text{ع}_1^2 \times \text{ن}_1 + \text{ع}_2^2 \times \text{ن}_2 + \text{ق}_1^2 \times \text{ن}_1 + \text{ق}_2^2 \times \text{ن}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{\text{٣}^2 \times \text{٧٠} + \text{٢}^2 \times \text{٣٠} + \text{٩} \times \text{٧٠} + \text{٤٩} \times \text{٣٠}}{\text{٧٠} + \text{٣٠}}$$

$$= \frac{\text{٦٣٠} + \text{١٢٠} + \text{٦٣٠} + \text{١٤٧٠}}{\text{١٠٠}}$$

$$= \frac{\text{٢٨٥٠}}{\text{١٠٠}}$$

$$= \text{٢٨٫٥}$$

∴ الانحراف المعيارى للمجموعتين معاً = $\sqrt{٢٨,٥}$

= ٥,٣٤

ع = ٫٣٤٥

هذا ويمكن أن نستعين بهذه الطريقة لحساب الانحراف المعيارى الوزنى لأى عدد من المجموعات المختلفة وذلك بمعرفة عدد الأفراد والمتوسط والانحراف المعيارى لكل مجموعة من تلك المجموعات .

تمارين على الفصل الرابع

١ ـ ناقش الاهمية الاحصائية للمدى الكلى وبين نواحى قصوره .

احسب المدى الكلى والارباعيات للتوزيع التكرارى التالى الذى يمثل درجات ٢٥٠ طالبا فى إختيار القدرة العددية كما تبدو فى الجمع البسيط.

الفئــات										
	من	٦	١١	١٦	٢١	٣٦	٣١	٣٦	٤١	٤٦
	إلى	١	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠
التكــرار		٤	١٣	٣٢	٨٥	٦٣	٥٣	٥٢	٣٤	١٤

٣ ـ احسب نصف مدى الانحراف الارباعى للتوزيع التـكرارى السابق .

٤ ـ بين نوع التواء التوزيع التكرارى السابق وذلك بالاستعانة بفروق الارباعيات .

٥ ـ ناقش أهم الخواص الاحصائية للارباعيات وفوائدها العملية التطبيقية .

٦ ـ احسب الاعشاريات للتوزيع التكرارى السابق .

٧ ـ ناقش أهم الخواص الاحصائية للمئينيات والاعشـاريات وفوائدها العملية التطبيقية .

٨ ـ احسب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى السابق بالطريقة المختصرة .

٩ ـ احسب الانحراف المعيارى للتــوزيع التـكرارى الســـابق بالطريقة العامة .

١٠ ـــ ناقش أهم الخواص الاحصائية للانحراف المعيارى •

١١ ـــ قارن بين الاعشاريات والانحراف المعيارى •

١٢ ـــ احسب الانحراف المعيارى الوزنى لدرجات الطلبة والطالبات فى امتحان الجغرافيا وذلك بمعرفة البيانات التالية •

مجموعة الطلبة	مجموعة الطالبات
ن١ = ٦٠	ن٢ = ٤٠
م١ = ٢٠	م٢ = ١٥
ع١ = ٤	ع٢ = ٣

١٣ ـــ ناقش أهم الفروق الجوهرية القائمة بين مقاييس النـــزعة المركزية ومقاييس التشتت •

١٤ ـــ ناقش الأسس العلمية للفكرة التى تقوم عليها عملية حساب التقدير التقريبى للانحراف المعيارى •

الفصل الخامس

المعايير الاحصائية النفسية

للتوزيعات التكرارية التجريبية

عندما يحصل طالب ما على درجات تساوى ٦٣ فى اختبار ما ، فاننا لا نستطيع أن ندرك تماما مستوى هذا الطالب فى ذلك الاختبار الا اذا علمنا الى أى حد تزيد أو تقل هذه الدرجة عن متوسط درجات هـذا الاختبار • فاذا كان متوسط الدرجات يساوى ٤٠ أمكننا أن ندرك أن درجة الطالب تزيد ٢٣ درجة عن المتوسط ، أى ٦٣ — ٤٠ = ٢٣ •

وهذه المعرفة الجديدة لا تحدد تماما مستوى هذا الطالب الا اذا عرفنا متوسط درجات جيل هذا الطالب فى ذلك الاختبار ، أى متوسط درجات الطلبة المساوين له فى العمر الزمنى • أو عرفنا متوسط درجات زملائه فى الدراسة ، أى زملائه فى فرقته •

ولهذا أنشئت معايير الاعمار الزمنية التى تنسب درجة كل طالب الى متوسط درجات أقرانه فى سنه ، وانشئت أيضا معايير الفـرق الدراسية التى تنسب درجة كل طالب الى متوسط درجات أقـرانه فى فرقته •

هذا وعندما نعلم زيادة أية درجة أو نقصانها عن متوسط درجات طلبة جيل واحد ، أو فرقة دراسية واحدة ، فاننا أيضا نجد صعوبة فى معرفة معنى هذه الزيادة اذا علمنا أكبر درجة وأصغر درجة ، أو بمعنى آخر المدى الكلى للدرجات والاقسام الاحصائية التى ينقسم لها هذا المدى وقد سبق أن بينا أن خير تحديد لتلك الاقسام هو الانحـراف

المعيارى ولذلك ننسب زيادة الدرجة أو نقصانها عن المتوسط الى الانحراف المعيارى لتوزيع الدرجات ليصبح تقديرنا أدق وأوضح وتسمى تلك الدرجة بالدرجة المعيارية نسبة الى الانحراف المعيارى • هذا وقد نعدل تلك الدرجة المعيارية ونصوغها فى صورة مناسبة فتصبح بذلك درجة معيارية معدلة •

ويهدف هذا الفصل الى تحليل ودراسة تلك المعايير الاحصائية النفسية المختلفة القائمة على التوزيع التكرارى التجريبى للدرجات التى نحصل عليها مباشرة من اختباراتنا المختلفة •

وتتلخص أهم هذه المعايير فى (١) .

أ — معايير الاعمار الزمنية •

ب — معايير الفرق الدراسية

جـ — الدرجات المعيارية المعدلة •

(أ) معايير الاعمار الزمنية

تتلخص طريقة حساب معايير الاعمار الزمنية ومقابلاتها العقلية فى الخطوات التالية :

١ — يطبق الاختبار على أعمار زمنية متتالية • فيجرى مثلا على الافراد الذين تمتد أعمارهم من ٧ سنوات الى ٢١ سنة مهما كانت مراحلهم الدراسية وفرقهم وفصولهم المختلفة •

---

١ — معايير الاعمار الزمنية . Age Equivalent Norms
٢ — معاييز الفرق الدراسية . Grade Equivalent Norms
٣ — الدرجات المعيارية . Standard Scores
٤ — الدرجات المعيارية المعدلة . Derivd Standard Scores

نحسب فئات الاعمار التى تمتد الى سنة زمنية بحيث تبـدأ من منتصف السنة السابقة لها وتمتد فى مداها الى ما قبل منتصف سنتها بشهر واحد • وبذلك يحسب العمر الزمنى الذى يبلغ ٨ سنوات من ٧ سنوات و ٦ أشهر الى ٨ سنوات و ٥ أشهر أى من ٩٠ شهرا الى ١٠١ شهرا • ويحسب العمر الزمنى الذى يبلغ ١٢ سنة من ١١ سنة و ٦ أشهر الى ١٢ سنة و ٥ أشهر أى من ١٥٠ شهرا الى ١٦١ شهرا وبذلك يصبح مدى كل عمر مساويا لـ ١٢ شهرا ، ولتيسير عملية تحويل السنوات الى أشهر أنشأنا جدولا خاصا لهذا التحويل فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية ، وهو الجدول رقم (١) الخاص بتحويل الاعمار السنوية الى مقابلاتها الشهرية •

والجدول رقم ٥٦ يوضح فكرة تحويل العمر السنوى الى فئـات العمر الشهرى اللازمة لحساب معايير الاعمار الزمنية •

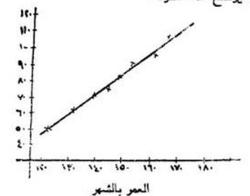
العمر بالسنة	فئات الأشهر	العمر بالسنة	فئات الأشهر
٧	٧٨ — ٧٩	١٥	١٧٤ — ١٨٥
٨	٩٠ — ١٠١	١٦	١٨٦ — ١٩٧
٩	١٠٢ — ١١٣	١٧	١٩٨ — ٢٠٩
١٠	١١٤ — ١٢٥	١٨	٢١٠ — ٢٢١
١١	١٢٦ — ١٣٧	١٩	٢٢٢ — ٢٣٣
١٢	١٣٨ — ١٤٩	٢٠	٢٣٤ — ٢٤٥
١٣	١٥٠ — ١٦١	٢١	٢٤٦ — ٢٥٧
١٤	١٦٢ — ١٧٣	٢٢	٢٥٨ — ٢٦٩

(جدول ٥٦)

تحويل الاعمار السنوية الى مقابلاتها الشهرية

٣ — يحسب التوزيع التكرارى لدرجات الطلبة فى كل فئة زمنية ، ويحسب من ذلك التكرار ، المتوسط أو الوسيط .

٤ — يرسم منحنى أو خط بيانى ليدل على علاقة متوسطات الدرجات بالاعمار الزمنية بحيث يدل المحور الافقى على الاعمار ويدل المحور الرأسى على الدرجات ويرسم هذا المنحنى أو الخط ليصل بين نقط الوسم البيانى بحيث يمر باكبر عدد من نقط الرسم ، وبحيث يصبح عدد النقط التى تعلوه مساويا لعدد النقط التى تنخفض عنه (١) ، والشكل رقم ١٥ يوضح هذه الفكرة .



العمر بالشهر

(شكل ١٥)

تحويل الدرجات الى الاعمار العقلية المقابلة لها

هـ — يستخدم الرسم البيانى السابق لتحديد الاعمار المقابلة للدرجات التى يحصل عليها الطلبة فى ذلك الاختبار . فاذا طبق الاختبار على طالب ما عمره ١٠ سنوات وكان مجموع درجاته مساويا ١٥ درجة

(١) تعتمد الطريقة الاحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا المنحنى او الخط على طريقة تصغير المربعات كما سيأتى بيان ذلك Least square method

فاننا نستطيع أن نقرأ من الرسم ، العمر المقابل لـ ١٥ درجة . واذا وجدنا مثلا أن هذا العمر يساوى ١٢ سنة أمكننا أن نحكم بأن العمر العقلى لذلك الطالب بالنسبة للاختبار هو ١٢ سنة ، فاذا كان هذا الاختبار يقيس الذكاء . أمكن حساب نسبة ذكاء ذلك الطالب بالطريقة التالية .

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$\therefore \text{العمر العقلى فى هذه الحالة} = ١٢ \text{ سنة}$$

$$\text{والعمر الزمنى} = ١٠$$

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = \frac{١٢}{١٠} \times ١٠٠ = ١٢٠$$

واذا كان الاختبار يقيس القدرة العددية فان العمر العقلى العددى لذلك الطالب يصبح مساويا ١٢ سنة . أى أن

$$\text{النسبة العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العقلى العددى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١٢}{١٠} \times ١٠٠$$

$$= ١٢٠$$

وهكذا نرى أهمية هذه الطريقة فى حساب المعايير المختلفة ونسبها العقلية . وهى تتميز بالسهولة والوضوح بحيث يمكن للفرد العادى أن يدرك مفهومها وآثارها . وهى تسهم فى التوجيه التحصيلى والتربوى وفى الكشف عن مظاهر التأخر ، ولذلك يستعين بها الباحث فى تشخيص التخلف الدراسى بأنواعه المختلفة .

وقد أدت هذه المعايير الى ظهور نسب مختلفة نلخص أهمها في [1] •

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

$$\text{النسبة التعليمية} = \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

$$\text{النسبة التحصيلية} = \frac{\text{النسبة التعليمية}}{\text{نسبة الذكاء}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر العقلي}} \times ١٠٠$$

هذا ويمكن أن نمتد بالنسبة التعليمية لنحسب منها النسبة التعليمية الحسابية ، والنسبة التعليمية الجغرافية ، وهكذا بالنسبة لجميع المواد الدراسية المختلفة •

ومن أهم ما يعاب على طريقة المعايير الزمنية :

١ — أنها لا تعتمد على الفرق الدراسية • بل تعتمد فقط على الاعمار الزمنية ، ولهذا الناحية آثارها المختلفة على النواحي التحصيلية • فطالب الفرقة الرابعة بالمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات يفـــوق طالب الفرقة الثالثة بالمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات في نواحيه التحصيلية • أي أن الاختبار يحابي الطالب الاول ويضار به الطالب الثاني وخاصة اذا كان الاختبار اختبـــارا تحصيليا يقـــوم في

---

(١) نسبة الذكاء Intelligence Quotient ويرمز لها بـ I. Q

النسبة التعليمية Educational Quotient ويرمز لها بـ E. Q

النسبة التحصيلية Accomplishment Quotient ويرمز لها بـ A.Q

جوهره على ما درسه طالب السنة الرابعة ولم يدرسه طالب السنة الثالثة .

وعندما يتحرر الاختبار من النواحى التحصيلية ويميل الى قياس النواحى العقلية التى لا تعتمد من قريب على التحصيل تقل عن هذه التفرقة أو تكاد تزول ويصبح الاختبار صالحا لتحديد تلك المعايير .

٢ — وأن معايير الفرق الدراسية العليا لا تمثل تماما عينة الافراد لان الذين وصلوا الى تلك المستويات هم الذين اجتازوا امتحانات القبول للمراحل المختلفة بنجاح . أى أنهم بهذا المعنى خلاصة منتقاة من جميع الافراد الذين مروا بالمرحلة الاولى للتعليم ، وبذلك تصبح مستوياتهم المختلفة أعلى من مستويات أقرانهم الذين لم يصلوا الى ذلك المستوى الدراسى .

هذا وقد حاول توموسون G. H. Thomson (١) سنة ١٩٣٢ ومن بعده لولى D. N. Lawley (٢) سنة ١٩٥٠ أن يعالجا هذه المشكلة معالجة احصائية دقيقة فى حسابهما لمعايير الاختبارات الجماعية . ولا يتسع مجال هذا الكتاب لتحليل النواحى التفصيلية الرياضية لتلك الطرق . ويستطيع الباحث أن يواجه هذه المشكلة مواجهة عملية احصائية وذلك بأن يمتد بعينة أفراده حتى تشمل طلبة التعليم الثانوى العام والفنى وغير ذلك من العينات المختلفة التى تكفل سلامة الاختبار .

---

(1) Thomson, G. H. Standardization of Group Tests and The Scatter of Intelligence Quotients, B. J. Ed. Psy., 1932. esp, p. 91

(2) Lawley, D. N. A Method of Standardizing Group Tests, B. J. Psy. Stat. Sect., 1950. p. p. 86 — 89.

٣ — وأن الفئة الزمنية التى تمتد الى ١٢ شهرا أو سنة تعوق ظهور مظاهر النمو الشهرى للظاهرة التى يقيسها الاختبار .

هذا وفى مقدور الباحث أن يرصد متوسطات الدرجات بالنسبة لكل شهر بدل رصده لها بالنسبة لكل سنة فان آنس منها وفيها مظاهر لها دلالتها العلمية فله أن يبقيها كما هى ، وان لم ير فيها دلالة واضحة فعليه أن يجمعها فى فئات سنوية أو نصف سنوية أو ما يصلح للظاهرة التى يرصد لها معاييرها . وله أن يجمع بين الطريقتين فى تنظيم واحد ويمتد بمدى الفئة عندما تخضع الدرجات لذلك الامتداد ويضيق بهذا المدى عندما لا تصلح تلك الدرجات لمثل ذلك الامتداد .

(ب) — معايير الفرق الدراسية

تحدد هذه المعايير متوسطات درجات أى اختبار ما بالنسبة للفرق الدراسية المتتابعة . والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه المعايير .

١ — يجرى الاختبار على عينة شاملة لطلبة الفرق الدراسية المتتابعة ، كأن يجرى مثلا على طلبة الفرق الاولى والثانية والثالثة بالمرحلة الثانوية .

٢ — يحسب متوسط الدرجات لكل فرقة . أى متوسط درجات طلبة السنة الاولى ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثانية ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثالثة .

٣ — نرسم خطا بيانيا لنبين به العلاقة بين الفرق الدراسية ومتوسطات الدرجات بحيث يدل المحور الأفقى على الفرق الدراسية ويدل المحور الرأسى على متوسطات الدرجات .

٤ — يستخدم الرسم البيانى السابق لقراءة المعايير الدراسية لطلبة المرحلة الثانوية بالنسبة لذلك الاختبار •

وهكذا نرى أن هذه الطريقة لا تختلف عن طريقة المعايير الزمنية الا فى نسبتها متوسطات الدرجات الى الفرق الدراسية بدل أن كانت تنسب للاعمار الزمنية •

وقد يعاب على هذه الطريقة عجزها عن تحديد الشهور الدراسية المختلفة للفرقة الواحدة • اذ لا شك أن مستوى طالب السنة الثانية الثانوية فى الشهر الاول للدراسة يقل فى مستواه عنه وهو فى الشهر الرابع للدراسة • ولذلك تعتمد هذه الطريقة فى صورتها الحقيقية الحديثة على الجمع بين الفرقة الدراسية وشهورها المختلفة • وبما أن العام الدراسى يمتد الى حوالى ٩ شهور اذلك اصطلح على أن يكتب الشهر الدراسى قبل الفرقة بالطريقة التالية : الشهر الدراسى ، الفرقة ولذلك يكتب الشهر الدراسى الثانى بالفرقة الثالثة هكذا ٢ ، ٣ ويكتب الشهر الدراسى الخامس بالفرقة الثانية هكذا ٥ ، ٢ • وبذلك نستطيع أن نحدد معايير الفرق الدراسية بالنسبة لكل شهر من شهورها الدراسية •

هذا وتقوم فكرة هذه المعايير الدراسية على أن النمو التعليمى أو التحصيلى يتزايد بانتظام خلال العام الدراسى منذ بدئه الى نهايته ، مع أن تحصيل أغلب المواد الدراسية يتطور بسرعة فى نهاية العام الدراسى وخاصة ما يعتمد منها على المراجعة والتجويد • والرسم البيانى الذى يدل على تلك المعايير يمتد بانتظام من بدء العام الدراسى الى نهايته فيخفى بانتظامه هذه الطفرة التى تحدث فى نهاية العام •

ولا يوضح هذا الرسم أيضا سرعة النمو خلال الأجازة الصيفية لأن تحديد مدى فئات الفرق الدراسيه يمتد من بدء الفرقه الاولى الى

نهايتها ثم يمتد مباشرة من بدء الفرقة الثانية الى نهايتها • وهكذا بالنسبة للفرق الدراسية الاخرى •

ومهما يكن من أمر هذه الانتقادات فانها تبدو هينة يسيرة اذا قورنت بمدى بساطة تلك الطريقة ووضوحها وسهولتها • وقد أدت بها تلك البساطة الى شيوع استخدامها فى الاختبارات التحصيلية وخاصة فى المرحلة الابتدائية •

جـ — الدرجات المعيارية

تعتمد المعايير الزمنية ومعايير الفرق الدراسية اعتمادا مباشرا على متوسطات الدرجات الخام ولا تتصل بصورتها السابقة من قريب أو بعيد بالانحراف المعيارى الذى يحدد مدى تشتت درجات التوزيع التكرارى لاى عمر زمنى أو لاية فرقة دراسية •

ولا شك أن انحراف الدرجات عن المتوسط يوضح مستوياتها المختلفة • فالانحراف الموجب يعنى زيادة الدرجة عن المتوسط ، والانحراف السالب يعنى نقصان الدرجة عن المتوسط ، وقد سبق أن بينا أن :

الانحراف = الدرجة — المتوسط

أى أن ع = س — م

فاذا كان متوسط درجات اختبار ما يساوى ١٥ فان الدرجة ١٧ التى يحصل عليها أى طالب ما تنحرف عن هذا المتوسط انحرافا موجبا ومقداره ٢ لان

ع = ١٧ — ١٥

= + ٢

والدرجة ٩ التى يحصل عليها طالب آخر تنحرف عن هذا المتوسط انحرافا سالبا مقداره ٦ لان

= ٩ — ١٥
= — ٦

وهكذا نستطيع أن ننسب درجة أى طالب ما الى متوسط درجات أقرانه ، وأن نستطرد لنقرر المعايير المختلفة لتلك الانحرافات كما سبق أن فعلنا ذلك بالمعايير الزمنية ، ومعايير الفرق الدراسية . لكننا سندرك بعد حين أن هذا الانحراف لا يكفى وحده للحكم على مستويات الافراد فقد تنتشر درجات الاختبار انتشارا كبيرا بعيدا عن المتوسط بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوى لـ ٢ قريبا جدا بالنسبة للتوزيع من المتوسط ولا يؤدى بنا الى الحكم الصحيح على مستوى ذلك الطالب . ويصبح الانحراف السالب المساوى لـ ٦ قريبا أيضا من ذلك المتوسط بالنسبة للتوزيع وقد يضيق انتشار الدرجات ويقل تشتتها بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوى لـ ٢ بعيدا عن المتوسط بالنسبة للتوزيع . وهذا يحدد لمثل ذلك التشتت مستويا عاليا من مستويات ذلك الاختبار .

والمثال المبين فى الجدول رقم ٥٧ الذى يدل على درجات طالب ما فى أربعة اختبارات مختلفة يوضح تلك الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف عن المتوسط
عربى	١٠	١٢	+ ٢
انجليزى	١٥	١٧	+ ٢
قدرة عددية	٨	٧	— ١
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	— ١

(جدول ٥٧)
مقارنة لانحرافات الدرجات عن متوسطاتها

وهكذا نرى أن انحراف درجات الطالب فى كل من الاختبارين الاول والثانى يساوى + ٢ وانحراف درجاته فى كل من الاختبارين الثالث والرابع يساوى — ١ وقد يتبادر الى الذهن أن تفوق هذا الطالب فى الاختبار الاول يساوى تفوقه فى الاختبار الثانى ، وأن ضعفه فى الاختبار الثالث يساوى ضعفه فى الاختبار الرابع ، لكننا عندما ندرك القيم المختلفة لتشتت درجات الاختبارات السابقة ونسبة مستوى هذا التفوق أو ذلك الضعف لها ، ندرك خطأ حكمنا السابق .

والجدول رقم ٥٨ يوضح هذه الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف من المتوسط	الانحراف المعيارى	الانحراف عن المتوسط / الانحراف المعيارى
عربى	١٠	١٢	+ ٢	٤	+ ٠,٥
انجليزى	١٥	١٧	+ ٢	٢	+ ١,٠
قدرة عددية	٨	٧	— ١	٥	— ٠,٢
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	— ١	٢	٠,٥

(جدول ٥٨)
الدرجات المعيارية

وعندما نسبنا انحراف درجة الطالب فى الاختبار الاول الى الانحراف المعيارى لذلك الاختبار وذلك بقسمة + ٢ على ٤ أى بقسمة الانحراف عن المتوسط على الانحراف المعيارى ، وجدنا أن مستوى الطالب فى اللغة العربية أصبح مساويا + ٥ر٠

وعندما نسبنا انحراف درجات الطالب فى اختبار اللغة الانجليزية الى الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار وذلك بقسمة + ٢ على ٢ وجدنا أن مستوى الطالب أصبح مساويا + ٠ر١ . وبذلك يصبح مستواه

فى الاختبار الثانى أكبر من مستواه فى الاختبار الاول رغم أن انحرافه درجته فى الاختبار الأول يساوى انحراف درجته فى الاختبار الثانى . وهكذا بالنسبة للاختبار الثالث والرابع . وقد نشأ هذا الفرق من نسبة الانحراف الى أهم مقاييس التشتت وهو الانحراف المعيارى .

وبذلك نستطيع أن نحكم حكما أدق من حكمنا السابق على مستويات ذلك الطالب بالنسبة للاختبارات المختلفة لاننا أعتمدنا فى حكمنا هذا على المتوسط والانحراف المعيارى .

هذا وقد اصطلح على تسمية ناتج قسمة الانحراف على الانحراف المعيارى بالدرجة المعيارية ، أى أن .

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

حيث يدل الرمز س على الدرجة

والرمــــز م على المتوسط

والرمــــز ع على الانحراف المعيارى

وبذلك تحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب السابق فى اختبار اللغة العربية بالطريقة التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١٢ - ١٠}{٤}$$

$$= \frac{٢}{٤}$$

$$= +٠,٥$$

وتحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب فى اختبار القدرة الميكانيكية بنفس الطريقة السابقة ، أى أن :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١١ - ١٢}{٢}$$

$$= \frac{-١}{٢}$$

$$= -٠,٥$$

والجدول السابق رقم ٥٨ يبين طريقة حساب هـذه الدرجـات المعيارية لدرجات الطالب فى الاختبارات المختلفة التى أجريت عليه •

ا ــ اهم الخواص الاحصائية للدرجات المعيارية :

١ ــ المتوسط الحسابى للدرجات المعيارية لأى توزيع تكرارى ما يساوى دائما صفرا • وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحا • والجدول رقم ٥٩ يوضح هذه الفكرة •

الدرجة	الانحراف	مربعات الانحرافات	الدرجات المعيارية	مربعات الدرجات المعيارية
س	ح = س − م	ح²	$\frac{ح}{ع}$	$\left(\frac{ح}{ع}\right)^2$
١	٩ −	٨١	١,٣ −	١,٦٩
٢	٨ −	٦٤	١,٢ −	١,٤٤
٤	٦ −	٣٦	٠,٩ −	٠,٨١
٥	٥ −	٢٥	٠,٧ −	٠,٤٩
٦	٤ −	١٦	٠,٦ −	٠,٣٦
١٢	٢ +	٤	٠,٢ +	٠,٠٩
١٤	٤ +	١٦	٠,٦ +	٠,٣٦
١٧	٧ +	٤٩	١,٠ +	١,٠
١٩	٩ +	٨١	١.٣ +	١,٦٩
٢٠	١٠ +	١٠٠	١.٥ +	٢,٠٥
مج = ١٠٠		مج . = ٤٧٢	مج = صفر	مج = ١٠,٠٠ تقريباً
$= \frac{١٠٠}{١٠}$		$ع = \sqrt{\frac{٤٧٢}{١٠}}$	$م = \frac{صفر}{٢٠}$	$ع = \sqrt{\frac{١٠}{١٠}}$
= ١٠		= ٦,٨٧	= صفر	= ١

(جدول ٥٩)

حساب متوسط الدرجات المعيـــــارية وانحرافها المعيارى

ومن هذا نرى أن متوسط الدرجات المعيارية يساوى صفرا كما تدل على ذلك نتيجة حساب أعداد العمود الرابع بالجدول السابق ، وأن

انحرافها المعيارى يساوى واحدا صحيحا كما تدل على ذلك نتيجـة حساب أعداد العمود الاخير بالجدول السابق .

٢ — بما أن فكرة الدرجات المعيارية تقوم على مدى انحـراف الدرجة عن متوسطها ، وبما أن الدرجات التى تقل قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافا سالبا ، والدرجات التى تزيد قيمتهـا العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافا موجبا . اذن فبعض الدرجات المعيارية للتوزيع التكرارى سالب والبعض الآخر موجب لنفس ذلك التوزيع . وقد بينا فى تحليلنا السابق معنى الدرجات السالبة ومعنى الدرجات الموجبـة .

٣ — وحدة مقياس الدرجات المعيارية هى الانحراف المعيارى . أى أنها تساوى ١ ع . ويمكن أن ندرك هذه الخاصية بوضوح عندما نذكر أننا فى حسابنا للدرجات المعيارية قسمنا الانحراف على الانحـراف المعيارى .

هذا وبما أن الانحراف المعيارى للدرجات المعيارية يساوى واحدا صحيحا كما سبق أن بينا ذلك للاعداد المبينة بالجدول رقم ٥٩ . وبما أن مدى انتشار التوزيعات التكرارية لا يكاد يتجاوز + ٣ انحرافات معيارية فى الأغلب والأعم . اذن فتلك الوحدات تقسم المقياس الى ٣ وحدات من المتوسط الى الطرف الاول للتوزيع أى الى — ٣ والى ٣ وحدات من المتوسط الى الطرف الثانى للتوزيع أى الى + ٣ . أى أن درجات التوزيع كله تنقسم فى مداها الى ٦ أقسام كل قسم يساوى القيمة العددية للانحراف المعيارى التى بدورها تساوى واحدا صحيحا بالنسبة للدرجات المعيارية .

ب ـ أهم التطبيقات العملية

بما أن متوسط الدرجات المعيارية لاى توزيع ما يساوى صفرا ، وانحرافها المعيارى يساوى دائما واحدا صحيحا اذن يمكننا أن نقارن درجات الإختبارات المختلفة مهما كان متوسط درجاتها الخام ومهما كانت قيم انحرافاتها المعيارية • وذلك لان عملية تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية توحد متوسطات جميع تلك الاختبارات أو نقطة الصفر كلا منها يساوى واحـدا صحيحا • وبهذا نستطيع أن نقـارن درجات وتجعل وحدات المقياس متساوية فى كل اختبار من تلك الاختبارات لأن اختبار ما بدرجات اختبار آخر وذلك عندما نقارن المستويات المختلفة لتلك الاختبارات ، كما سبق أن بينا ذلك فى البيانات العددية الموضحة بالجدول رقم ٥٩ •

ونستطيع أيضا أن نحسب متوسط الدرجات المعيارية التى يحصل عليها طالب ما فى الاختبارات المختلفة لان وحداتها متساوية ولا نستطيع أن نجرى نفس هذه العملية بالنسبة للمئينيات أو الاعشـاريات لان وحداتها غير متساوية •

جـ ـ أهم عيوب الدرجات المعيارية :

١ ـ يعاب على الدرجات المعيارية أنهـا تلتزم حـدود التوزيع التكرارى للدرجات الخام•أى أنها لا تغير أى شىء فىشكل هذا التوزيع• وقد يكون التوزيع ملتويا التواء موجبا أو سالبا لأن عينة الأفراد التى أجرى عليها الاختبار كانت صغيرة أو أنها لم تكن صالحة لتمثيل جميع الأفراد المحتمل قياسهم بذلك الاختبار • وعندما يزداد عـدد الأفراد يتغير ذلك التوزيع ، وعندما تتغير طريقة اختبارهم يتغير أيضا شكل التوزيع • فكأن الدرجات المعيارية بهذا المعنى تقوم على أطار غير ثابت•

وخير لنا أن ننسب هذه الدرجات الى التوزيع التكرارى المحتمل عندما يزداد عدد أفراد العينة ، وعندما تصبح هذه العينة صـــالحة لتمثيل النوع الذى اشتقت منه ، وعندما يصبح الاختبار أيضا ممثلا للنوع الذى اشتق منه • وقد دلت الدراسات المختلفة على أن أغلب التوزيعات التكرارية للظواهر الانسانية والحيوية المختلفة تميل الى الشكل الاعتدالى المتناسق وخاصة عندما نحسن اختيار عينة الافراد التى يجرى عليها البحث وعينة الاسئلة الاختيارية التى يقاس بهـــا الأفراد ، ولهذا سنحاول أن ننسب الدرجات الخام الى ذلك الاطار العام عندما نبين الخواص الاحصائية للمنحنى الاعتدالى المعيارى •

٢ — ويعاب عليها كثرة علاماتها السالبة ، وذلك لان نصف الدرجات المعيارية لاى توزيع تكرارى سالب والنصف الآخر موجب ، ويصعب على الفرد العادى أن يدرك أحيانا معنى الدرجة السالبة ، وقد يصعب على الباحث أن يخضعها بدقة للعمليات الاحصائية المختلفة ، ولهذا تهدف الدرجات المعيارية المعدلة الى التخلص من الدرجات السالبة وذلك بتغيير بدء المقياس من المتوسط الى نقطة أخرى بحيث تتحول جميع الدرجات السالبة الى درجات موجبة ، والوسيلة الاحصائية لذلك هى أن نحدد قيمة عددية كبيرة للمتوسط ولتكن ٥٠ مثلا بدلا من الصفر الذى تؤدى اليه الدرجات المعيارية •

٣ — ويعاب عليها أيضا أن وحدة قياسها كبيرة لانهـــا تســـاوى انحرافا معياريا واحدا • وقد سبق أن بينا أن المدى الكلى للدرجات ينقسم الى حوالى ستة انحرافات معيارية ، أى أن وحـــدة القياس تصبح بهذا المعنى المدى الكلى للدرجات • ولهـــذا تهـــدف الدرجات المعيارية المعدلة الى تصغير هذه الوحدة وذلك بضرب الدرجة المعيارية فى حوالى ١٠ مثلا أى أن الانحراف المعيارى الواحد يصبح بذلك المعنى مساويا لعشرة أقسام ، وهكذا نتغلب على الوحدات الكبيرة •

د — الدرجات المعيارية المعدلة

١ — حساب الدرجات المعدلة من الدرجات المعيارية

تهدف الدرجات المعيارية المعدلة الى تصحيح بعض عيوب الدرجات المعيارية وذلك بتعديلها الى انحراف معيارى جديد والى متوسط آخر .

فاذا ضربنا الدرجة المعيارية الاولى فى الجدول السابق رقم ٥٩ فى ١٠ أمكننا أن نصغر الوحدات ، وبذلك تتعدل الدرجة المعيارية من — ١٫٣ الى — ١٣ أى أن بعدها عن المتوسط يصبح مساويا لـ ١٣ وحدة جديدة بدل أن كان يساوى — ١٫٣ وحدة قديمة . وبذلك نصل الى تصغير وحدات المقياس . ويصبح الانحـراف المعيـارى لتلك الدرجات مساويا لـ ١٠ بدلا أن كان يساوى ١ .

واذا أضفنا الى تلك الدرجة المعيارية التى عدلناها ٥٠ امكننا أن نتخلص من علامتها السـالبة . وبذلك تتعدل تلك الدرجة المعيارية من — ١٣ الى + ٣٧ وهكذا يصبح متوسط الدرجات مساويا ٥٠ بدلا أن كان يساوى صفرا .

أى أننا بهذا المعنى عدلنا الانحراف المعيارى أولا من ١ الى ١٠ ثم عدلنا المتوسط ثانيا من صفر الى ٥٠ .

والجدول رقم ٦٠ يبين طريقة تعديل الدرجات المعيارية التى رصدناها فى الجدول السابق رقم ٥٩ .

الدرجة	الدرجة المعيارية	التعديل الجزئي الدرجة المعيارية × ١٠	التعديل الكلي (الدرجة المعيارية × ١٠) + ٥٠
١	− ١,٣	− ١٣	٣٧
٢	− ١,٢	− ١٢	٣٨
٤	− ٠,٩	− ٩	٤١
٥	− ٠,٧	− ٧	٤٣
٦	− ٠,٦	− ٦	٤٤
١٢	+ ٠,٣	+ ٣	٥٣
١٤	+ ٠,٦	+ ٦	٥٦
١٧	+ ١,٠	+ ١٠	٦٠
١٩	+ ١,٣	+ ١٣	٦٣
٢٩	+ ١,٥	+ ١٥	٦٥

(جدول ٦٠)

حساب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية

هذا ويبين العمود الأخير فى هذا الجدول القيم العددية للدرجات المعيارية المعدلة . ومن خصائص هذه الدرجات الجديدة أن متوسطها يساوى المتوسط الذى اخترناه لها أى ٥٠ كما يدل على ذلك التحليل التـالى :

$$\text{متوسط الدرجات المعيارية} = \frac{\text{مجموعها}}{\text{عددها}}$$

$$= \frac{٥٠٠}{١٠}$$

$$= ٥٠$$

وهذا هو نفس العدد الذى أضفناه الى الدرجات المعيارية بعـد ضرب كل منها فى ١٠ ، أى أنه المتوسط الذى اخترناه لها .

ومن خصائصها أيضا أن انحرافها المعيارى يساوى الانحـراف المعيارى الذى اخترناه لها أى ١٠ كما يدل على ذلك التحليل الحسابى التالى :

الانحراف المعيارى للدرجات المعيارية المعدلة = √(متوسط مربعاتها − مربع متوسطاتها)
= √(٢٦٠١,٨ − ٢٥٠٠)
= √١٠١,٨
= ١٠ تقريباً

وهذا هو نفس العدد الذى ضربناه فى كل درجة معيارية . أى أنه الانحراف المعيارى الذى اخترناه لها .

٢ ــ حساب الدرجات المعدلة من الدرجات الخام :

يؤدى بنا التحليل السابق الذى انتهى بنا الى حســاب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية الى معرفة الوسيلة لحساب الدرجات المعيارية المعدلة مباشرة من الدرجات الخام .

وبما أن تعديل الدرجات المعيارية يتلخص فى ضربها فى الانحراف المعيارى الجديد ثم جمع ناتج عملية الضرب على المتوسط .

∴ الدرجة المعيارية المعدلة = (الدرجة المعيارية × الانحـراف المعيارى المعدل) + المتوسط المعدل

لكن الدرجة المعيارية $= \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$

∴ الدرجة المعيارية المعدلة $= \left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} \times \acute{\text{ع}} \right) + \acute{\text{م}}$

حيث يدل الرمز عَ على الانحراف المعيارى المعدل

ويدل الرمز مَ على المتوسط المعدل

هذا ويمكن أن نعيد تنظيم رموز المعادلة السابقة فى الصورة التالية :

الدرجة المعيارية المعدلة $= \left(\frac{\acute{\text{ع}}}{\text{ع}} \text{س} - \frac{\acute{\text{ع}}}{\text{ع}} \text{م} \right) + \acute{\text{م}}$

$= \left(\frac{\acute{\text{ع}}}{\text{ع}} \right) \text{س} - \left(\frac{\acute{\text{ع}}}{\text{ع}} \right) \text{م} + \acute{\text{م}}$

وبتطبيق هذه المعادلة على الدرجات الخام لمثالنا السابق نرى أن متوسط الدرجات الخام يساوى ١٠ وانحرافها المعيارى يساوى ٦٫٨٧ كما بينا ذلك فى جدول ٥٧ والمتوسط المعدل يساوى ٥٠ والانحراف المعيارى المعدل يساوى ١٠ .

أى أن م $= ١٠$ مَ $= ٥٠$

ع $= ٦٫٨٧$ عَ $= ١٠$

∴ الدرجة المعيارية المعدلة $= \left(\frac{١٠}{٦٫٨٧} \right) \text{س} - \left(\frac{١٠}{٦٫٨٧} \right) \times ١٠ + ٥٠$

$= ١٫٤٥٦ \text{س} - ١٤٫٥٥٦ + ٥٠$

$= ١٫٤٥٦ \text{س} + ٣٥٫٤٤٤$

وعندما تصبح الدرجة الخام س مساوية ١ تصبح الدرجة المعيارية المعدلة مساوية لناتج العملية التالية :

الدرجة المعيارية المعدلة = ١,٤٥٦ × ١ + ٣٥,٤٤٤

= ٣٦,٩٠٠

= ٣٧ تقريباً

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها فى جدول ٦٠ للدرجة الخام ١ عندما حسبنا الدرجة المعيارية المعدلة لها عن طريق درجتها المعيارية .

ويمكن أن نستخدم المعادلة السابقة فى حساب جميع الدرجات المعيارية المعدلة للدرجات الخام المبينة بالجدول السابق .

تمارين على الفصل الخامس

١ — ناقش أهم الاسس العلمية التى تقوم عليها المعايير الاحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية •

٢ — ما هى أهم مميزات وعيوب معايير الاعمار الزمنية •

٣ — أذكر الخطوات الرئيسية لحساب معايير الأعمار الزمنية ووضح هذه الخطوات بمثال عددى ؟ واذكر أهم فوائد وعيوب تلك المعايير •

٤ — ما هى أهم الفروق الرئيسية بين النسب التالية •

أ — نسبة الذكاء

ب — النسبة التعليمية

جـ — النسبة التحصيلية •

٥ — أذكر الفروق الجوهرية القائمة بين معايير الاعمار الزمنية ومعايير الفروق الدراسية •

٦ — « تصلح الدرجات المعيارية لمقارنة درجات الطالب فى أختبارين مختلفين ، ولمقارنة درجات الطلبة فى اختبار واحد » ناقش •

٧ — بين أهم التطبيقات العملية للدرجات المعيارية •

٨ — بين أهم عيوب الدرجات المعيارية •

٩ — احسب الدرجات المعيارية للدرجات التالية •

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١١ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٢ ، ٢٣

١٠ — احسب الدرجات المعيارية المعدلة للدرجات المبينة فى التمرين السابق بحيث يصبح المتوسط مساويا ١٠٠ ، والانحراف المعيارى مساويا ١٠ •

الفصل السادس

التوزيع التكراري الاعتدالي المعياري

الاحتمال والصدفة :

عندما تراهن زميلا لك على أمر ما ثم تختلفان فيما بينكما في الحكم على نتيجة هذا الرهان ثم تحتكمان الى القرعة فيمسك أحدكما قرشا ويلقيه على الارض على أن يختار كل منكما وجها من أوجه القرش : الصورة أو الكتابة ، فان احتمال فوز كل منكما في هذا الرهان يعادل احتمال فوز الآخر ، لان القرش اما أن يقع على الارض وصورته الى أعلى ، أو يقع على الأرض وكتـابته الى أعلى ، أي أن احتمال ظهور الصورة والكتابة لقرش واحد هو احتمال من اثنين أي ½ أي أن احتمال فوز كل واحد منكما في هذه الحالة هو ٥٠٪ .

وعندما نلقى بقرشين على الارض عددا كبيرا من المرات فان الاحتمالات الممكنة لظهور الصورة والكتابة للقرشين معا تتلخص في الجدول رقم ٦١

القرش الأول	القرش الثانى
صورة	صورة
صورة	كتابة
كتابة	صورة
كتابة	كتابة

(جدول ٦١)

ظهور الصور والكتابه لقرشين معا

أى أن الاحتمالات تخضع للنسب التالية التى يبينها الجدول رقم ٦٢:

النوع	احتمال الظهور	النسب
صورة صورة	١	$\frac{١}{٤}$
صورة كتابة	٢	$\frac{٢}{٤}$
صورة كتابة	١	$\frac{١}{٤}$
المجموع	٤	١

جدول ٦٢
احتمالات ظهور الصور والكتابه للقرشين معا

أى أن احتمال ظهور صورة القرش الاول وصورة القرش الثانى معا هو $\frac{١}{٤}$. واحتمال ظهور الصورة والكتابة معا هو $\frac{٢}{٤}$ اى $\frac{١}{٢}$ ، واحتمال ظهور كتابة القرش الاول وكتابة القرش الثانى هو $\frac{١}{٤}$

وعندما نلقى بـ ٦ قروش معا عددا كبيرا من المرات فان الاحتمالات الممكنة لظهور الصور المرسومة على القرش تتلخص فى الجدول رقم ٦٣ [١] :

---

١ ــ تحسب احتمالات ظهور الصور فى مثالنا هذا من المعادله التاليه:

$$(س + ص)^{٦} = س^{٦} + ٦س^{٥}ص + ١٥س^{٤}ص^{٢} + ٢٠س^{٣}ص^{٣} + ١٥س^{٢}ص^{٤} + ٦س ص^{٥} + ص^{٦}$$

بحيث يدل الرمز س على ظهور الصور .
ويدل الرمز ص على ظهور الكتابه واختفاء الصور
ومعاملات المعادله السابقه هي التي تمثل التكرار المبين بالجدول رقم ٦٣ ، وهى تنتظم فى الترتيب التالى ١ ، ٦ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٦ ، ١

عدد الصور	احتمالات الظهور
٠	١
١	٦
٢	١٥
٣	٢٠
٤	١٥
٥	٦
٦	١
المجموع	٦٤

(جدول ٦٣)
احتمالات ظهور الصور لسته قروش تلقى معا

هذا ويمكن أن نرصد جدولا آخر لظهور الكتابة وسنرى أنه يماثله تماما الجدول السابق فى احتمالات ظهوره ، وان كان يختلف عنه فى أنه عندما لا تظهر أية صورة تظهر ٦ أوجه بها كتابة ، وعندما تظهر صورة واحدة تظهر ٥ أوجه بها كتابة ، وعندما تظهر ٣ صور تظهر ٣ أوجـــه بها كتابة .

والجدول رقم ٦٤ يوضح هذه المقارنة .

عدد الأوجه المصورة	احتمالات الظهور	عدد الأوجه المكتوبة	احتمالات الظهور
٠	١	٦	١
١	٦	٥	٦
٢	١٥	٤	١٥
٣	٢٠	٣	٢٠
٤	١٥	٢	١٥
٥	٦	١	٦
٦	١	٠	١
المجموع	٦٤	المجموع	٦٤

(جدول ٦٤)

مقارنه احتمالات ظهور الصور باحتمالات ظهور الكتابه المصاحبه لها

ويؤدى بنا هذا التماثل الى الاكتفاء بحساب احتمال ظهور الصور لان الكتابة المصاحبة لها متكاملة معها .

هذه الظاهرة الاحصائية تؤيد ما نظنه صدفة يخضع فى جوهره لتوزيع تكرارى متناسق . هذا اذا أدركنا أن احتمالات الظهور هى فى جوهرها رصد لتكرار مرات ظهور الاعداد المختلفة للصور أو الكتابة .

ويرجع الفضل الى دى موافر De Moivre ولابلاس Laplace وجاوس Gauss فى دراسة هذه الظاهرة وتحليلها رياضيا دقيقا .

وأغلب الظواهر التى تخضع لتأثيرات عوامل عدة متباينة تخضع فى جوهرها لهذا التوزيع ، عندما تؤثر فيها تلك العوامل أو بعضها

تأثيرا ايجابيا أو تأثيرا سلبيا • ووجه الشبه قريب جدا بين خضوع الصور فى مثالنا السابق لهذا القانون الذى يجعلها سائدة أو مسودة ، وبين أغلب العوامل التى تؤثر فى حياة الكائن الحى فتسود أو تتنحى تاركة الميدان لعوامل أخرى لتسود •

ولهذا نرى أهمية هذه الظاهرة فى دراستنا للتوزيعات التكرارية المختلفة القائمة على رصد أطوال الناس أو أوزانهم أو درجات ذكائهم أو درجات قدراتهم أو درجات تحصيلهم •

هذا وعندما نرصد مثلا درجات عينة ما من الطلبة فى أى اختبار ما ثم نرى أن تلك الدرجات تختلف الى حد ما عن ذلك التوزيع السابق فاننا نفترض أن تلك العينة لا تمثل جميع هؤلاء الطلبة ، ولنا أن نفترض أيضا أن وسيلتنا فى القيـاس وهى الاختبار لا تمثل الأسـئلة الممكنة الصالحة • وعندما نحسن اختيار عينة الافراد وعينة الاسئلة نقترب من التوزيع السابق أو نقترب من الصورة المثلى لذلك التوزيع •

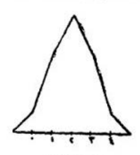
المضلع التكرارى الاعتدالى :

جميع الامثلة التالية للتوزيعات التكرارية متناسقة فى تكرارهـا كما تدل على ذلك الرسوم الموضحة لها • وتكرارها المتجمع التصاعدى النسبى يوضح احتمال ظهور أى درجة من درجات التوزيع كما يبين ذلك التحليل التالى.

المثال الاول ·

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي
٠	١	١	٠,٠٦
١	٤	٥	٠,٣١
٢	٦	١١	٠,٦٩
٣	٤	١٥	٠,٩٤
٤	١	١٦	١,٠٠
المجموع	١٦		

(جدول ٦٥)
مثال لتوزيع تكرارى متناسق



(شكل ١٦)
المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٥

المتوسط = ٢
الوسيط = ٢
المنوال = ٢

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره .

وبما أن التكرار يوضح احتمال ظهور كل درجة مقابلة لها ، كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لوجهى القرش .اذن فاحتمال ظهور الدرجة المساوية للصفر فى الجدول السابق هو ١/١٦ واحتمال ظهور الدرجة المساوية للواحد الصحيح هو ٤/١٦ وهكذا بالنسبة لباقى درجات وتكرار التوزيع السابق .

هذا وفى مقدورنا أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدى لمعرفة احتمال ظهور درجات أقل من مستوى ما ، فمثلا احتمال ظهور درجة مساوية للصفر أ وبمعنى آخر أقل من الواحد الصحيح هو ١/١٦ واحتمال ظهور درجة ما تساوى صفرا أو واحدا صحيحا أو بمعنى آخر أقل من ٢ هو ٥/١٦ .

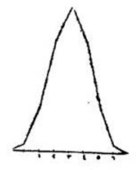
ونستطيع أن نحسب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى لنصل الى القيم العشرية للنسب السابقة أو الاحتمالات السابقة مباشرة كما هو مبين بالجدول السابق بالعمود الاخير .

وهكذا نرى أن احتمال ظهور درجة ما أقل من الواحد الصحيح هو ٠٦ر٠ واحتمال ظهور درجة أقل من ٢ هو ٣١ر٠ وهكذا بالنسبة لباقى درجات التوزيع التكرارى السابق .

المثال الثانى :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى
٠	١	١	٠،٠٢
١	٦	٧	٠،١١
٢	١٥	٢٢	٠،٣٤
٣	٢٠	٤٢	٠،٦٦
٤	١٥	٥٧	٠،٨٩
٥	٦	٦٣	٠،٩٨
٦	١	٦٤	١،٠٠
المجموع	٦٤		

(جدول ٦٦)
مثال لتوزيع تكرارى متماثل



(شكل ١٧)
المضلع التكرارى المتماثل لجدول ٦٤

المتوسط = ٣

الوسيط = ٣

المنوال = ٣

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره . كما بينا ذلك أيضا فى المثال السابق .

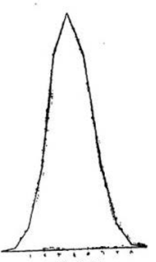
هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لمعرفة الاحتمالات المختلفة لمستويات الدرجات ، فمثلا احتمال ظهور درجة أقل من ٣ يبلغ ٣٤٫٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات .

المثال الثالث :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى
٠	١	١	٠٫٠٠٤
١	٨	٩	٠٫٠٣٥
٢	٢٨	٣٧	٠٫١٤٤
٣	٥٦	٩٣	٠٫٣٦٣
٤	٧٠	١٦٣	٠٫٦٣٧
٥	٥٦	٢١٩	٠٫٨٥٥
٦	٢٨	٢٤٧	٠٫٩٦٥
٧	٨	٢٥٥	٠٫٩٩٦
٨	١	٢٥٦	١٫٠٠٠
المجموع	٢٥٦		

(جدول ٨٧)

مثال لتوزيع تكرارى متناسق



(شكل ١٨)
المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٤

المتوسط = ٤
الوسيط = ٤
المنوال = ٤
وهكذا نرى أن
المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره ، كما بينا ذلك فى المثالين السابقين .

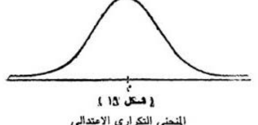
هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لمعرفة الاحتمالات المختلفة لمستويات الدرجات ، كما بينا ذلك فى المثالين

وتوضح هذه الامثلة انطباق المتوسط على الوسيط وعلى المنوال بالنسبة للتوزيع التكرارى المتناسق المعتدل ، ولذا يسمى مثل هذا التوزيع بالتوزيع الاعتدالى .

المنحنى التكرارى الاعتدالى

عندما تكثر قيم الدرجات المختلفة للتوزيعات التكرارية السابقة يقترب المضلع التكرارى من المنحنى التكرارى فالمثال الثالث السابق أقرب الى شكل المنحنى من المثال الثانى ، وهذا بدوره أقرب من الأول •

وهكذا نصل فى النهاية الى المنحنى التكرارى الاعتدالى المبين فى الشكل التالى •



(شكل ١٩)

المنحنى التكرارى الاعتدالى

المنحنى التكرارى الاعتدالى المعيارى

بما أن المنحنى السابق أصبح هو الاطار الذى ننسب اليه توزيعاتنا التكرارية المختلفة لنرى مدى اقترابنا من الظاهرة التى ندرسها فى صورتها العامة عند جميع الافراد ، أو مدى ابتعادنا عنها ، اذن يجب أن نبحث عن الوسائل الاحصائية التى تجعل تلك المقارنة ممكنة وصحيحة •

ولنضرب لذلك المثل التالى ، ففى بحثنا عن معايير لنتائج اختبار ما طبق على أفراد تمتد أعمارهم من ٧ سنوات الى ٢١ سنة كنا نكتفى قبل ذلك بمقارنة المتوسطات وحساب الاعمار المقابلة لكل متوسط من تلك المتوسطات لنحكم بعد ذلك على مستوى الطلبة ، ونحسب من ذلك النسب المختلفة كنسبة الذكاء أو النسبة التحصيلية أو غير ذلك من النسب النفسية •

وعندما لا تكون عينة الافراد التى طبقنا عليها الاختبار ممثلة لجميع الافراد الذين يمكن ويحتمل وجودهم فى اطار تلك العينة فان حكمنا لا يكون صحيحا لأننا ننسب مستوى الطالب الى اطار لا يمثل جميع الطلبة .

وحرى بنا أن نحسب المنحنى الأصلى الذى تمثله تلك العينة أو المنحنى الدال على جميع الافراد الذين اشتققنا منهم تلك العينة ليصبح حكمنا صحيحا وصالحا .

وهكذا نصل فى النهاية الى أن المنحنى الاعتدالى يمثل الاصل أو الأب أو التعداد الكلى أو العالم الذى نشتق منه العينة التى نجرى عليها اختباراتنا . وكلما كان اختبارنا صحيحا ، وكلما كان عدد الافراد كبيرا الى الحد الذى لا يتأثر بالاخطاء المحتملة فى القياس . كان اقترابنا من ذلك الاصل كبيرا . ونستطيع أن نصحح بعض الاخطاء الباقية بأن ننسب بياناتنا العددية الى التوزيع الاعتدالى المثالى .

ولن نستطيع أن نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة وأن ننسبها الى أصلها الاعتدالى ، الا اذا أمكننا أن نعدل درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى حتى تصبح درجاته معيارية صالحة للمقارنة .

وعندما نحدد لمتوسط التوزيع التكرارى الاعتدالى قيمة عددية مساوية للصفر تصبح جميع درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى انحرافات عن المتوسط ، لأن

الانحراف عن المتوسط = الدرجة — المتوسط

وبما أن المتوسط فى هذه الحالة = صفر

∴ الانحراف عن المتوسط = الدرجة — صفر .

= الدرجة الانحرافية .

وعندما تحدد للانحراف المعيارى قيمة عددية مساوية للواحد الصحيح ، تصبح درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى السابق درجات معيارية لأن

الدرجة المعيارية = (الدرجة — المتوسط) / الانحراف المعيارى

لكن المتوسط فى هذه الحالة = صفر

والانحراف المعيارى فى هذه الحالة = ١

∴ الدرجة المعيارية فى هذه الحالة = (الدرجة — صفر) / ١

= الدرجة المعدلة

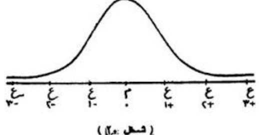
وهكذا يمهد لنا هذا التعديل صياغة جميع درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى السابق صياغة تجعلها كلها درجات معيارية .. ولذا يسمى مثل هذا التوزيع بالتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى .

وهو بهذه الصورة يصلح كاطار احصائى ننسب اليه التوزيعات التكرارية المختلفة ، وبما أن درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى كلها درجات معيارية اذن لا تصلح النسبة اليه الا اذا حولنا درجات التوزيعات التكرارية المختلفة الى درجات معيارية أيضا حتى نستطيع أن نقارن بينها وبين الدرجات المعيارية للاطار الذى اصطلحنا عليه .

وهكذا نستطيع أن نحسب مثلا التكرار المحتمل لأية درجة معيارية فى أى توزيع وذلك بنسبتها للدرجة المعيارية للتوزيع التكرارى المعيارى

ثم الكشف عن التكرار المقابل لها لو كان التوزيع اعتداليا معياريا ، ونستطيع أيضا أن نحسب المستويات المحتملة بنفس الطريقة السابقة .

والشكل التالى يبين منحنى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى بمتوسطه المساوى للصفر ، وانحرافه المعيارى المساوى للواحد الصحيح .



(شكل ٤٢)

منحنى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

اهم الخواص الاحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

للتعديل السابق اهميته القصوى فى تحويل المنحنى الاعتدالى الى منحنى اعتدالى معيارى يصلح اطارا ثابتا ننسب اليه الظواهر الاحصائية المختلفة لأن الدرجات المعيارية تصلح لمقارنة درجات التوزيعات المختلفة كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الاحصائية للدرجات المعيارية .

والتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى بهذا المعنى توزيع اعتدالى متوسطه يساوى صفرا ، وانحرافه المعيارى يساوى واحدا صحيحا .

هذا وعندما نحاول أن ننسب أو نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة بالتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى الذى اصطلحنا على أن يكون هو

الاطار الذى نرجع اليه فى ست المقارنات ، تواجهنا صعوبة اختلاف عدد الدرجات أو عدد الافراد من توزيع لتوزيع آخر • ولذلك نلجأ الى تحويل التكرار الى تكرار متجمع نسبى كما سبق أن بينا ذلك فى أمثلة المضلع التكرارى الاعتدالى وذلك بقسمة كل تكرار على مجموع تكرار التوزيع حتى تصبح جميع هذه التكرارات نسب عشرية ويصبح المجموع الكلى لها مساويا للواحد الصحيح •

وهكذا نصل فى النهاية الى أهم الخواص الاحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى •

١ — اعتدالى فى تناسق تكراره ، حيث ينطبق المتوسط على الوسيط وعلى المنوال • وهو متماثل بالنسبة للمحور الذى يقام عموديا فوق القاعدة عند المتوسط ، أى أن النصف الايمن الذى يقع عن يمين هذا المحور ينطبق تماما على الايسر الذى يقع عن يسار ذلك المحور •

٢ — متوسطه يساوى صفرا •

٣ — انحرافه المعيارى يساوى واحدا صحيحا •

٤ — درجاته معيارية معدلة ، وهى تمتد من مالا نهاية فى اتجاهها السالب الى مالا نهاية فى اتجاهها الموجب أى من $-\infty$ الى $+\infty$ بحيث لا يقابل المنحنى قاعدته الأفقية الا فى ما لا نهاية •

٥ — مجموع تكراره يساوى واحدا صحيحا •

أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى :

تعتمد فوائد التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى على خواصه الاحصائية • ويمكن أن نقسم هذه الفوائد التطبيقية بالنسبة للقياس العقلى الى ما يرتبط بالتكرار ، وما يرتبط بالتكرار المتجمع النسبى •

وهكذا يمكن أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى لحساب التكرار المقابل لدرجات التوزيعات التكرارية المختلفة بشرط أن تحول تلك الدرجات أولا الى درجات معيارية حتى نستطيع أن نحول التوزيعات المختلفة الى صورها الاعتدالية المعيارية أو صورها التقريبية من ذلك النموذج الذى اصطلحنا عليه .

وتعتمد هذه الطريقة على ارتفاعات المنحنى التكرارى الاعتدالى التى تمثل ذلك التكرار الذى نبحث عنه . وقد حسبت جميع تلك الارتفاعات حسابا دقيقا وأنشئت لها جداول احصائية يرجع اليها فى تلك العمليــة .

ويمكن أيضا أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى المتجمع النسبى لحساب مدى احتمال ظهور أية درجة فى مقاييسنا العقلية المختلفة ومدى وقوعها فى نطاق معين ومدى احتمال زيادتها أو نقصانها عن المستويات المختلفة التى نصطلح عليها .

وتعتمد هذه الطريقة على المساحة المحصورة بين المنحنى وقاعدته والتى اصطلحنا على أن تكون مساوية للواحد الصحيح لأنها تمثل مجموع التكرار ، ولذا تصلح تلك الطريقة لحساب المساحة المحصورة بين المتوسط وأية درجة أخرى تزيد أو تقل عن ذلك المتوسط . وقد حسبت جميع تلك المساحات حسابا دقيقا وأنشئت لها جداول احصائية نرجع اليها فى كل تلك العمليات .

تحويل التوزيع التكرارى الى صورته الاعتدالية المعيارية

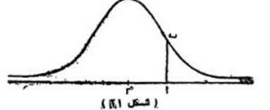
يعتمد شكل التوزيع التكرارى الذى نحصل عليه فى تجاربنا المختلفة على عينة الافراد التى يجرى عليها القياس وعلى نوع المقياس أو الاختبار الذى نستعين به فى تلك التجربة وعلى الصفة التى تقيسها . هذا وقد

تكون تلك الصفة التى نقيسها موزعة توزيعا اعتداليا فى مصــدرها الأصلى الذى انتزعنا منه تلك العينة التى نجرى عليها القيــاس أو الاختبار ، وقد لا تكون اعتدالية فى مصدرها • ولذا نلجأ الى تحــويل التوزيع التكرارى التجريبى الى أقرب صورة اعتدالية يمكن أن ينطوى تحتها ثم نقارن التوزيع التجريبى بالتوزيع الاعتدالى الذى حصلنا عليه ، فاذا كان الفرق صغيرا أمكننا أن ندرك أن هذا الفرق يرجع الى عوامل الصدفة وأن توزيعنا الذى حصلنا عليه قريب جدا من النموذج الاعتدالى الذىحولناه له : واذا كان الفرق كبيرا من أنيرجع الى الصدفة فاننا ندرك أن عملية التحويل لم تكن لتصلح لصياغة التوزيع التجريبى فى صورته الاعتدالية •

وهكذا نرى أهمية هذه العملية فى مقاييسنا الاحصائية المختـلفة وخاصة النواحى المعيارية التى نعتمد عليها اعتمادا كبيرا فى حساب المستويات المختلفة للاختبارات العقلية وغيرها من المقــاييس النفسية الاخــرى •

وتقوم فكرة تحويل التوزيع التكرارى التجريبى الى توزيع تكرارى اعتدالى على حساب الدرجات المعيارية للتوزيع التجريبى ثم حساب التكرار الاعتدالى المقابل لتلك الدرجات المعيارية •

والشكل رقم ٢١ يوضح هذه الفكرة :



(شكل ٢١)

علاقة العمود المقام على القاعدة من النقطة ا (الدرجة المعيارية) يقابل لمنحنى فى ب ، بالتكرار الاعتدالى للدرجة المعيارية ا

حيث يدل هذا الشكل على المنحنى المعيارى وتدك النقطة أ على الدرجة المعيارية التى نبحث عن تكرارها الاعتدالى . وبما أن طول العمود أ ب يدل على الارتفاع الذى يمثل التكرار الاعتدالى ، اذن يمكننا أن نجد أطوال تلك الاعمدة القامة على النقط المختلفة الدالة على الدرجات المعيارية .

وقد حسبت هذه الاطوال أو الارتفاعات ورصدت فى جداول يمكن الاستعانة بها بسهولة (١) . والجدول رقم (٣) فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية يبين الارتفاعات المقابلة لكل درجة معيارية فى المنحنى التكرارى الاعتدالى المعيارى ، ويبين أيضا المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجات المعيارية المختلفة .

---

١ — المعادلة الرياضية للمنحنى الاعتدالى هى

$$\text{طول العمود او الارتفاع} = \frac{ن}{ع\sqrt{٢ط}}\ هـ^{-\frac{ح^{٢}}{٢ع^{٢}}}$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الافراد الذى يساوى عدد الدرجات
ويدل الرمز ط على النسبة التقريبية = ٣٫١٤١٦
ويدل الرمز هـ على اساس لوغاريتم نابيير = ٢٫٧١٨٣
ويدل الرمز ح على الانحراف
ويدل الرمز ع على الانحراف المعيارى
وعندما يصبح هذا المنحنى اعتداليا معياريا ويصبح متوسطه مساويا للصفر وتصبح

$$ن = ١ \qquad ع = ١$$

$$\therefore \text{طول العمود او الارتفاع} = \frac{١}{\sqrt{٢ط}}\ هـ^{-\frac{ح^{٢}}{٢}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٢ \times ٣٫١٤١٦}} \times ٢٫٧١٨٣^{-\frac{ح^{٢}}{٢}}$$

وبذلك يمكن حساب القيم العددية المختلفة لهذا الارتفاع المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة .

هذا وتدل الاطوال على تكرار الدرجة المعيارية الموزعة توزيعا اعتداليا بحيث يساوى المتوسط صفرا أو الانحراف المعيارى واحـدا صحيحا وعدد الدرجات واحدا صحيحا لأنه تكرار نسبى كما سبق أن بينا ذلك .

فعلينا اذاً أن نحول تلك الاطوال الى تكرار يمثل التوزيع التكرارى التجريبى بمتوسطه وانحرافه المعيارى وعدد درجاته .

أى أن العملية تنحصر فى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى الى توزيع اعتدالى له نفس قيم الانحراف المعيارى والمتوسط وعـــدد الدرجات التى كانت لتوزيع التكرار التجريبى .

والجدول رقم ٦٨ يوضح هذه الفكرة .

فئات الدرجات	منتصفات الفئات	الانحراف	الدرجة المعيارية	الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية من جدول ٣	التكرار الاعتدالي	التكرار التجريبي
١ — ٣	٢	— ١٨،٣٣	— ٣،٢٧	٠،٠٠١٩	٠،٢	٠
٤ — ٦	٥	— ١٥،٣٣	— ٢،٧٣	٠،٠٠٩٦	١،٢	٢
٧ — ٩	٨	— ١٢،٣٣	— ٢،٢٠	٠،٠٣٥٥	٤،٤	٦
١٠ — ١٢	١١	— ٩،٣٣	— ١،٦٦	٠،١٠٠٦	١٢،٤	٧
١٣ — ١٥	١٤	— ٦،٣٣	— ١،١٣	٠،٢١٠٧	٢٥،٩	٢٩
١٦ — ١٨	١٧	— ٣،٣٣	— ٠،٥٩	٠،٣٣٥٢	٤١،٢	٤٠
١٩ — ٢١	٢٠	— ٠،٣٣	— ٠،٠٦	٠،٣٩٨٢	٤٩،٠	٥٨
٢٢ — ٢٤	٢٣	+ ٢،٦٧	+ ٠،٤٨	٠،٣٥٥٥	٤٣،٧	٣٧
٢٥ — ٢٧	٢٦	+ ٥،٦٧	+ ١،٠١	٠،٢٣٩٦	٢٩،٥	٢٣
٢٨ — ٣٠	٢٩	+ ٨،٦٧	+ ١،٥٥	٠،١٢٠٠	١٤،٨	١٩
٣١ — ٣٣	٣٢	+ ١١،٦٧	+ ٢،٠٨	٠،٠٤٥٩	٥،٦	٧
٣٤ — ٣٦	٣٥	+ ١٤،٦٧	+ ٢،٦١	٠،٠١٣٢	١،٦	٢
٣٧ — ٣٩	٣٨	+ ١٦،٦٧	+ ٢،٩٧	٠،٠٠٤٨	٠،٦	٠

(جدول ٦٨)

تحويل التوزيع التكرار التجريبى الى اقرب توزيع تكرارى اعتدالى

وتتلخص خطوات هذه العملية فيما يلي :

١ — يحسب متوسط التوزيع التكراري أي أن المتوسط = ٢٠٫٣٣

٢ — يحسب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري ، أي أن :
الانحراف المعياري = ٥٫٦١ •

٣ — تحسب الانحرافات المبينة بالعمود الثالث في الجدول السابق ، وذلك بطرح المتوسط من منتصفات الفئات ، أي أن

انحراف الفئة الاولى = منتصف الفئة — المتوسط •

= ٢ — ٢٠٫٣٣

= — ١٨٫٣٣

انحراف الفئة الثانية = منتصف الفئة — المتوسط

= ٥ — ٢٠٫٣٣

= — ١٥٫٣٣

وهكذا بالنسبة لبقية فئات التوزيع التكراري

٤ — تحسب الدرجة المعيارية وذلك بقسمة الانحراف على الانحراف المعياري ، أي أن

$$\text{الدرجة المعيارية للفئة الاولى} = \frac{\text{انحراف منتصف الفئة}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{-١٨٫٣٣}{٥٫٦١}$$

$$= -٣٫٢٧$$

$$\text{والدرجة المعيارية للفئة الثانية} = \frac{\text{انحراف منتصف الفئة}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{-١٥٫٣٣}{٥٫٦١}$$

$$= -٢٫٧٣$$

وهكذا بالنسبة لبقية فئات التوزيع التكرارى

٥ — ويمكننا الآن أن نستخدم الدرجات المعيارية التى حصلنا عليها عن العملية السابقة فى حساب الارتفاعات المقابلة لها فى التوزيع التكرارى الاعتدالى التى بيناها فى الشكل رقم ٢١ ، وذلك بالاستعانة بجدول الارتفاعات أى بالجدول رقم ٣ فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية •

والجدول التالى رقم ٦٩ يمثل عينة لجدول الارتفاعات ويوضح طريقة قراءته ومعناه •

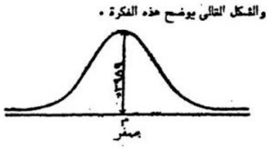
الدرجة المعيارية	الارتفــاع	المساحة المحصورة بينها وبين المتوسط
٠٫٠٠٠	٠٫٣٩٨٩	٠٫٠٠٠
٠٫٠٠	٠٫٣٤٢٠	٠٫٣٤١٣
١٫٠٤	٠٫٣٣١٣	٠٫٣٥٠٨

(جدول ٦٩)

عينه لجدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى المعيارى

أى أنه عندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية ٠٠ر٠ يصبح الارتفاع المقابل لها مساويا ٣٩٨٩ر٠ وهذا هو أقصى ارتفاع يصل اليه المنحنى الاعتدالى المعيارى لان تلك الدرجة المساوية للصفر تنطبق على المتوسط لان قيمته هو الآخر مساوية للصفر ، وقيمة المتوسط تساوى أيضا قيمة المنوال بالنسبة لذلك المنحنى والمنوال يمثل أعلى نقطة موجودة فى ذلك المنحنى • وعندما تنطبق الدرجة المعيارية على المتوسط تصبح المساحة المحصورة بين تلك الدرجة والمتوسط مساوية للصفر ، كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات الاعتدالية المعيارية •

والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .

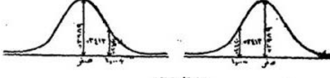


(شكل ٢٢)

النهايه العظمى لارتفاع المنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى ٣٩٨٩ر.

وهذه القيمة تقابل الدرجة المعيارية المساوية للصفر فى جدول الارتفاعات .

وعندما تصبح قيمة الدرجة المعيارية مساوية للواحد الصحيح أى ١,٠٠ يصبح الارتفاع مساويا لـ ٢٤٢٠ر. كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات . وعندما تساوى الدرجة المعيارية واحدا صحيحا تنطبق على الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى لان قيمته هو الآخر تساوى واحدا صحيحا ، أى أن ارتفاع العمود المقام على النقطة الدالة على الانحراف المعيارى يساوى ٢٤٢٠ر. والمساحة المحصورة بين هذا الانحراف المعيارى والمتوسط تساوى ٣٤١٣ر. كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيارية ، وبما أن المنحنى الاعتدالى المعيارى متماثل بالنسبة للعمود الذى يقسمه من منتصفه الى قسمين متساويين ، اذن الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية — ١,٠٠ يساوى الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية + ١,٠٠ ، والمساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية — ١,٠٠ تساوى المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية + ١,٠٠ كما يدل على ذلك الشكل التالى .



(شكل ٢٣)

ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساويه لـ — ١٠٠ر١ يساوى ٢٤٢٠ر. والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٣٤١٣ر.

ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساويه لـ + ١٠٠ر١ يساوى ٢٤٢٠ر. والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٣٤١٣ر.

وسنستعين بجدول الارتفاعات فى قراءة الارتفاعات الاعتدالية المعيارية المقابلة للدرجات المعيارية السالبة والموجبة التى حسبناها للتوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ٦٨ .

هذا والعلامة الجبرية السالبة تدل على أن العمود يقع على يسار المتوسط ، والعلامة الجبرية الموجبة تدل على أن العمود يقع على يمين المتوسط . وهذه العلامات الجبرية لا تؤثر فى القيمة العددية للارتفاع ولن تؤثر الا فى تحديد موقع الارتفاع بالنسبة للمتوسط . وبما أن هذا الامر لا يعنينا فى مثالنا هذا من قريب أو بعيد ، اذا فسنرصد القيم العددية للارتفاع من جدول الارتفاعات موجبة كلها .

وقد بينا نتائج هذه العملية فى العمود الرابع بالجدول رقم ٦٦ فمثلا

الدرجة المعيارية — ٢ر٢٧ يقابلها الارتفاع ٠٠١٩ر.

والدرجة المعيارية — ٢ر٧٣ يقابلها الارتفاع ٠٠٩٦ر.

والدرجة المعيارية + ٢ر٦١ يقابلها الارتفاع ٠١٣٢ر.

والدرجة المعيارية + ٢ر٩٧ يقابلها الارتفاع ٠٠٤٨ر.

٦ — هذه الارتفاعات التى حصلنا عليها بالعمود الرابع للجدول رقم ٦٦ تمثل تكرارا نسبيا لانها كسور عشرية • أى أنها تمثل تكرار المنحنى الاعتدالى المعيارى الذى يساوى مجموع تكراره واحدا صحيحا وانحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحا • ولهذا يجب أن تحول هذه الارتفاعات إلى تكرار التوزيع التكرارى الذى نحسب له أقرب توزيع تكرارى اعتدالى •

وبما أن مجموع تكرار ذلك التوزيع يساوى ٢٣٠ ؛ وانحـرافه المعيارى يساوى ٥ر٦١ ، ومدى كل فئة من فئات درجاته يساوى ٣

∴ التكرار المعدل المحتمل

$$= \text{الارتفاع الاعتدالى} \times \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعيارى}} \times \text{مدى الفئة}$$

$$\text{لكن } \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعيارى}} \times \text{مدى الفئة} = \frac{٢٣٠}{٥ر٦١} \times ٣$$

$$= \frac{٦٩٠}{٥ر٦١}$$

= ٨٩٤٧ر١٢٢ تقريباً

∴ التكرار المعدل المحتمل للفئة الاولى =

ارتفاع الفئة الاولى × ٨٩٤٧ر١٢٢

= ٠٠١٩ر٠ × ٨٩٤٧ر١٢٢

= ٢ر٠ تقريباً

والتكرار المعدل المحتمل للفئة الثانية =

ارتفاع الفئة الثانية × ٨٩٤٧ر١٢٢

= ٠٠٩٦ر٠ × ٨٩٤٧ر١٢٢

= ٢ر١ تقريباً

— وهكذا بالنسبة للفئات الاخرى .

٧ — وقد رصدنا التكرار التجريبي الاصلي في العمود الاخير بالجدول رقم ٦٨ حتى نستطيع أن نقارن بين التكرار الاعتدالي الذى حصلنا عليه حسابيا وذلك بنسبة التوزيع التجريبي الى أقرب توزيع اعتدالي ورصدناه في العمود السادس من الجدول السابق ، والتوزيع التجريبي الذى حصلنا عليه فعلا كنتيجة لعملية القياس المباشر ورصدناه في العمود السابع من الجدول السابق .

وبما أن التوزيع الاعتدالي في صورته الصحيحة يمتد من — ∞ الى +∞ لذلك أضفنا للتوزيع التجريبي فئة قبل أوله تمتد من ١ الى ٣ وتكرارها التجريبي يساوى صفرا ، وفئة بعد آخره تمتد من ٣٧ الى ٣٩ وتكرارها التجريبي يساوى صفرا أيضا لنقترب بذلك من الصـــورة الحقيقية للتوزيع الاعتدالي ، وقد كان لهذه الاضافة أثرها في تنسيق التكرار الاعتدالي فأصبح تكرار الفئة التى تمتد من ٣٧ الى ٣٩ هو ٦ر٠

وبما أن مجموع التكرار التجريبي يساوى ٢٣٠ ومجموع التكرار الاعتدالي يساوى ١ر٢٣٠ والفرق بينهما يساوى ١ر٠٠ اذاً نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق نشأ من عمليات التقريب العددى ، ونقــــرر أيضا صحة المراجعة الحسابية لتلك العملية .

قياس حسن المطابقة كا٢

أمكننا في المثال السابق أن نحول التكرار التجريبي الى أقــرب توزيع تكرارى اعتدالي ، ونهدف الآن الى معرفة مدى اقتراب أو ابتعاد التوزيع التــكرارى التجــريبي من صــورته المثلى الاعتــدالية . فاذا كانت الفروق القائمة بين التكرار بسيطة أمكننا أن نعزوها الى الصدفة . واذا كانت كبيرة أمكننا أن نرفض قبول تلك الصورة الاعتدالية وأن نقرر عدم صلاحيتها لتمثيل التوزيع التكرارى التجريبي .

وقد أدت الدراسات الاحصائية التى قام بها كارل بيرسون [١] ١٩٠٠ الى أنشاء مقياس احصائى يصلح لاختبار مدى مطابقة المنحنى التجريبى للمنحنى التكرارى الاعتدالى ، ويسمى هذا المقياس باسم كا٢ .

ويعتمد هذا المقياس فى جوهره على مربعات انحرافات التوزيعات التجريبية عن مقابلاتها الاعتدالية .

الجدول التالى رقم ٧٠ يوضح طريقة تطبيق هذا المقياس على نتائج عملية تحويل التوزيع التكرارى التجريبى لأقرب توزيع تكرارى اعتدالى لفئات الدرجات المبينة بالجدول رقم ٦٨ . وقد جمعنا الفئات الثلاث الاولى فى فئة واحدة تمتد من ١ الى ٩ بدل رقم ٦٨ . وقد جمعنا الفئات الثلاث الاولى فى فئة واحدة تمتد من ١ الى ٩ بدل أن كانت تمتد فئاتها من ١ الى ٣ ومن ٤ الى ٦ ومن ٧ الى ٩ ، وكذلك فعلنا بالفئات الثلاث الاخيرة فجمعناها فى فئة واحدة تمتد من ٣١ الى ٣٩ بدل أن كانت فئاتها تمتد من ٣١ الى ٣٣ ومن ٣٤ الى ٣٦ ومن ٣٧ الى ٣٩ حتى تصبح القيم العددية لتكرار الفئات المختلفة مناسبة لتطبيق هذا المقياس ، وذلك لان مقياس كا٢ لا يصلح للفئات ذات التكرار الضعيف الذى يقل عن ٥

---

(1) Pearson. K. On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of Correlated Variables is Such that it Can Reasonably be Supposed to have arisen from Random Sampling . Philosophical Magazine, 5 Vol. 50. 1900 P. P. 157 ff.

فئات الدرجات	التكرار التجريبي ت و	التكرار الاعتدالي ت د	الفروق التكرارية ت و ـ ت د	مربعات الفروق (ت و — ت د)²	(ت و — ت د)² / ت د
١ — ٩	٨	٥ر٨	+ ٢ر٢	٤ر٨٤	ر٨٣٤
١٠ — ١٢	٧	١٢ر٤	— ٥ر٤	٢٩ر١٦	٣ر٣٥٢
١٣ — ١٥	٢٩	٢٥ر٩	+ ٣ر١	٩ر٦١	ر٣٧١
١٦ — ١٨	٤٠	٤١ر٢	— ١ر٢	١ر٤٤	ر٦٣٥
١٩ — ٢١	٥٨	٤٩ر٠	+ ٩ر٠	٨١ر ٠	١ر٦٥٣
٢٢ — ٢٤	٣٧	٤٣ر٧	٦ر٧	٤٤ر٨٩	١ر٠٢٧
٢٥ — ٢٧	٢٣	٢٩ر٥	— ٦ر٥	٤٢ر٢٥	١ر٤٣٢
٢٨ — ٣٠	١٩	١٤ر٨	+ ٤ر٢	١٧ر٦٤	١ر١٩٢
٣١ — ٣٣	٩	٧ر٨	+ ١ر٢	١ر٤٤	ر١٨٥
المجموع	٢٣٠	٢٣٠ر١	- ر١		كا² = ٩ر٠٨١

(جدول ٧٠)
الخطوات الاحصائية لحساب كا²

وتتلخص أهم العمليات الاحصائية لحساب كا² في الخطوات التالية :

١ — تجمع الفئات وخاصة المتطرفة منها بحيث لا يقل تكرار أى فئة عن ٥ كما هو مبين بالعمود الاول من الجدول السابق الذى يدل على فئات الدرجات ، والعمود الثانى الذى يدل على التكرار التجريبى ، والعمود الثالث الذى يدل على التكرار الاعتدالى الذى سبق أن حسبناه في الجدول رقم ٦٨ .

٢ — يطرح كل تكرار اعتدالى من التكرار التجريبي المقابل له . فمثلا التكرار التجريبى للفئة الأولى التى تمتد من ١ الى ٩ هـو ٨ والتكرار الاعتدالى هو ٥ر٨ وبذلك يصبح الفرق مساويا + ٢ر٢ أى أن :

الفرق التكرارى = التكرار التجريبى — التكرار الاعتدالى

$= ت_ج - ت_ د$

حيث يدل الرمز $ت_ج$ على التكرار التجريبى

ويدل الرمز $ت_د$ على التكرار الاعتدالى

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكرارى الفئة الاولى ، نرى أن

$ت_ج = ٨$ ، $ت_د = ٥٫٨$

∴ الفرق التكرارى = ٨ — ٥٫٨

= + ٢٫٢

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكرارى الفئة الثانية التى تمتد من ١٠ الى ١٢ نرى أن

الفرق التكرارى = $ت_ج - ت_د$

= ٧ — ١٢٫٤

= — ٥٫٤

وهكذا بالنسبة لتكرار الفئات الاخرى كما هو مبين بالعمود الرابع من الجدول السابق .

٣ — تربع الفروق التكرارية وترصد فى العمود الخامس من الجدول السابق ، أى أن

مربع الفرق = (التكرار التجريبى — التكرار الاعتدالى)^{٢}

$= (ت_ج - ت_د)^{٢}$

وبما أن الفرق التكرارى للفئة الاولى يساوى + ٢٫٢

∴ مربع الفرق التكرارى للفئة = (٢٫٢)^{٢}

= ٤٫٨٤

وبما أن الفرق التكرارى للفئة الثانية = — ٥٫٤

∴ مربع الفرق التكرارى للفئة الثانية = (- ٤ر٥)^{2}

= ١٦ر٢٩

وهكذا بالنسبة لبقية الفروق التكرارية للفئات الأخرى .

٤ - تقسم مربعات الفروق على التكرار الاعتدالى لنحصل من ذلك نسبتها اليه أى أن نسبة مربعات الفروق للتكرار الاعتدالى

$$= \frac{(\text{التكرار التجريبى} - \text{التكرار الاعتدالى})^{2}}{\text{التكرار الاعتدالى}}$$

$$= \frac{(\text{ت}_{\text{ج}} - \text{ت}_{\text{ع}})^{2}}{\text{ت}_{\text{ع}}}$$

وبما أن مربع الفرق التكرارى للفئة الاولى يساوى ٤ر٨٤ والتكرار الاعتدالى لهذه الفئة هو ٨ر٥

∴ نسبة مربع الفرق الى التكرار الاعتدالى للفئة الأولى = $\frac{٤,٨٤}{٨,٥}$

= ٠ر٨٣٤ تقريبا

وهكذا بالنسبة لبقية الفئات الاخرى ، كما هو مبين بالعمود الاخير من الجدول السابق .

٥ - تجمع هذه النسب لنحصل بذلك على القيمة العددية لـ كا^{2}، أى أن كا^{2} = ٩ر٠٨١

كما هو مبين فى نهاية العمود الاخير من الجدول السابق .

والمشكلة الاحصائية التى نواجهها الآن هى معرفة المدى العددى المناسب لتلك القيمة ، أو بمعنى آخر متى يمكننا أن نحكم على تلك

الفروق التى تدل عليها كا^{2} بأنها ترجع فى جوهرها للصدفة ، ومتى حكم عليها بأنها لا ترجع فقط للصدفة بل ترجع الى عوامل تحول دون الحكم على المنحنى التجريبى بأنه يقترب من الصورة الاعتدالية التى حاولنا صياغته فيها .

ونستطيع بعد حساب قيمة كا^{2} أن نعرف الدلالة الاحصائية لفرق التكرار التجريبى الواقعى عن التكرار الاعتدالى المتوقع وما اذا كان هذا الفرق أكبر من أن يرجع الى الصدفة وأنه ليس فرقا صفريا ، وبذلك لا تكون المطابقة صحيحة .

ولمعرفة حسن المطابقة علينا أن نكشف عن دلالة كا^{2} المساوية لـ ٩٫٨١ وهذا يتطلب منا معرفة درجات الحرية لأن جداول كا^{2} تعتمد على تلك الدرجات .

وقد اصطلح على أن يدل عدد الفئات على درجات الحرية التى نصوغ منها بياناتنا العددية لأن لهذا العدد أهميته فى تحديد القيمة العددية لـ كا^{2} . وعلينا أن نطرح من عدد الفئات عدد القيود . ويعتمد عدد القيود على تحديد المجتمع الاصلى الذى ننسب اليه العينة .

فاذا افترضنا اعتدالية توزيع الدرجات فى المجتمع الأصلى وأننا فقط أخذنا من ذلك المجتمع الاصلى عينة عدد درجاتها يساوى ٢٣٠ درجة فاننا نكون بذلك قد قيدنا العينة بقيد واحد وهو حجم العينة . وبذلك تحسب درجات الحرية بالطريقة التالية :

بما أن درجات الحرية = عدد الفئات – عدد القيود

اذن درجات الحرية = ٩ – ١ = ٨

وعلينا بعد ذلك أن نحدد مستوى الثقة الذى نحكم به على مدى حسن المطابقة . فاذا حددنا مستوى الثقة عند ٫٩٥ ثقة الى ٫٠٥ شك

فأننا نجد أن قيمة كا٢ لدرجات حرية ٨ ولمستوى ٥٠ر تساوى ١٥ر٥٠٧ (الجداول الاحصائية جدول رقم ٢) وبما أن قيمة كا٢ فى مثالنا هذا تساوى ٩ر٠٨١ فهى بذلك أقل من مستوى الدلالة . اذن نستطيع أن نصف المطابقة بأنها حسنة .

واذا قيدنا المجتمع الأصلى بقيود أخرى فوق قيد عدد الأفراد أى حجم العينة ، فاردنا أن يكون له نفس المتوسط ونفس الانحــــراف المعيارى (١) فاننا بذلك نكون قد جعلنا عدد القيود مساويا لـ ٣ وبذلك تحسب درجات الحرية بالطريقة التالية :

درجات الحرية = ٩ − ٣ = ٦

وبالكشف عن قيمة كا٢ لدرجات حرية ٦ ولمستوى ٠٥ر. شك الى ٩٥ر. ثقة نجد أنها تساوى ١٢ر٥٩٢ وبما أن قيمة كا٢ فى مثالنا هذا أقل من تلك القيمة . اذن نستطيع أن نصف المطابقة بأنها حسنة .

هذا ، وسنعالج فيما بعد طريقة حساب كا٢ بالتفصيل فى الفصل الخاص بالدلالة الاحصائية لكا٢ .

المساحات الاعتدالية المعيارية النسبية :

اعتمدنا على الارتفاعات المعيارية فى تحويل التوزيع التكرارى الى صورته الاعتدالية . وأستعنا على ذلك بجدول الارتفاعات الاعتـداليه المعيارية الذى يعطينا الارتفاعات المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة . أى أن الدرجة المعيارية هى المدخل الحسابى للجدول ، اذ بمعرفتهـا نستطيع أن نعلم الارتفــاع والمساحة المحصورة بين ارتفــاع الدرجة وارتفاع المتوسط .

---

(1) Peters , C. C. , and Van Voorhis , W. R. Statistical Procedures and their Mathematical Bases Mc Graw - Hill,1940 , P, 418 - Guitford , J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education . Mc Graw - Hill , 1942 , P. 173 .

ولهذه المساحات الاعتدالية النسبية أهميتها القصوى فى تحديد المستويات المختلفة للتوزيعات التكرارية وخاصة المعايير النفسية • وبما أن المساحة الكلية للمنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى واحدا صحيحا ، لذلك تصاغ المساحات الجزئية لهذا المنحنى على صورة نسب أو كسور عشرية • ونستطيع أن نستعين بهذه المساحات لتحويل أى توزيع تكرارى تجريبى الى توزيعه الاعتدالى كما استعنا قبل ذلك بالدرجات المعيارية • وستتحول المشكلة فى هذه الحالة الى البحث عن الدرجات المعيارية المقابلة للمساحات المختلفة أى أن الجداول الاعتدالية المعيارية التى تصلح لمثل تلك الأمور تعتمد فى مدخلها الحسابى على المساحة ومنها نقرأ الدرجة المعيارية والارتفاع الاعتدالى المعيارى •

هذا وقد سبق أن بينا أن هذه المساحات تدل على التكرار المتجمع النسبى وبذلك تتلخص عملية البحث عن الدرجات المعيارية فى تحويل التكرار التجريبى الى تكرار متجمع نسبى ، ثم نستعين بذلك التكرار فى معرفة الدرجات المعيارية المقابلة له ، وهذه هى الطريقة التى تعتمد عليها المعايير الاحصائية النفسية المنتسبة الى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى وسنبين العمليات الاحصائية المختلفة اللازمة لحساب تلك المعايير فى الفصل التالى من هذا الكتاب •

المساحة الصغرى	الدرجة المعيارية	الإرتفاع الاعتدالى	المساحة الكبرى
٠٫٠١٨	٢٫٠٩٦٩	٠٫٠٤٤٣	٠٫٩٨٢
٠٫٠٧٢	١٫٤٦١١	٠٫١٣٧٢	٠٫٩٢٨
٠٫٣١١	٠٫٤٩٣٠	٠٫٣٥٣٣	٠٫٦٨٩
٠٫٥٠٠	٠٫٠٠٠٠	٠٫٣٩٨٩	٠٫٥٠٠

(جدول ٧١)

عينة لجدول مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى

ويدل هذا الجدول رقم ٧١ على المساحة الصغرى التى تبدأ من الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالى المعيارى • وعلى الدرجة المعيارية التى تقع عند الطرف الايمن لتلك المساحة ، والارتفاع الاعتدالى المقابل لها ؛ والمساحة الكبرى التى تكمل تلك المساحة الصغرى ، أى أن :

المساحة الكبرى = المساحة الكلية — المساحة الصغرى

= ١ — المساحة الصغرى

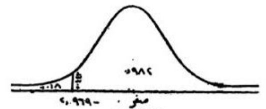
وعندما تكون المساحة الصغرى = ١٨٠ر٠

تصبح المساحة الكبرى = ١ — ١٨٠ر٠

= ٩٨٢ر٠

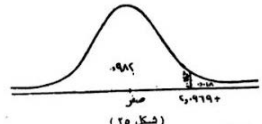
كما يدل على ذلك السطر الأول من الجدول السابق رقم ٧١ •

والشكل التالى يدل على المساحة الصغرى المساوية لـ ١٨٠ر٠ والدرجة المعيارية التى تقع فى طرفها الايمن والتى تساوى ٢٠٩٦٩ر٢ وبما أن هذه المساحة أقل من ٥٠٠ر٠ أى أقل من النصف ؛ اذاً فالدرجة المعيارية تقع على يسار المتوسط المساوى للصفر ، أى أنها سالبة ، وبذلك تصبح تلك الدرجة مساوية لـ — ٠٩٦٩ر٢ ، ويدل هذا الشكل أيضا على الارتفاع الاعتدالى المساوى لـ ٠٤٤٣ر٠ والمساحة الكبرى التى تساوى ٩٨٢ر٠ والتى تكمل تلك المساحة الصغرى •



(شكل ٢٤)
المساحة الصغرى ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالى والمساحة الكبرى المكملة لها

هذا ونستطيع أن نجد الدرجة المعيارية التى تقابل المساحة الكبرى بنفس الطريقة السابقة • وبما أن تدريج جدول المساحات يبدأ من أقصى الطرف الأيسر للمنحنى الاعتدالى المعيارى ، اذن فالدرجة المعيارية التى تقابل المساحة الكبرى ٠٫٩٨٢ تساوى + ٢٫٠٩٦٩ وذلك عندما نبدأ حسابنا لهذه المساحة من الطرف الايسر للتوزيع الاعتدالى المعيارى ، كما يدل على ذلك الشكل التالى •



(شكل ٢٥)
المساحة الكبرى ، ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالى ؛
والمساحة الصغرى المكملة لها

والجدول رقم (٤) فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية يبين المساحات الصغرى ، والدرجات المعيارية التى تقع عند أطرافها اليمنى ، والارتفاعات الاعتدالية المقابلة لتلك الدرجات والمساحات الكبرى • وقد أطلق على ذلك الجدول اسم جدول مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى •

تمارين على الفصل السادس

١ — وضح علاقة المنحنى الاعتدالى بالصدفة ، وبين أهم العوامل التى تؤثر فى شكل المنحنى الاعتدالى .

٢ — ناقش أهم الخواص الاحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيـارى .

٣ — ما هى أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى .

٤ — حـول التوزيع التكرارى التالى الى أقرب توزيع تكرارى اعتـدالى .

فئات الدرجات	التكرار
٦ — ١٠	٤
١١ — ١٥	١٣
١٦ — ٢٠	٣٢
٢١ — ٢٥	٧٥
٢٦ — ٣٠	٨٣
٣١ — ٣٥	٥٣
٣٦ — ٤٠	٥٢
٤١ — ٤٥	٣٤
٤٦ — ٥٠	٤

٥ — احسب كا٢ للتوزيع التكرارى المبين بالتمرين السابق ، وناقش مدى حسن مطابقة ذلك التوزيع للتوزيع الاعتدالى .

٦ — ما هى أهم النواحى التى تستخدم فيها جداول ارتفاعات المنحني الاعتدالي المعياري وجداول مساحاته ؟

الفصل السابع

المعيار التائى

مقـــــدمة :

سبق أن بينا الفصل فى الخامس من هذا الكتاب المعايير الاحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية التى نحصل عنها من اجـراء الاختبارات المختلفة على عينة معينة محدودة من الأفراد • ولخصناها فى معايير الاعمار الزمنية ، ومعايير الفرق الدراسـية ، والدرجـات المعيارية ، والدرجات المعيارية المعدلة •

وبما أن هذه المعايير ترتبط ارتباطا مباشرا بعينة الافراد ، اذن فهى تصلح للحكم على مستويات تلك العينة والعينات المثلة لها فى جميع صفاتها المختلفة ، لكنها لا تصلح للحكم على مستويات الاصل الذى تنتمى اليه العينة ، الا اذا كانت تلك العينة صورة صادقة لذلك الأصل فى جميع خواصه المختلفة •

وقد سبق أن بينا فى الفصل السادس من هذا الكتاب الخواص الاحصائية لتوزيع ذلك الأصل الذى تنتمى اليه كل تلك العينات ، وسمينا منحنى ذلك التوزيع المنحنى الاعتدالى واتخذنا منه أطارا ننسب اليه التوزيعات التجريبية ونحولها له ، وسميناه المنحنى الاعتدالى المعيارى•

وهكذا نستطيع الآن أن نعيد تنظيم التوزيعات التكرارية التجريبية ونعدلها لنقترب من توزيعاتها الاعتدالية فنصـل بذلك الى التـوزيع التكرارى لدرجات الصفة التى نقيسها بالنسبة للاصل الذى تنتمى اليه العينة التجريبية • وعندما نحسب المعايير الاحصائية النفسية لتلك

التوزيعات التكرارية التى حولناها الى صورتها الاعتدالية جعلتنا نصل الى المستويات التى تنطبق على كل العينات التى يشتمل عليها هذا الاصل ولهذا يصبح حكمنا على مستويات الافراد المختلفين ادق من حكمنا السابق الذى كان يعتمد على عينة محدودة من الافراد .

ويعد المعيار التائى أهم المعايير الاحصائية النفسية التى تنسب التوزيعات التكرارية التجريبية الى صورتها الاعتدالية وتعتمد فكرته على تقسيم قاعدة المنحنى الاعتدالى الى أقسام متساوية بحيث يمثل كل قسم منها جزءا من أجزاء الانحراف المعيارى الذى يقسم تلك القاعدة الى وحدات متساوية . هذا ويختلف عدد تلك الاقسام تبعا لاختلاف تطبيقاتها العملية . ويختلف بدء تدريج تلك المعايير تبعا لاختلاف أقسامها ، فالمعيار التائى يبدأ من — ٥ ع ، أى أن النقطة التى يبدأ منها تدريجه تبعد يسارا عن المتوسط بما يساوى خمسة انحرافات معيارية ، والنقطة التى ينتهى عندها تدريجه تبعد يمينا عن المتوسط بما يساوى خمسة انحرافات معيارية أو + ٥ ع .

المعيار التائى

نشأته ومعناه

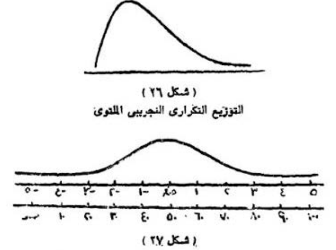
ترجع فكرة هذا المعيار الى ثورنديك E. L. Thorndike الذى اقترح على مكال W. A. Mc Call (1) سنة ١٩٢٢ انشاء معيار نفسى لحساب المستويات المختلفة للقدرة على القراءة ، وقد سمى هذا المقياس بالمعيار التائى (2) نسبة الى ثورنديك وتيرمان اعترافا بفضلهما على المقاييس النفسية الحديثة .

---

(1) Mc Call. W. A., How to Measure in Education, 1922, P, P, 272 - 309.

(2) T-Scale or T- Norms.

وتعتمد فكرته الرئيسية على تحويل التوزيع التجريبي الى توزيعه الاعتدالي الذي يصله بأصله في صورته العامة ، ثم تحويل درجاته الى درجات معيارية متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً ، ثم تحويل هذه الدرجات المعيارية الى درجات معيارية معدلة متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى ١٠ والاشكال التالية توضح مراحل هذه الفكرة .



(شكل ٢٦)
التوزيع التكرارى التجريبى الملتوى

(شكل ٢٧)
التوزيع الاعتدالى بدرجاته المعيارية التى تمتد من — ٥ الى + ٥
والدرجات الذائية التى تمتد من صفر الى ١٠٠

وعندما نقارن شكل التوزيع التجريبى الملتوى المبين في الشكل رقم ٢٦ بالتوزيع الاعتدالى المبين في الشكل رقم ٢٧ ندرك أهمية المرحلة الاولى في تنسيق التكرار التجريبى وتحويله من تكرار العينة التجريبية المحدودة الى تكرار الاصل العام النموذجى الذى تنتمى اليه تلك العينة .

وعندما نقارن الدرجات المعيارية التى تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى الى ١٠ أقسام تمتد من — ٥ الى + ٥ بالدرجات التائية التى تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى الى ١٠٠ قسم تمتد من صفر الى ١٠٠ ندرك معنى وأهمية الدرجة التائية فى تحويل الدرجات المعيارية السالبة الى درجات موجبة ، وفى تقسيم الاجزاء الكبيرة الى وحدات صغيرة تساوى كل منها ١ر٠ من الانحراف المعيارى • فالمسافة التى تمتد من صفر الى + ١ أصبحت تمتد من ٥٠ الى ٦٠ أى أنها انقسمت الى ١٠ أجزاء صغيرة ، وهكذا يصبح المعيار التائى أكثر حساسية فى قياس مستويات الفروق الفردية من الدرجات المعيارية •

ويصل بنا هذا التحليل الى أن الدرجة التائية درجة معيارية معدلة لتوزيع اعتدالى متوسطه ٥٠ وانحرافه المعيارى ١٠ •

وبما أن الدرجة المعيارية المعدلة

= (الدرجة المعيارية × الانحراف المعيارى الجديد) + المتوسط الجـديد

∴ الدرجة التائية = (الدرجة المعيارية × ١٠) + ٥٠

أى أن ت = ١٠ ذ + ٥٠

حيث يدل الرمز ت على الدرجة التائية

ويدل الرمز ذ على الدرجة المعيارية •

هذا ويمكن أن نستخدم هذه المعادلة فى حساب الدرجات التائية المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة •

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ — ٥

تصبح الدرجة التائية = (— ٥ × ١٠) +٥٠

= — ٥٠ + ٥٠

= صفر

وهذه هى الدرجة التائية التى تحدد بدء المقياس

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـــ صفر

تصبح الدرجة التائية = (صفر × ١٠) + ٥٠

= ٥٠

وهذ مهى الدرجة التائية التى تحدد منتصف المقياس.

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـــ + ٥٠

تصبح الدرجة التائية =(٥ × ١٠) + ٥٠

= ٥٠ + ٥٠

= ١٠٠

وهذه هى الدرجة التائية التى تحدد نهاية المقياس

طريقة حساب المعيار التائى من الدرجات المعيارية :

تعتمد الطريقة الاحصائية لحساب درجات المعيار التـائى على جدول المساحات الاعتدالية ، وسنستعين بهذا الجدول فى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى الى توزيع تكرارى اعتدالى وذلك بحساب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للتوزيع التكرارى التجريبى ، ثم البحث عن الدرجات المعيارية التى تقابل تلك النسب لو كانت اعتدالية أو مساحات أعتدالية ، وهذا كفيل بتحويل درجات التوزيع التجريبى الى درجات معيارية فى التوزيع الاعتدالى المقابل لذلك التوزيع التكرارى التجريبى . ثم نحول الدرجات المعيارية الى درجات تائية بضربها فى ١٠ وأضافة ٥٠ الى حاصل الضرب . والجدول رقم ٧٢ يوضح خطوات حساب الدرجات التائية .

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
فئات الدرجات	الحدود الحقيقية العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبي	الدرجة المعيارية ذ	الدرجة التائية (١٠×ذ)+٥٠
٥٥ — ٥٩	٥٩,٥	٢	٢	٠,٠١٠	— ٢,٣٢٦٣	٢٦,٧
٦٠ — ٦٤	٦٤,٥	٧	٩	٠,٠٤٥	— ١,٦٩٥٤	٣٣,٠
٦٥ — ٦٩	٦٩,٥	١٥	٢٤	٠,١٢٠	— ١,١٧٥٠	٣٨,٣
٧٠ — ٧٤	٧٤,٥	٥٠	٧٤	٠,٣٧٠	— ٠,٣٣١٩	٤٦,٧
٧٥ — ٧٩	٧٩,٥	٦٠	١٣٤	٠,٦٧٠	+ ٠,٤٣٩٩	٥٤,٤
٨٠ — ٨٤	٨٤,٥	٤٥	١٧٩	٠,٨٩٥	+ ١,٢٥٣٦	٦٢,٥
٨٥ — ٨٩	٨٠,٥	١٢	١٩١	٠,٩٥٥	+ ١,٦٩٥٤	٦٧,٠
٩٠ — ٩٤	٩٤,٥	٨	١٩٩	٠,٩٩٥	+ ٢,٥٧٥٨	٧٥,٨
٩٥ — ٩٩	١٠٠,٥	١	٢٠	١,٠٠٠		
المجموع		٢٠٠				

(جدول ٧٢)

الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات التائية

وتتلخص الخطوات الاحصائية لحساب الدرجات ادئية فيما يلى :

١ – تكتب فئات الدرجات كما هو مبين بالعمود الاول من الجدول رقم ٧٢ •

٢ – تكتب الحدود الحقيقية العليا لتلك الفئات فى العمود الثانى لانها تحدد المقابلات الخام للدرجات التائية ، ولانها تحدد معنى التكرار المتجمع التصاعدى النسبى : فمثلا نسبة الافراد الذين حصلوا على درجات أقل من ٥٩٫٥ تسـوى ٠٫٠١٠ • كما يدل على ذلك التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للفئة الاولى •

٣ – يرصد التكرار فى العمود الثالث •

٤ – يحسب التكرار المتجمع التصاعدى فى العمـود الرابع من الجدول السابق •

٥ – يحسب التكرار المتجمع التصـاعدى النسبى فى العمـود الخامس وذلك بقسمة كل تكرار متجمع على عدد الافراد أى أن $\frac{٢}{٢٠٠}$ = ٠٫٠١٠ ، $\frac{٩}{٢٠٠}$ = ٠٫٠٤٥ ، $\frac{٢٤}{٢٠٠}$ = ٠٫١٢٠ وهكذا بالنسبة لبقية الفئـات •

٦ – نستعين بالتكرار المتجمع النسبى لتحويل التوزيع التجريبى الى توزيع اعتدالى ، وبما أن هذه النسب تمثل مساحات يقع حـدها الايسر عند النهاية الدنيا للمساحة ، ويقع حدها الايمن عند الدرجـة المعيارية التى تحدد مستواها الطوى كما هو مبين بالشكل رقم ٢٨ •



(شكل ٢٨)
علاقة التكرار المتجمع التصاعدى النسبى بالمساحات الاعتدالية والدرجات المعيارية

اذن نستطيع أن نحسب تلك الدرجات المعيارية التي تقع على الحدود اليمنى للنسب المختلفة ، وذلك بالاستعانة بجدول المساحات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٤) •

٧ ـ نرصد هذه الدرجات المعيارية فى العمود السادس ، ونلاحظ عند رصدنا لتلك الدرجات علامتها الجبرية فنكتبها سالبة عندما تقع على يسار المتوسط أى عندما تقل المساحةعن ٥ر• ، ونكتبها موجبة عندما تقع على يمين المتوسط أى عندما تزيد مساحتها على ٥ر•

٨ ـ نضرب كل درجة معيارية فى ١٠ ثم نضيف ٥٠ الى حاصل الضرب لنحصل بذلك على الدرجات التائية المبينة بالعمود الأخير من الجدول السابق •

هذا ونستطيع أن نحسب الدرجة التائية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى دون أن نحسب الدرجة المعيارية ودون أن نعدلها الى درجة تائية ، وذلك بالاستعانة بجدول المعيار التائى المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٥) • وقد رصدنا فى ذلك الجدول الدرجة التائية المقابلة لكل مساحة اعتدالية ، أى المقابلة لكل تكرار متجمع تصاعدى نسبى ، حتى يعتمد عليه القارىء فى حساب الدرجات التائية •

وقد آثرنا فى مثالنا السابق المبين بجدول ٧٢ أن نوضح جميع الخطوات الاحصائية لحساب الدرجات التائية ليدرك القارىء علاقتها المباشرة بالدرجات المعيارية والدرجات المعيارية المعدلة •

التائيات المعيارية :

عندما نحسب المقابلات التائية للحدود العليا لفئات الدرجات الخام فاننا نصل فى النهاية الى متغيرين الأول منهما وهو س يمثل الدرجات الخام والثانى منهما وهو ص يمثل الدرجات التائية كما يدل على ذلك الجدول رقم ٧٣ •

فئات الدرجات من إلى	٥٥ ٥٩	٦٠ ٦٤	٦٥ ٦٩	٧٠ ٧٤	٧٥ ٧٩	٨٠ ٨٤	٨٥ ٨٩	٩٠ ٩٤
الحدود العليا للفئات س	٥٩,٥	٦٤,٥	٦٩,٥	٧٤,٥	٧٩,٥	٨٤,٥	٨٩,٥	٩٤,٥
الدرجات التائية ص	٢٦,٧	٣٣	٣٨,٣	٤٦,٧	٥٤,٤	٦٢,٥	٦٧	٧٥,٨

جدول (٧٣)

يبين فئات درجات (س) وحدودها العليا ودرجاتها التائية (ص)

فالدرجة التائية التى تقابل ٥٩ر٥ تساوى ٢٦ر٧ والدرجة التائية التى تقابل ٦٤ر٥ تساوى ٣٣ وهكذا بالنسبة لبقيـــة الدرجات التائية الأخرى . لكن الدرجة ٥٩ر٥ تمثل الحد الأعلى للفئة الاولى ولا تمثل المقابل التائى لأى درجة خام من درجات تلك الفئة ، ولذلك فعلينـــا أن نحسب بعد ذلك المقابلات التائية لدرجات الفئـــة الاولى أى للدرجات ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٦ ، ٥٨ ، ٥٩ وكذلك الحـــال بالنسبة لدرجات الفئـــات الأخرى .

وتدل الدرجات التائية فى هذه الحالة على مستويات العينـــة التى أجرى عليها الاختبار . وعندما نهدف الى اتخاذ هـــذه العينة أساسا لحساب المعايير التائية التى تنطبق على المجتمع الأصلى الذى تمثله تلك العينة فعلينا أن نطابق بين منحنى العينـــة والمنحنى الاعتـــدالى الذى يدل على المجتمع الاصلى ليتحقق التعميم من العينة الى المجتمع الأصلى وذلك عن طريق تسجيل الدرجات التائية المقابلة للحدود العليا للفئـــات فى رسم بيانى بحيث يدل محوره الأفقى السينى على الدرجات الخام ويدل محوره الرأسى الصادى على الدرجات التائية . ويدل امتداد نقط الرسم البيـــانى الناتج من علاقة الدرجات الخام بالدرجات التائيـــة على خط مستقيم أو خط منحنى . فاذا كان توزيع الدرجات الخـــام

إعتداليا أو قريبا من التوزيع الاعتدالى ، فان الشكل الناتج يصبح خطا مستقيما ، واذا كان توزيع الدرجات الخام ملتويا التواء موجبا أو سالبا فان الشكل الناتج يصبح منحنيا . وعلينا فى كلتا الحالتين أن نستعين بالرسم البيانى الناتج لحساب الدرجات التائية المعيارية التى تقابل كل درجة من الدرجات الخام ، وذلك عن طريق قراءة المقابلات التائية الخام مباشرة من الرسم البيانى أو عن طريق حساب المقابلات التائية للدرجات الخام من معادلة الخط المستقيم أو المنحنى الذى يدل على العلاقة بينهما .

وهذا يتطلب أولا رسم الخط البيانى المستقيم أو المنحنى لتتحقق عملية حسن مطابقة الرسم لامتداد مواقع نقط الاحداثيات . فاذا كان اتجاه امتداد احداثيات النقط التى تسجل العلاقة بين التائيات والدرجات الخام يدل على خط مستقيم فاننا نستطيع أن نحصل على هذا الخط بترسم التقريبى أو بالمتوسطات أو بتصغير المربعات . وبالمثل عندما يدل اتجاه النقط على منحنى وذلك عندما يكون التوزيع التكرارى للدرجات الخام ملتويا التواء موجبا أو التواء سالبا فاننا نستطيع أيضا أن نرسم المنحنى أو نحوله الى خط مستقيم عن طريق حساب لوغاريتمات الاحداثيات السينية أو الصادية ثم نرسم ذلك الخط بالطرق السابقة أى بالرسم التقريبى أو بالمتوسطات أو بتصغير المربعات ، لنحصل فى النهاية على المقابلات التائية المعيارية المقابلة للدرجات الخام .

وسنبين فيما يلى طرق حساب المقابلات التائية المعيارية للتوزيعات الإعتدالية التى يدل رسمها البيانى على خط مستقيم ، والتوزيعات الملتوية التى يدل رسمها البيانى على منحنى .

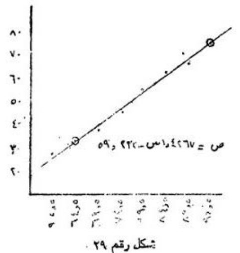
أولا : التائيات المعيارية للتوزيعات الاعتدالية :

عندما نسجل احداثيات نقط الجدول رقم ٧٣ الذى يحدد العلاقة بين المتغير س الذى يمثل الحدود العليا لفئات الدرجات الخام

والمتغير ص· الذى يمثل الدرجات التائية فى الشكل رقم ٢٩ فاننـــا سرعان ما ندرك أن اتجاه النقط يميل الى الخط المستقيم • وعلينا الآن أن نستخدم هذا الرسم البيـانى فى معرفة المقابلات التائية المعيـارية لكل درجة من الدرجات الخام وليس فقط للحدود العليا للدرجات وذلك باستخدام الطرق السريعة التى تتلخص أهمها فى طريقتين تعتمد الأولى على الرسم التقريبى للخط، وتعتمد الثانية على حساب متوسطات الاحداثيات، أو باستخدام طريقة تصغير المربعات •

أ — طريقة الرسم التقريبى :

نستطيع أن نرسم الخط المستقيم بشد خيط أسود رفيع فوق نقط الرسم البيانى بحيث تصبح أبعاد النقط التى تقع فوقه مساوية لأبعاد النقط التى تقع تحته • ثم نختار نقطتين من النقط التى يمر بها الخيط ونرسم حول كل منهما دائرة، ثم نرسم بعد ذلك الخط المستقيم الذى يمر بالنقطتين• هذا ويمكن أن نتجاوز فى ذلك الرسم فى أول الامر عن بعض النقط المتطرفة فى أول الخط وآخره لأنها غالبا ما تشذ عن الاتجاه العـــام لامتداد بقية النقط الأخرى •



شكل رقم ٢٩ .

وقد أدت عمليـــة رسم الخط المناسب الى اختيـــار النقطـة س = ٩٤٫٥ ، ص = ٧٥٫٨ والنقطة س = ٦٤٫٥ ، ص تساوى ٣٣ كما يدل على ذلك الشكل رقم ٢٩ وبذلك أمكن مد الخط الذى يمر بهما . وعلينا الآن أن نحسب معـــادلة هـــذا الخط من احداثيات النقطتين بالطريقة التالية :

بما أن الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم هى :

ص = م س + ح

وبالتعويض عن قيم ص ، س بالنسبة للنقطتين الســـابقتين نجد أن :

٧٥٫٨ = م × ٩٤٫٥ + ح (١)

٣٣٫٠ = م × ٦٤٫٥ + ح (٢)

وبطرح المعادلة الثانية من الأولى نجد أن

٣٠ × م = ٤٢٫٨

إذن م = $\frac{٤٢٫٨}{٣٠}$ = ١٫٤٢٦٧

وبالتعويض عن قيمة م فى المعادلة الأولى نجد أن

ج + ٩٤٫٥ × ١٫٤٢٦٧ = ٧٥٫٨

أى أن ج + ١٣٤٫٨٢٣٢ = ٧٥٫٨

اذن ج = − ٥٩٫٠٢٣٢

أى أن معادلة الخط المستقيم هى :

ص = ١٫٤٢٦٧ س − ٥٩٫٠٢٣٢

وللتحقق من صحة هذه المعادلة نعوض عن قيمة س = ٦٤٫٥ فى المعادلة الثانية ونحسب قيمة ص لنرى ما اذا كانت ستساوى ٣٣ أم لا ، أى أن

ص = ١٫٤٢٦٧ × ٦٤٫٥ − ٥٩٫٠٢٣٢

= ٣٢٫٩٩٨٩٥

= ٣٣ تقريباً

اذن فالمعادلة صحيحة ، وتصلح بعد ذلك لحساب المقابلات التائية المعيارية لكل درجة من الدرجات الخام ، فمثلا :

عندما تكون الدرجة الخام س = ٥٥ فإن الدرجة التائية المعيارية = ١٩٫٤

، عندما تكون الدرجة الخام س = ٥٦ فإن الدرجة التائية المعيارية = ٢٠٫٩

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الخام الأخرى .

ب – طريقة المتوسطات :

يمكن أن نحدد النقطتين اللتى يمر بهما الخط المستقيم بطريقة أدق من السابقة وذلك بتقسيم النقط الى مجموعتين متساويتين، المجموعة العليا والمجموعة الدنيا وحساب متوسط الحدود الحقيقية العليا

للمجموعة العليا ليصبح المتغير السينى فى المعادلة الأولى للخط المستقيم وحساب متوسط الدرجات التائية للمجموعة العليا ليصبح المتغير الصادى فى نفس المعادلة السابقة،وكذلك الحال بالنسبة للمجموعة الدنيا حتى نحصل على المعادلة الثانية للخط المستقيم • وعن طريق المعادلة الأولى والثانية يمكن حساب القيم العددية لمعادلة الخط المستقيم الذى يمثل حسن مطابقة الرسم لامتداد مواقع النقط •

ولحساب هاتين المعادلتين فى مثالنا السابق المبين بالجدول رقم ٧٣ نتبع الخطوات التالية :

متوسط الإحداثيات السينية للمجموعة العليا = (٩٤,٥ + + ٨٩,٥ + ٨٤,٥ + ٧٩,٥) ÷ ٤

= ٨٧

متوسط الإحداثيات الصادية للمجموعة العليا= (٧٥,٨ + ٦٧,٠ + ٦٢,٥ + ٥٤,٤) ÷ ٤

= ٦٤,٩٢٥

وبالتعويض فى معادلة الخط المستقيم

ص = م‌س + ح

نحصل على معادلة المجموعة الاولى العليا وهى :

٦٤,٩٢٥ = م × ٨٧ + ح (١)

ومتوسط الإحداثيات السينية للمجموعة الدنيا = (٧٤,٥ + ٦٩,٥ + ٦٤,٥ + ٥٩,٥) ÷ ٤

= ٦٧

ومتوسط الإحداثيات الصادية للمجموعة الدنيا = (٤٩,٧ + ٢٨,٣ + ٣٣,٠ + ٢٦,٧) ÷ ٤

= ٣٦,١٧٥

وبالتعويض فى معادلة الخط المستقيم نحصل على معادلة المجموعة الثانية الدنيا وهى :

ج + ٦٧ × م = ٣٦٫١٧٥ (٢)

وعلينا الآن أن نحسب من المعـــادلتين السابقتين معـــادلة الخط المستقيم لجميع نقط الرسم البيانى وذلك باتباع الخطوات التالية :

بما أن ج + ٨٧ × م = ٦٤٫٩٢٥ (١)

وأن ج + ٦٧ × م = ٣٦٫١٧٥ (٢)

وبطرح المعادلة الثانية من المعادلة الأولى نجد أن :

٢٠ × م = ٢٨٫٧٥

إذن م = ٢٨٫٧٥ / ٢٠ = ١٫٤٣٧٥

وبالتعويض فى المعادلة الأولى عن قيمة م وذلك لحساب قيمـة ج نجـد أن :

ج + ٨٧ × ١٫٤٣٧٥ = ٦٤٫٩٢٥

إذن ج = − ٦٠٫١٣٧٥

وللتحقق من قيم م ، ج نعوض عن تلك القيم فى المعـــادلة الثـــانية وذلك بفرض أن ص التى تســـاوى ٣٦٫١٧٥ هى القيمـة المجهولة ، أى أن :

ص = ٦٧ × ١٫٤٣٧٥ − ٦٠٫١٣٧٥

= ٣٦٫١٧٥

وهى نفس قيمة ص فى المعادلة الثانية ، إذن فمعاملات معـــادلة الخط المستقيم صحيحة وبذلك تصبح معادلة هذا الخط هى :

ص = ١٫٤٣٧٥ س − ٦٠٫١٣٧٥

وسنستعين بهذه المعادلة فى حساب المعايير التائية المقابلة لكل درجة من الدرجات الخام والتى تصلح للمجتمع الأصلى ولا تعد قاصرة فقط على العينة التى طبق عليها الاختبار .

وبالتعويض عن قيمة س المساوية لـ ٥٥ نجد أن :

ص = ١,٤٣٧٥ × ٥٥ – ٦٠,١٣٧٥

ص = ١٨,٩٢٥ أى ١٨,٩ بالتقريب

وبالتعويض عن قيمة س المساوية لـ ٥٦ نجد أن

ص = ١,٤٣٧٥ × ٥٦ – ٦٠,١٣٧٥

ص = ٢٠,٣٦٢٥ أى ٢٠,٤ بالتقريب

ومن الملاحظات التى تيسر حساب بقية المقابلات التائية الاخرى دون التعويض فى كل مرة عن قيمة س فى معادلة الخط المستقيم : أن

٢٠,٣٦٢٥ – ١٨,٩٢٥٠ = ١,٤٣٧٥

أى أن قيم ص تتزايد بما يساوى القيمة العددية للميل م وبذلك تصبح القيمة التالية لـ ص المقابلة لـ ٥٧ هى

٢٠,٣٦٢٥ + ١,٤٣٧٥ = ٢١,٨

وهذه هى نفس القيمة التى نحصل عليها بالتعويض عن قيمة س = ٥٧ فى معادلة الخط المستقيم ، أى أن

ص = ١,٤٣٧٥ × ٥٧ – ٦٠,١٣٧٥

ص = ٢١,٨

وهكذا نستطيع أن نستخدم هذه الطريقة المختصرة للحصول على المقابلات التائية المعيارية الاخرى لقيم الدرجات الخام كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٤ .

الدرجات الخام	التائيات المعيارية	الدرجات الخام	التائيات المعيارية
٥٥	١٨,٩	٦٥	٣٣,٣
٥٦	٢٠,٤	٦٦	٣٤,٧
٥٧	٢١,٨	٦٧	٣٦,٢
٥٨	٢٣,٢	٦٨	٣٧,٦
٥٩	٢٤,٧	٦٩	٣٩,١
٦٠	٢٦,١	٧٠	٤٠,٥
٦١	٢٧,٦	٧١	٤١,٩
٦٢	٢٩,٠	٧٢	٤٣,٤
٦٣	٣٠,٤	٧٣	٤٤,٨
٦٤	٣١,٩	٧٤	٤٦,٣

جدول رقم (٧٤)
المقابلات التائية المعيارية للدرجات الخام

وهكذا بالنسبة لبقية المقابلات التائية المعيارية للدرجات الخام التي تمتد من ٥٥ الى ٩٩ في مثالنا هذا •

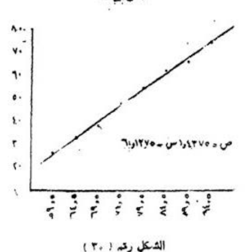
ونستطيع أيضا أن نتحقق من حسن مطابقة الخط المستقيم الذى حسبنا معادلته بطريقة المتوسطات وذلك بحساب المقابلات التائية المعيارية بتلك المعادلة للحدود العليا للفئات ورسم الخط المستقيم لنرى مدى انطباقه على تلك النقط . والجدول رقم ٧٥ يبين المقابلات التائية المعيارية التي حسبت بهذه الطريقة •

الحدود العليا للفئات (س)	٥٩,٥	٦٤,٥	٦٩,٥	٧٤,٥	٧٩,٥	٨٤,٥	٨٩,٥	٩٤,٥
التائيات المعيارية (ص)	٢٥,٩	٣٣	٤٠,١	٤٧,٣	٥٤,٤	٦١,٥	٦٨,٥	٧٥,٨

جدول رقم (٧٥)

يبين التائيات المعيارية المقابلة للحدود العليا لفئات الدرجات

والشكل رقم ٣٠ يبين مدى مطابقة الخط المستقيم لنقط تائيات العينة



الشكل رقم (٣٠)

جـ ــ طريقة تصغير المربعات

تعتمد طريقة تصغير المربعات على اختيار قيم م ، جـ فى معادلة الخط المستقيم بحيث يصبح مجمــوع مربعات أبعاد النقط التى تقع فوق الخط والنقط التى تقع تحت الخط أصغر ما يمكن ، ولتوضيح خطوات هذه الطريقة سنعتمد على البيانات العادية كمثال آخر يعتمد مباشرة على الدرجات الخام كما هى دون تجميعها فى فئات لنبين امكانية حساب المقابلات التائية المعيارية مباشرة من الدرجات كما سبق أن بينا حسابها من فئات الدرجات . ولا تختلف الخطوة الاولى لحساب تائيات العينــة عن الطرق السابقة كما يبين ذلك الجدول رقم ٧٦ .

وسنختار ــ من معادلات تصغير المربعات أيسر معادلتين . الاولى تستخدم لحساب جـ وهى :

$$\text{ج} = \frac{\text{مج س٢ مج ص − مج س مج س ص}}{\text{ن مج س٢ − (مج س)٢}}$$

والثانية تستخدم لحساب م وهى تعتمد على ج ، وهى

$$\text{م} = \frac{\text{مج ص − ن ج}}{\text{مج س}}$$

وعلينا الآن أن نحسب فى مثالنا السابق البيانات الضرورية لحل المعادلتين السابقتين وذلك بعد حذف الدرجة الخام ١٨ لان تكرارها

الدرجات	الحدود العليا للدرجات	التكرار	التكرار المتجمع	التكرار النسبى	الدرجات التائية
١	١,٥	١	١	,٠١٣	٢٧,٧
٢	٢,٥	١	٢	,٠٢٦	٣٠,٦
٣	٣,٥	١	٣	,٠٣٩	٣٢,٤
٤	٤,٥	٤	٧	,٠٩١	٣٦,٧
٥	٥,٥	٣	١٠	,١٣٠	٣٨,٧
٦	٦,٥	٤	١٤	,١٨٢	٤٠,٩
٧	٧,٥	٧	٢١	,٢٧٣	٤٤,٠
٨	٨,٥	٨	٢٩	,٣٧٧	٤٦,٩
٩	٩,٥	١١	٤٠	,٥١٩	٥٠,٥
١٠	١٠,٥	١٠	٥٠	,٦٤٩	٥٣,٨
١١	١١,٥	٤	٥٤	,٧٠١	٥٥,٣
١٢	١٢,٥	١٠	٦٤	,٨٣١	٥٩,٦
١٣	١٣,٥	٢	٦٦	,٨٥٧	٦٠,٧
١٤	١٤,٥	٤	٧٠	,٩٠٩	٦٣,٣
١٥	١٥,٥	٤	٧٤	,٩٦١	٦٧,٦
١٦	١٦,٥	١	٧٥	,٩٧٤	٦٩,٤
١٧	١٧,٥	١	٧٦	,٩٨٧	٧٢,٣
١٨	١٨,٥	١	٧٧	١,٠٠٠	—

جدول رقم (٧٦)
يبين الدرجات الخام والدرجات التائية

النسبى واحد صحيح والمقابل التائى للواحد الصحيح لا يحسب . وبذلك تنتهى درجات المتغير السينى أى الحدود العليا للدرجات عند ١٧,٥ والمتغير الصادى أى الدرجات التائية عند ٧٢,٣ وتصبح ن مساوية

لـ ١٧ أى عدد النقط السينية الصادية وليس عدد الافراد . وفيما يلى نتائج حساب البيانات المطلوبة .

مج س = ١٦١,٥   ن = ١٧

(مج س)٢ = ٢٦٠٨٢,٢٥   مج ص = ٨٥٠,٤

مج س٢ = ١٩٤٢,٢٥   مج س ص = ٩٢٢٥

وبالتعويض فى المعادلة الاولى نجد أن

جـ = (١٩٤٢,٢٥ × ٨٥٠,٤ − ١٦١,٥ × ٩٢٢٥) / (١٧ × ١٩٤٢,٢٥ − ٢٦٠٨٢,٢٥)

جـ = (١٦٥١٦٨٩,٤ − ١٤٨٩٨٣٧,٥) / ٦٩٣٦

جـ = ٢٣,٣٣٥٠٠

الدرجات الخام	التائيات المعيارية	التائيات المعيارية المقربة
١	٢٦,١٤٤٣	٢٦,١٤
٢	٢٨,٩٥٣٦	٢٩,٩٥
٣	٣١,٧٦٢٩	٣١,٧٦
٤	٣٤,٥٧٢٢	٣٤,٥٧
٥	٣٧,٣٨١٥	٣٧,٣٨
٦	٤٠,١٩٠٨	٤٠,١٩
٧	[٤٣,٠٠٠١	٤٣,٠٠
٨	٤٥,٨٠٩٤	٤٥,٨١
٩	٤٨,٦١٨٧	٤٨,٦٢
١٠	٥١,٤٢٨٠	٥١,٤٣
١١	٥٤,٢٣٧٣	٥٤,٢٤
١٢	٥٧,٠٤٦٦	٥٧,٠٥
١٣	٥٩,٨٥٥٩	٥٩,٨٦
١٤	٦٢,٦٦٥٢	٦٢,٦٧
١٥	٦٥,٤٧٤٥	٦٥,٤٧
١٦	٦٨,٢٨٣٨	٦٨,٢٨
١٧	٧١,٠٩٣١	٧١,٠٩
١٨	٧٣,٩٠٢٤	٧٣,٩٠

جدول رقم (٧٧)

التائيات المعيارية المقابلة للدرجات الخام

وبالتعويض فى المعادلة الثانية نجد أن

$$\text{م} = \frac{٢٣,٣٣٥٠ \times ١٧ - ٨٥٠,٤}{١٦١,٥}$$

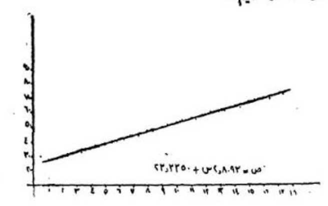
$$\text{م} = \frac{٣٩٦,٦٩٥ - ٨٥٠,٤}{١٦١,٥}$$

$$\text{م} = ٢,٨٠٩٣$$

وبالتعويض عن قيم جـ ؛ م فى معادلة الخط المستقيم نجد أن

$$\text{ص} = ٢,٨٠٩٣ \; \text{س} + ٢٣,٣٣٥٠$$

ونستطيع أن نستخدم هذه المعادلة فى حساب المقابلات التائية المعيارية للدرجات الخام كما يبين ذلك الجدول رقم ٧٧ . وعندما نرصد الدرجات التائية التى حسبت من العينة والمقابلات التائية المعيارية التى حسبت للمجتمع الاصلى بطريقة تصغير المربعات فى الشكل رقم ٣١ نرى مدى دقة رسم الخط البيانى الذى يدل على حسن مطابقة تائيات العينة لتائيات المجتمع الاصلى وذلك لان التوزيع التكرارى لدرجات العينة كان قريبا من التوزيع الاعتدالى كما يدل على ذلك اتجاه نقط الرسم البيانى لشكل الخط المستقيم .



ثانيا — التائيات المعيارية للتوزيعات الملتوية

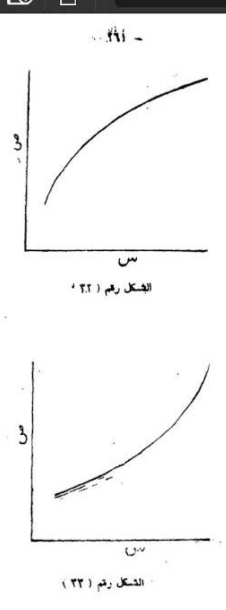
اذا كان التوزيع التكرارى للدرجات الخام ملتويا التواء موجبا أو التواء سالبا فان الرسم البيانى الذى يدل على علاقة الحدود العليا لتلك الدرجات بتائيات العينة يصبح منحنيا (١) • فاذا كان الالتواء موجبا وذلك عندما يكون الاختبار صعبا يصبح المنحنى محدبا كما يدل على ذلك الشكل رقم ٣٢ واذا كان التواء سالبا وذلك عندما يكون الاختبار سهلا يصبح المنحنى مقعرا كما يدل على ذلك الشكل رقم ٣٣ •

وسنبين فيما يلى طريقة حساب التائيات المعيارية للتوزيعات الملتوية التواء موجبا والملتوية التواء سالبا •

أ — طريقة حساب تائيات التوزيعات الموجبة الالتواء

عندما يكون الاختبار صعبا يكثر عدد الافراد الذين يحصلون على درجات صغيرة ويقل عدد الافراد الذين يحصلون على درجات كبيرة وبذلك يرتفع منحنى التوزيع التكرارى عند الدرجات الصغرى فى أقصى اليسار ثم ينخفض ويمتد انخفاضه كلما اتجهنا الى الدرجات الكبرى أى فى اليمين وأقصى اليمين • والمثال التالى يوضح هذه الفكرة كما تدل على ذلك بيانات الجدول رقم ٧٨ وعلينا أن نحسب أولا تائيات درجات العينة بنفس الطريقة التى نحسب بها التائيات من المتجمع التصاعدى النسبى • وعندما نرصد هذه البيانات فى رسم بيانى يوضح العلاقة بين المتغير الذى يدل على الحدود العليا للفئات والمتغير ص الذى يدل على تائيات العينة نحصل على الشكل رقم ٣٤ ويدل امتداد نقط هذا الرسم البيانى على منحنى محدب • هذا ويمكن أن نرسم أقرب منحنى ينطبق على أكثر هذه النقط كما يبين ذلك الشكل رقم ٣٤ ، وأن نستخدم هذا المنحنى فى قراءة المقابلات التائية المعيارية للدرجات الخام،

(١) المنحنى الناتج هو القطع المكافئ Parabola



الشكل رقم (٣٢)

الشكل رقم (٣٣)

فئات الدرجات	الحدود العليا س	التكرار	المتجمع التصاعدي	المتجمع النسبي	تائيات العينة ص
١ – ٣	٣٫٥	٤	٤	٫٠٥٢	٣٣٫٧
٤ – ٦	٦٫٥	١٧	٢١	٫٢٢١	٤٢٫٣
٧ – ٩	٩٫٥	١٩	٤٠	٫٥١٩	٥٠٫٥
١٠ – ١٢	١٢٫٥	١٧	٥٧	٫٧٤٠	٥٦٫٤
١٣ – ١٥	١٥٫٥	٥	٦٢	٫٨٠٥	٥٨٫٦
١٦ – ١٨	١٨٫٥	٦	٦٨	٫٨٨٣	٦١٫٩
١٩ – ٢١	٢١٫٥	٦	٧٤	٫٩٦١	٦٧٫٦
٢٢ – ٢٤	٢٤٫٥	١	٧٥	٫٩٧٤	٦٩٫٤
٢٥ – ٢٧	٢٧٫٥	١	٧٦	٫٩٨٧	٧٢٫٣
٢٨ – ٣٠	٣٠٫٥	١	٧٧	١٫٠٠٠	———

جدول رقم (٧٨)

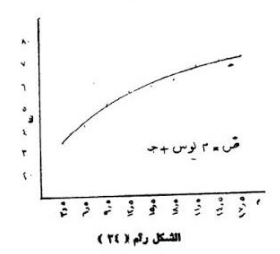
يبين تائيات العينة للتوزيع الملتوى التواء موجبا

لكن عملية قراءة التائيات من المنحنى التقريبي لن تصل الى مستوى الدقة التي نحققها عن طريق حساب التائيات من معادلة ذلك المنحنى .

وبما أن معادلة المنحنى المحدب الذي ظهر في الشكل رقم ٣٤ هي

ص = م × لو س + ج

فهي بذلك تعتمد على تحويل درجات المتغير س الى لوغاريتماتها، وعن طريق هذه المعادلة يتحول المنحنى المحدب الى خط مستقيم ،وللتحقق من ذلك نعيد كتابة س ، ص من الجدول السابق رقم ٣٤ وذلك بعد أن نحسب لوغاريتم كل درجة من درجات المتغير س ونكتب أمامها درجة المتغير ص كما يدل على ذلك الجدول رقم ٧٩ ويدل السطر الاول في ذلك الجدول على الحدود العليا للدرجات ، ويدل السطر الثاني على لوغاريتمات هذه الاعداد ، ويدل السطر الثالث على المقابلات التائية . فمثلا عندما تساوى س ٣ر٥ يصبح لوس مساويا لـ ٥٤ر٠ وذلك يقابل التائي الذي يساوى ٣٣ر٧ وعندما تساوى س ٦ر٥ يصبح



الشكل رقم (٢٤)

لوس مساويا لـ ٠٫٨١ وذلك يقابل التائى الذى يساوى ٤٢٫٣ • وهكذا بالنسبة لبقية بيانات ذلك الجدول •

الحدود العليا س	٣٫٥	٦٫٥	٩٫٥	١٢٫٥	١٥٫٥	١٨٫٥	٢١٫٥	٢٤٫٥	٢٧٫٥	٣٠٫٥
لوس	٠٫٥٤	٠٫٨١	٠٫٩٨	١٫١٠	١٫١٩	١٫٢٧	١٫٣٣	١٫٣٩	١٫٤٤	١٫٤٨
التائيات ص	٣٣٫٧	٤٢٫٣	٥٠٫٥	٥٦٫٤	٥٨٫٦	٦١٫٩	٦٧٫٦	٦٩٫٤	٧٢٫٣	—

جدول رقم (٧٩)
بين لوغاريتمات الدرجات ومقابلاتها التائية

وعندما نسجل العلاقة بين س ، ص فى الشكل رقم ٣٥ نجد أن الرسم الناتج اقرب ما يكون الى الخط المستقيم ، وهذا يدل على صحة توقعاتنا عندما اخترنا المعادلة اللوغاريتمية للمتغير س • ونستطيع الآن أن نحسب معادلة الخط المستقيم الذى يدل على عـــلاقة لوس

بالمقابلات التالية ص ، و، نستخدم أولا طريقة المتوسطات لأنها أسرع وأيسر ونتائجها أقرب ما تكون لنتائج طريقة تصغير المربعات وسنتبع الخطوات التالية فى حساب معادلة الخط المستقيم .

متوسط الإحداثيات السينية للمجموعة العليا = (١,٤٤ + ١,٣٩ + ١,٣٣ + ١,٢٧) ÷ ٤

= ١,٣٥٧٥

متوسط الإحداثيات الصادية للمجموعة العليا = (٧٢,٣ + ٦٩,٤ + ٦٧,٦ + ٦١,٩) ÷ ٤

= ٦٧,٨٠

متوسط الإحداثيات السينية للمجموعة الدنيا = (١,١٩ + ١,١٠ + ٠,٩٨ + ٠,٨١) ÷ ٤

= ١,٠٢

متوسط الإحداثيات الصادية للمجموعة الدنيا = (٥٨,٦ + ٥٦,٤ + ٥٠,٥ + ٤٢,٣) ÷ ٤

= ٥١,٩٥

وبالتعويض فى معادلة الخط المستقيم

ص = م س + جـ

نحصل على معادلتى المجموعة العليا والدنيا

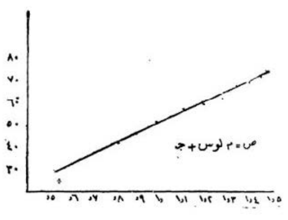
٦٧,٨٠ = م × ١,٣٥٧٥ + جـ (١)

٥١,٩٥ = م × ١,٠٢ + جـ (٢)

وبطرح (٢) من (١) نجد أن

١٥,٨٥ = م × ,٣٣٧٥

إذن م = ٤٦,٩٦٣٠



الشكل رقم (٣٥)

وبالتعويض في (١) نحصل على

٦٧,٨٠ = ٤٦,٩٦٣٠ × ١,٣٥٧٥ + ج

إذن ج = ٤,٠٤٧٧

وللتحقق من صحة هذه البيانات نعرض عن قيم م ، س ، ج لنرى مدى مطابقة القيمة الناتجة بقيمة ص التى تساوى ٥١,٩٥ .

ص = ٤٦,٩٦٣٠ × ١,٠٢ + ٤,٠٤٧٧

ص = ٥١,٩٥

اذن المعادلة صحيحة وهى

ص = ٤٦,٩٦٣٠ × لو س + ٤,٠٤٧٧

ونستطيع الآن أن نحسب التائيات المعيارية المقابلة للحدود العليا لفئات الدرجات الخام كما يبين ذلك الجدول رقم ٨٠ .

لوس	,٥٤	,٨١	,٩٨	١,١٠	١,١٩	١,٢٧	١,٣٣	١,٣٩	١,٤٤	١,٤٨
الحدود العليا س	٣,٥	٦,٥	٩,٥	١٢,٥	١٥,٥	١٨,٥	٢١,٥	٢٤,٥	٢٧,٥	٣٠,٥
التائيات المعيارية ص	٢٩,٤	٤٢,١	٥٠,١	٥٥,٧	٥٩,٩	٦٣,٧	٦٦,٥	٦٩,٣	٧١,٧	٧٣,٥

جدول رقم (٨٠)

يبين التائيات المعيارية المحسوبة بطريقة المتوسطات

وتنتهى بنا هذه الخطوات الى حساب التائيات المعيارية لكل درجة من الدرجات الخام وذلك باستخدام المعادلة السابقة • فمثلا الدرجة التائية المعيارية التى تقابل الدرجة الخام ٢ هى ١٤ر١٨ والتى تقابل الدرجة الخام ٣ هى ٦ر٢٦ والتى تقابل الدرجة الخام ٤ هى ٢ر٣٢ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الخام الاخرى •

وسنستخدم أيضا فى هذه الحالة طريقة تصغير المربعات لنقارن بينها وبين طريقة المتوسطات • وعلينا الآن أن نعيد كتابة معادلتى تصغير المربعات وأن نكتب لوس بدلا من س فى المعادلتين • أى أن :

$$\text{–} = \frac{\text{مج(لوس)}^{2} \times \text{مجص} - \text{مج(لوس)} \times \text{مج(لوس)} \times \text{ص}}{\text{ن مج(لوس)}^{2} - (\text{مجلوس})^{2}} \qquad (1)$$

$$\text{م} = \frac{\text{مجص} - \text{ن ح}}{\text{مج(لوس)}} \qquad (2)$$

والبيانات العددية الضرورية لحل المعادلتين السابقتين هى :

مج(لوس) = ١٠,٠٥   ن = ٩

(مجلوس)٢ = ١٠١,٠٠٢٥   مجص = ٥١٢,٧

مج(لوس)٢ = ١١,٩٢١٧   مج(لوس)×ص = ٦٠٢,٨٢٤

إذن

ج = (٦٠٢٫٨٢٤ × ١٠٫٠٥ − ٥١٢٫٧ × ٩٫٢١٧) / (١٠١٫٠٠٢٥ − ١١٫٩٢١٧ × ٩)

ج = ٨٫٥٦١٣

وبالتعويض عن قيمة جـ فى المعادلة الثانية ، نجد أن

م = (٨٫٥٦١٣ × ٩ − ٥١٢٫٧) / ١٠٫٠٥

م = ٤٣٫٣٤٨١

اذن معادلة الخط المستقيم هى

ص = ٤٣٫٣٤٨١ لوس + ٨٫٥٦١٣

وعلينا الآن أن نستخدم هذه المعادلة فى حساب الثاليات المعيارية التى تقابل الحدود العليا لفئات الدرجات كما يبين ذلك الجدول رقم ٨١ .

لوس	الحدود العليا س	الثاليات المعيارية ص
٠٫٥٤	٣٫٥	٣١٫٩٧
٫٨١	٦٫٥	٤٣٫٦٧
٫٩٨	٩٫٥	٥١٫٠٤
١٫١٠	١٢٫٥	٥٦٫٢٤
١٫١٩	١٥٫٥	٦٠٫١٥
١٫٢٧	١٨٫٥	٦٣٫٦١
١٫٣٣	٢١٫٥	٦٦٫٢١
١٫٣٩	٢٤٫٥	٦٨٫٨٢
١٫٤٤	٢٧٫٥	٧٠٫٩٨
١٫٤٨	٣٠٫٥	٧٢٫٧٢

جدول رقم (٨١)

يبين الثاليات المعيارية المحسوبة بطريقة تصغير المربعات

ونستطيع الآن أن نقارن نتائج طريقة المتوسطات بطريقة تصغير المربعات كما يدل على ذلك الجدول رقم ٨٢ حيث يدل العمود الاول

س	لوس	ص	ص١	ص٢	ص − ص١	ص − ص٢
٣,٥	٠,٥٤	٣٣,٧	٢٩,٤	٣١,٩٧	٤,٣	١,٧
٦,٥	,٨١	٤٢,٣	٤٢,١	٤٣,٦٧	٢,٢	١,٤−
٩,٥	,٩٨	٥٠,٥	٥٠,١	٥١,٠٤	,٤	,٥−
١٢,٥	١,١٠	٥٦,٤	٥٥,٧	٥٦,٢٤	,٧	,٢
١٥,٥	١,١٩	٥٨,٦	٥٩,٩	٦٠,١٥	١,٣−	١,٦−
١٨,٥	١,٢٧	٦١,٩	٦٣,٧	٦٣,٦١	١,٨−	١,٧−
٢١,٥	١,٣٣	٦٧,٦	٦٦,٥	٦٦,٢١	١,١	١,٤
٢٤,٥	١,٣٩	٦٩,٤	٦٩,٣	٦٨,٨٢	,١	,٦
٢٧,٥	١,٤٤	٧٢,٣	٧١,٧	٧٠,٩٨	,٦	١,٣

جدول رقم (٨٢)

مقارنة ثائيات المتوسطات بثائيات تصغير المربعات

على الحدود العليا للفئات أى س أى لوس ويدل العمود الثالث على ثائيات العينة ص والرابع على الثائيات التى حسبت بطريقة المتوسطات ص١ والخامس ص٢ على الثائيات التى حسبت بطريقة تصغير المربعات والسادس والسابع على الفروق ، هذا ويمكن الآن حساب الخطأ المعيارى لفروق ثائيات المتوسطات من ثائيات العينة وذلك بقسمة مجموع مربعات الفروق على عدد النقط ن ثم حساب الجذر التربيعى أى أن :

الخطأ المعيارى لثائيات طريقة المتوسطات $= \sqrt{\frac{\text{مج}(ص - ص_1)^2}{ن}}$

$= \sqrt{\frac{٢٥,٦٩}{٩}}$

$= ١,٧$

وكذلك الحال بالنسبة للخطأ المعيارى لثائيات طريقة التصغير المربعات أى العمود السابع ص − ص ٢ .

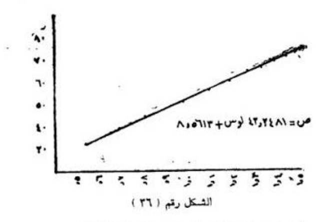
الخطأ المعيارى لثائيات طريقة تصغير المربعات $= \sqrt{\frac{\text{مج}(ص - ص_2)^2}{٩}}$

$$= \sqrt{\frac{١٤,٦}{٩}}$$

$$= ١,٣$$

وهكذا نرى أن الخطأ المعيارى لثابتات طريقة تصغير المربعات أصغر من الخطأ المعيارى لطريقة المتوسطات .

ونستطيع أيضا أن ندرك مدى دقة طريقة تصغير المربعات من الرسم البيانى فى الشكل رقم ٣٦ حيث تكاد تقع كل النقط على الخط المستقيم .



الشكل رقم (٣٦)

ب — طريقة حساب ثابتات التوزيعات السالبة الالتواء

عندما يكون الاختبار سهلا ، يرتفع منحنى التوزيع التكرارى قرب نهايته وبذلك يصبح الالتواء سالبا . والمثال التالى المبين بالجدول رقم ٨٣ يوضح توزيعا تكراريا سالبا فى التوائه . وقد حصلنا عليه من المثال السابق للتوزيع الموجب ، وذلك بأن أعدنا كتابة التكرار بطريقة معكوسة

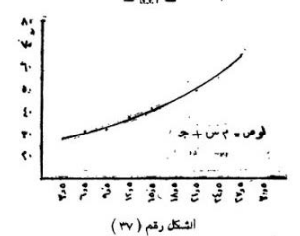
حتى ينخفض فى الاول ويرتفع فى الآخر ٠ وقد حسبت تائيات العينة من التكرار المتجمع النسبى شأنها فى ذلك شأن أى توزيع تكرارى آخر ، ويدل الرسم البيانى لهذا المثال على أن العلاقة بين الفئات العليا للدرجات والتائيات تتخذ شكل المنحنى المقعر ، كما يدل على ذلك الشكل رقم ٣٧ ٠

ويمكن أن نعتمد على هذا المنحنى فى قراءة التائيات المعيارية المقابلة لدرجات الخام ، لكن النتيجة لن تكون بدقة طريقة المتوسطات أو طريقة تصغير المربعات، وذلك فعلينا الآن أن نحول هذا المنحنى الى خط مستقيم

فئات الدرجات	الحدود العليا	التكرار	المتجمع التصاعدى	المتجمع النسبى	التائيات
١ – ٣	٣,٥	١	١	,٠١٣	٢٧,٧
٤ – ٦	٦,٥	١	٢	,٠٢٦	٣٠,٦
٧ – ٩	٩,٥	١	٣	,٠٣٩	٣٢,٤
١٠ – ١٢	١٢,٥	٦	٩	,١١٧	٣٨,١
١٣ – ١٥	١٥,٥	٦	١٥	,١٩٥	٤١,٤
١٦ – ١٨	١٨,٥	٥	٢٠	,٢٦٠	٤٣,٦
١٩ – ٢١	٢١,٥	١٧	٣٧	,٤٨١	٤٩,٥
٢٢ – ٢٤	٢٤,٥	١٩	٥٦	,٧٢٧	٥٦,٠
٢٥ – ٢٧	٢٧,٥	١٧	٧٣	,٩٤٨	٦٦,٣
٢٨ – ٣٠	٣٠,٥	٤	٧٧	١,٠٠٠	———

جدول رقم (٨٣)

يبين المقابلات التائية للحدود العليا للتوزيع التكرارى السالب الالتواء



الشكل رقم (٣٧)

وذلك عن طريق لوغاريتمات الاحداثيات الصادية التى تدل على تائيات العينة ، والمعادلة التى تصلح لتحويل المنحنى الى خط مستقيم هى :

لوص = م × س + جـ

وسنعيد كتابة البيانات العددية اللازمة لحل هذه المعادلة فى الجدول التالى رقم ٨٤ وعندما نرصد النقط الدالة على س ، لو ص فى

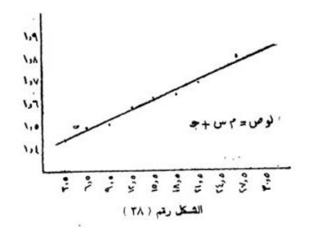
الحدود العليا س	٣،٥	٦،٥	٩،٥	١٢،٥	١٥،٥	١٨،٥	٢١،٥	٢٤،٥	٢٧،٥	٣٠،٥
التائيات ص	٢٧،٧	٣٠،٦	٣٢،٤	٣٨،١	٤١،٤	٤٣،٦	٤٩،٥	٥٦،٠	٦٦،٣	—
لوص	١،٤٤	١،٤٩	١،٥١	١،٥٨	١،٦٢	١،٦٤	١،٦٩	١،٧٥	١،٨٢	—

جدول رقم (٨٤)

يبين لوغاريتمات التائيات المقابلة للحدود العليا لفئات الدرجات الخام

رسم بيانى فاننا نلاحظ أنها أقرب ما تكون الى الخط المستقيم كما يدل على ذلك الشكل رقم ٣٨ • وعلينا الآن أن نكتشف معادلة هذا الخط لنستعين بها فى حساب التائيات المعيارية •

فاذا اخترنا طريقة تصغير المربعات لتحديد الخط المستقيم الذى يمثل العلاقة بين المتغير السينى أى الحدود العليا لفئات الدرجات ،



الشكل رقم (٣٨)

ولوغاريتمات المتغير الصادى أى لوغاريتمات تائيات العينة ، فان علينا أن نحسب القيم العددية للمعادلتين التاليتين :

$$\text{جـ} = \frac{\text{مجس}^2\ \text{مجلوص} - \text{مجس}\ \text{مجس لوص}}{\text{ن مجس}^2 - (\text{مجس})^2} \qquad (1)$$

$$\text{م} = \frac{\text{مجلوص} - \text{ن جـ}}{\text{مجس}} \qquad (2)$$

وبما أن ن = ٩

مجـ س = ١٣٩,٥   مجـ لوص = ١٤,٥٤

(مجـ س)٢ = ٢٧٠٠٢,٢٥   مجـ س لوص = ٣٢٣,٥٢

مجـ س٢ = ١٩٤٦٠,٣٥

إذن بالتعويض في المعادلة الأولى :

جـ = (٢٧٠٠٢,٢٥ × ١٤,٥٤ − ١٣٩,٥ × ٣٢٣,٥٣) ÷ (٩ × ٢٧٠٠٢,٢٥ − ١٩٤٦٠,٢٥)

جـ = ١,٣٨١٣

وبالتعويض عن قيمة جـ في المعادلة الثانية

م = (١٤,٥٤ − ٩ × ١,٣٨١٣) ÷ ١٣٩,٥

م = ٠١٥١,

اذن معادلة الخط المستقيم هى

لوص = ٠١٥١, × س + ١,٣٨١٣

ولا تؤدى هذه المعادلة مباشرة الى التاثيات المعيارية التى رمز لها بالرمز ص ، وعلينا بعد أن نحسب القيم العددية لكل من لو ص أن نحولها الى مقابلاتها اللوغاريتمية لنحصل بذلك على ص أى التاثيات المعيارية . والجدول رقم ٨٥ يبين نتائج حساب ص بتلك المعادلة .

الحدود العليا س	لو ص	التاليات المعيارية ص
٣,٥	١,٤٣٤٢	٢٧,١٨
٦,٥	١,٤٧٩٥	٣٠,١٦
٩,٥	١,٥٢٤٨	٣٣,٤٨
١٢,٥	١,٥٧٠١	٣٧,١٦
١٥,٥	١,٦١٥٤	٤١,٢٥
١٨,٥	١,٦٦٠٧	٤٥,٧٨
٢١,٥	١,٧٠٦٠	٥٠,٨٢
٢٤,٥	١,٧٥١٣	٥٦,٤٠
٢٧,٥	١,٧٩٦٦	٦٢,٦٠
٣٠,٥	١,٨٤١٩	٦٩,٤٩

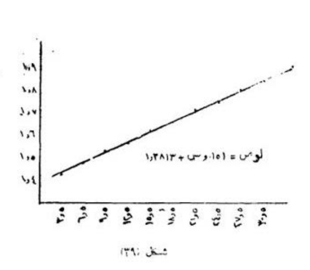
جدول رقم (٨٥)
يبين التاليات المعيارية المقابلة للحدود العليا لفئات الدرجات الخام

ونستطيع الآن أن نستخدم المعادلة اللوغاريتمية السابقة لحساب التائيات المعيارية كل درجة من الدرجات الخام والامثلة التالية توضح هذه الفكرة •

الدرجة الخام	لو ص	ص أى التاليات المعيارية
٣	١,٤٢٦٦	٢٦,٧١
٤	١,٤٤١٧	٢٧,٦٥
٥	١,٤٥٦٨	٢٨,٦٣

وهكذا بالنسبة للدرجات الاخرى •

والشكل رقم ٣٩ يبين مدى حسن مطابقة الخط المستقيم المحسوب بطريقة تصغير المربعات ، للنقط التى تدل على علاقة الحدود العليا لفئات الدرجات بلوغاريتمات التائيات المعيارية أى لو ص •


١٫٩
١٫٨
١٫٧
١٫٦
١٫٥
١٫٤
لوس = ٠٫٠١٥١ س + ١٫٢٨١٣
٣٫٠
٦٫٠
٩٫٠
١٢٫٠
١٥٫٠
١٨٫٠
٢١٫٠
٢٤٫٠
٢٧٫٠
٣٠٫٠

شكل (٣٩)

تمارين على الفصل السابع

١ – ما هى أهم الاسباب التى أدت الى نشوء فكرة المعايير الاعتدالية •

٢ – ناقش أهم الأسس العلمية التى تعتمد عليها المعايير الاعتدالية فى تحويل التوزيعات التجريبية الى توزيعات اعتدالية •

٣ – ما هى أهم الفروق الاحصائية النفسية التى تميز وحدات المعيار التائى عن المئينيات •

٤ – احسب المعيار التائى للحدود العليا لفئات الدرجات الخام واستخدام طريقة تصغير المربعات وراجع نتائج حسابك على البيانات

الفئات	الحدود العليا	التكرار	التائيات المعيارية
٤ – ٨	٨,٥	٤	٣٢,١٠
٩ – ١٢	١٢,٥	٤	٣٤,٨٧
١٣ – ١٦	١٦,٥	٦	٣٧,٨٨
١٧ – ٢٠	٢٠,٥	٨	٤١,١٦
٢١ – ٢٤	٢٤,٥	١٠	٤٤,٧٢
٢٥ – ٢٨	٢٨,٥	١٣	٤٨,٥٩
٢٩ – ٣٢	٣٢,٥	١٥	٥٢,٧٨
٣٣ – ٣٦	٣٦,٥	٢٤	٥٧,٣٥
٣٧ – ٤٠	٤٠,٥	١٤	٦٢,٣٠
٤١ – ٤٤	٤٤,٥	٧	٦٧,٦٩

المسجلة فى عمود التائيات المعيارية • لاحظ أن الاختبار سهل ولذلك فالمنحنى سالب ولذا نتخذ معادلة تصغير المربعات الصورة اللوغاريتمية فى المتغير ص •

الفصل الثامن

المعايير التائية المعدلة

مقـدمة :

يهدف المعيار التائى الى تعديل الدرجات المعيارية بحيث يغـير علاماتها السالبة الى موجبة ويزيد من حساسية وحداتها بقسمتها الى أجزاء صغيرة يبلغ طول كل جزء منها أو ١ر٠ ع ولكن هذا المعيار بصورته الاصلية يعجز أحيانا عن تحديد المستويات المتعددة التى قد تسفر عنها بعض المشاكل العملية التى تتطلب وحدات أصغر من أو ١ر٠ ع ويعجز أيضا من تحويل الدرجات الخام الى مقابلاتها التائية الصحيحة لكثرة كسوره العشرية . وقد أدى هذا الامر الى نشوء المعايير التائية المعدلة .

وسنبين فى هذا الفصل المعايير التائية المعدلة ، أى المعايير المشتقة من المعيار التائى وأهمها المعيار التائى الحربى ، والجامعى ، والجيمى والتساعى ، والسباعى ، ونسبة الذكاء الانحرافية .

وسنوضح فى دراستنا لهذه المعايير علاقة بدء التدريج ونهايتـه بمدى المعيار وأقســامه وسننتهى من ذلك كله الى مناقشـة الصــفر المطلق للمعايير المختلفة ، وأهمية هذا الصفر فى تطوير المقاييس النفسية .

أ ـ المعيار التائى الحربى [1]

استعان الجيش الامريكى بالمعيار التائى فى تحـديد مستويات المجندين خلال الحرب العالمية الثانية . وقد واجهته بعض الصعوبات العملية التى نشأت من كثرة عدد المجندين ، الامر الذى أدى به الى

(1) AGCT Norm s

تقسيم كل انحراف معيارى الى ٢٠ جزءا بدلا من ١٠ أجزاء ، والى تغيير المتوسط من ٥٠ الى ١٠٠ ، وبذلك أصبحت درجات المعيار التائى الحربى ضعف درجات المعيار التائى الاصلى .

أى أن

الدرجة المعيارية التائية = ضعف الدرجة المعيارية التائية الأصلية
= ٢(١٠ذ + ٥٠)
= ٢٠ذ + ١٠٠

فالدرجة التائية التى تساوى ٣٥ تصبح مساوية لـ ٧٠ فى هذا المعيار الحربى والدرجة التائية التى تساوى ٦٠ تصبح مساوية لـ ١٢٠ . وهكذا بالنسبة للدرجات التائية الاخرى . أى أن أجزاء المعيار تحولت بهذا التعديل من ١ر٠ ع الى ٠٥ر٠ ع أى [illegible] ع بدلا من [illegible] ع .

ب ــ المعيار التائى الجامعى (١)

عندما استعانت الهيئات الجامعية بالمقياس التائى الاصلى فى تحديد مستويات القبول بالكليات المختلفة واجهتها بعض الصعوبات العملية التى نشأت عن كثرة وجود الكسور العشرية ، بالدرجات التائية ، وإذا ضربنا الدرجات التائية الاصلية فى ١٠ أمكننا أن نتخلص من الكسور العشرية ، وقد استعانت الهيئات الجامعية بهذه الفكرة لانشاء المعيار التائى الجامعى . أى أن

الدرجة المعيارية التائية الجامعية = ١٠ × الدرجة المعيارية التائية الأصلية
= ١٠(١٠ذ + ٥٠)
= ١٠٠ذ + ٥٠٠

وهكذا يقسم هذا المعيار الجامعى الانحراف المعيارى الى ١٠٠

(1) CEEB Norms

قسم قيمه كل قسم تساوي ١/١٠ ع ، ويغير قيمة المتوسط من ٥٠ الى ٥٠٠ ، فالدرجة التائية التى تساوي ٢٠ تصبح مساوية لـ ٢٠٠ فى المعيار التائى الجامعي ، والدرجة التائية التى تساوى ٧٠ تصبح مساوية لـ ٧٠٠ ، والدرجة التائية التى تساوى ٥٨,٩ تصبح مساوية لـ ٥٨٩ وهكذا يغير هذا المعيار كسور الدرجات التائية الى أعداد صحيحة .

جـ ــ المعيار الجيمى

نشاة المعيار الجيمى

أنشأ جيلفورد J. P Guilfond (١) هذا المعيار ليلخص المستويات التائية الكثيرة فى عدد قليل من المستويات بحيث تصلح لفهم وتفسير المقاييس التى لا تحتاج الى مثل حساسية المعيار التائى وسماه بالمعيار الجيمى (٢) .

حساب الدرجات الجيمية من الدرجات المعيارية

وحدة المعيار الجيمى تساوى ٠,٥ ع أى ع ، ومتوسطه يساوى ٥ ويبدأ تدريجه من الصفر وينتهى الى ١٠ ، أى أنه يحتوى على ١١ قسما . وبما أن وحدته تقسم الانحراف المعيارى الى نصفين ، اذن فانحرافه المعيارى يساوى ٢ وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المعيارية ؛ درجة معيارية معدلة انحرافها المعيارى الجديد يساوى ٢ ومتوسطها الجديد يساوى ٥ ، أى أن

الدرجة الجيمية المعيارية = ٢ × الدرجة المعيارية + ٥

= ٢ × د + ٥

---

(1) Guilford. J. P. Fundamental Statics in Psycnology and Education, 1956, p.p. 501-503

(2) C - scale, or C - Norms.

وبذلك نستطيع أن نحول درجات أى توزيع تكرارى تجريبى الى درجات جيمية وذلك بتحويل ذلك التوزيع الى صورته الاعتدالية ثم حساب درجاته المعيارية بطريقة المساحات الاعتدالية وتحـويل تلك الدرجات الى درجات جيمية كما سبق أن بينا فى تحليلنا للفكرة التى تقوم عليها طريقة حساب الدرجات التائية الاصلية المبينة فى الجـدول رقم ٧٢ فى الفصل السابع .

والجدول رقم ٨٦ يوضح خطوات هذه الفكرة

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	الدرجة المعيارية ذ	الدرجة الجيمية (٢×ذ)+٥
٥٥–٥٩	٥٩,٥	٢	٢	٠,٠١٠	٢,٣٢٦٣–	٠,٣
٦٠–٦٤	٦٤,٥	٧	٩	٠,٠٤٥	١,٦٩٥٤–	١,٦
٦٥–٦٩	٦٩,٥	١٥	٢٤	٠,١٢٠	١,١٧٥٠–	٢,٧
٧٠–٧٤	٧٤,٥	٥٠	٧٤	٠,٣٧٠	٠,٣٣١٩–	٤,٣
٧٥–٧٩	٧٩,٥	٦٠	١٣٤	٠,٦٧٠	٠,٤٣٩٩+	٥,٩
٨٠–٨٤	٨٤,٥	٤٥	١٧٩	٠,٨٩٥	١,٢٥٣٦٤+	٧,٥
٨٥–٨٩	٨٩,٥	١٢	١٩١	٠,٩٥٥	١,٦٩٥٤+	٨,٤
٩٠–٩٤	٩٤,٥	٨	١٩٩	٠,٩٩٥	٢,٥٧٥٨+	١٠,٢
٩٥–١٠٠	١٠٠,٥	١	٢٠٠	١,٠٠٠		
المجموع		٢٠٠				

(جدول ٨٦)

الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات الجيمية من الدرجات المعيارية

وقد آثرنا أن نحسب الدرجات الجيميــة لنفس درجات التوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ٧٢ لنوضح القدر المشترك بين فكـرة الدرجات التائية وفكرة الدرجات الجيمية . وهكذا لا يختلف جدول ٨٦ عن جدول ٧٢ الا فى العمود الاخير . وتدل درجات هذا العمود على

الدرجات الجيمية التى حسبت كل منها بضرب درجتها المعيارية فى ٢ ثم اضافة ٥ الى حاصل الضرب •

فالدرجة الجيمية المعيارية الأولى – ٢,٣٢٦٣ تحسب بالطريقة التالية

الدرجة الجيمية = (٢ × – ٢,٣٢٦٣) + ٥

= – ٤,٦٥٢٦ + ٥

= ٠,٣٤٧٤

= ٠,٣ تقريباً

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية التالية –١,٦٩٥٤ تحسب بنفس الطريقة السابقة أى أن

الدرجة الجيمية = (٢ ×–١,٦٩٥٤) + ٥

= –٣,٣٩٠٨ + ٥

١,٦٠٩٢

= ١,٦ تقريباً

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية الأخيرة ٢,٥٧٥٨ تحسب بنفس الطريقة السابقة أى أن

الدرجة الجيمية (٢ × ٢,٥٧٥٨) + ٥

= ٥,١٥١٦ + ٥

= ١٠,١٥١٦

= ١٠,٢ تقريباً

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات المعيارية الأخرى •

هذا ونستطيع أن نصل بهذه الطريقة الى هدفها النهائى وذلك بأن نحسب المقابلات الجيمية للدرجات الخام ، كما سبق أن حسبنا المقابلات التائية للدرجات الخام بطريقة الرسم البيانى حيث يدل المحور الأفقى على الدرجات الخام والمحور الرأسى على الدرجات الجيمية ، ويدلنا الخط البيانى المرسوم بينهما على العلاقة التى تؤدى الى ذلك التحويل المباشر •

حساب الدرجات الجيمية من الدرجات التائية

ترتبط الدرجات الجيمية ارتباطا رياضيا بالدرجـات التائية . وسنستعين بهذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية الى جيمية . ويمكن أن نوضح فكرة هذه العلاقة فى التحليل التالى .

∴ الدرجة الجيمية ج = ٢ذ + ٥

والدرجة التائية ت = ١٠ذ + ٥٠

اذن نستطيع أن نستعين بهاتين المعادلتين فى معرفة علاقة الدرجة الجيمية ج بالدرجة التائية ت .

∵ ت = ١٠ذ + ٥٠

∴ ت − ٥٠ = ١٠ذ

∴ (ت − ٥٠) / ١٠ = ذ

أى أن ذ = ت / ١٠ − ٥٠ / ١٠

= ت / ١٠ − ٥

أى أن الدرجة المعيارية = الدرجة التائية / ١٠ − ٥

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية فى معادلة الدرجة الجيمية ، نرى أن

∴ ج = ٢ذ + ٥

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥$$

$$\therefore \text{ج} = ٢\left(\frac{\text{ت}}{١٠} - ٥\right) + ٥$$

$$= \frac{٢\text{ت}}{١٠} - ١٠ + ٥$$

$$= \frac{\text{ت}}{٥} - ٥$$

أى أن الدرجة الجيمية $= \frac{\text{الدرجة التائية}}{٥} - ٥$

وهكذا نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية الى درجات جيمية وذلك بقسمتها على ٥ ثم طرح ٥ من ناتج عملية القسمة .

وسنطبق هذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية المبينة فى الجدول رقم ٧٢ الى الدرجات الجيمية المبينة بالجدول رقم ٨٦ والجدول رقم ٨٧ يوضح هذه الطريقة .

الدرجة التائية	الدرجة الجيمية = ت/ه − ه
٢٦,٧	٢٦,٧/٥ − ٥ = ٥,٣٤ − ٥ = ٠,٣٤ = ٠,٣ تقريباً
٣٣,٠	٣٣/٥ − ٥ = ٦,٦ − ٥ = ١,٦ = ١,٦
٣٨,٣	٣٨,٣/٥ − ٥ = ٧,٦٦ − ٥ = ٢,٦٦ = ٢,٧
٤٦,٧	٤٦,٧/٥ − ٥ = ٩,٣٤ − ٥ = ٤,٣٤ = ٤,٣
٥٤,٤	٥٤,٤/٥ − ٥ = ١٠,٨٨ − ٥ = ٥,٨٨ = ٥,٩
٦٢,٥	٦٢,٥/٥ − ٥ = ١٢,٥٠ − ٥ = ٧,٥ = ٧,٥
٦٧,٠	٦٧/٥ − ٥ = ١٣,٤ − ٥ = ٨,٤ = ٨,٤
٧٥,٨	٧٥,٨/٥ − ٥ = ١٥,١٦ − ٥ = ١٠,١٦ = ١٠,٢

(جدول ٨٧)

تحويل الدرجات التائية إلى درجات جيمية

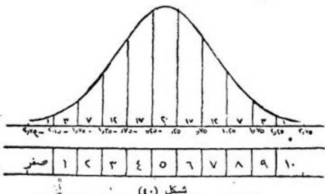
وهكذا نرى أن الدرجات الجيمية المبينة فى آخر العمود الثانى بهذا الجدول هى نفس الدرجات الجيمية المبينة فى العمود الاخير بالجدول رقم ٨٦ .

ولهذه الفكرة أهميتها القصوى فى طريقة حساب الدرجات الجيمية مباشرة من جدول المعايير التائية المبين بملحق الجداول الاحصائية

النفسية رقم ٥ وتتلخص هذه الطريقة فى حساب التكـــرار المتجمع التصاعدى النسبى لفئات الدرجات التكرارية ، ثم الاستعانة بجدول المعايير التائية فى معرفة الدرجة التائية التى تقابل التكرار المتجمع النسبى التصاعدى للتوزيع التجريبى ، ثم تحويل تلك الدرجات التائيـــة الى درجات جيمية وذلك بقسمتها على ٥ ثم طرح ٥ من ناتج القسمة ، هذا ويمكن تحويل الدرجات التائية مباشرة الى درجات جيمية وذلك بالاستعانة بجدول فئات المعايير التائية ومقابلاتها الجيمية ، وهو الجدول السادس بملحق الجداول الاحصائية النفسية ٠

حساب الدرجات الجيمية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى

سبق أن بينا أن الدرجات الجيمية تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى الى أقسام متساوية قيمة كل منها ٥ر٠ ع ٠ وهذه الاقسام تشتمل على مساحات اعتدالية تختلف فى قدرها تبعا لاقتراب الدرجة الجيمية من المتوسط أو ابتعادها عنه ، فكلمـــا اقتربت الدرجة من المتوسط زادت المساحة الاعتدالية لأن ارتفاع المنحنى يبلغ نهايته العظمى عند المتوسط ٠ وكلما بعدت الدرجة الجيمية عن المتوسط نقصت هذه المساحة تبعـــا لتناقص ارتفاع المنحنى الاعتدالى ٠



شكل (٤٠)
علاقة الدرجات الجيمية بالدرجات المعيارية الاعتدالية والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المتوسطة ٥ تمتد من — ٢٥ر٠ الى ٢٥ر٠ أى أن طولها يساوى ٥٠ر٠ وأن الدرجة الجيمية السادسة تمتد من ٢٥ر٠ الى ٧٥ر٠ أى أن طولها يساوى ٥٠ر٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الاخرى .

هذا ويدلنا جدول الارتفاعات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٣) على أن المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٢٥ر٠ تساوى ٠٩٨٧ر٠ وبذلك تصبح المساحة المحصورة بين — ٢٥ر٠ ، + ٢٥ر٠ تساوى ضعف هذه المساحة أى ٠٩٨٧ر٠ × ٢ = ١٩٧٤ر٠ أى أنها تساوى ١٩٫٧٤ فى المائة من المساحة الكلية أى أنها تساوى ٢٠ فى المائة تقريبا وقد حسبت المساحات بهذه الطريقة ورصدت فى الشكل السابق . والجدول رقم ٨٨ يوضح الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التى تقع على حدودها اليسرى واليمنى . والنسب المئوية للمساحات الاعتدالية المقابلة لتلك الدرجات .

الدرجة الجيمية	الدرجة المعيارية	المساحة الاعتدالية المئوية
	— ٢٫٧٥	
٠		١
	— ٢٫٢٥	
١		٣
	— ١٫٧٥	
٢		٧
	— ١٫٢٥	
٣		١٢
	— ٠٫٧٥	
٤		١٧
	— ٠٫٢٥	
٥		٢٠
	+ ٠٫٢٥	
٦		١٧
	+ ٠٫٧٥	
٧		١٢
	+ ١٫٢٥	
٨		٧
	+ ١٫٧٥	
٩		٣
	+ ٢٫٢٥	
١٠		١
	+ ٢٫٧٥	

(جدول ٨٨)

الدرجة الجيمية والدرجات المعيارية التى تقع على حدودها اليسرى واليمنى والمساحات الاعتدالية المئوية المقابلة لتلك الدرجات الجيمية

وبما أن هذه الدرجات الجيمية تحـدد المستويات التصـاعدية للدرجات ، اذن نستطيع أن ندرك معنى المساحات الاعتدالية المئوية التى تقابل تلك الدرجات ، فاذا كان لدينا ١٠٠ شخص رتبوا ترتيبا تصاعديا بالنسبة لدرجتهم فى اختبار ما ، فاننا نجد أن شخصا واحـدا يقع فى مستوى الدرجة الجيمية المساوية للصفر ، ونجد أن عدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمية ١ يساوى ٣ ، وعدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمية ٢ يساوى ٧ وهكذا بالنسبة لبقية المستويات الاخرى .

وسنستعين بهذه الدرجات الجيمية فى تحديد مستويات الافـراد أو طبقاتهم بالنسبة لدرجات أى اختبار ، وسنطلق على تلك المستويات أسماء تدل عليها ، وبذلك يسمى مستوى الدرجة الجيمية صفر « مستوى العاجز جدا » ومستوى الدرجة الجيمية واحد « مستوى العـاجز » وهكذا بالنسبة للدرجات الجيمية الاخرى ، والجدول رقم ٨٩ يوضح هذه الفـكرة .

مستويات الأفراد	الدرجات الجيمية	النسبة المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى
عاجز جداً	٠	١
عاجز	١	٣
ضعيف جداً	٢	٧
ضعيف	٣	١٢
أقل من المتوسط	٤	١٧
متوسط	٥	٢٠
فوق المتوسط	٦	١٧
جيد	٧	١٢
جيد جداً	٨	٧
ممتاز	٩	٣
ممتاز جداً	١٠	١

(جدول ٨٩)

مستويات الدرجات الجيمية ، والنسبة المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من هذه المستويات

وبما أن هدفنا من تطبيق هذا المعيار الجيمى هو تحديد المستويات بطريقة واضحة ، لذلك لا نرى أهمية كبرى لكسور هذه المستويات مثل ٣ر١ أو ٤ر٢ ، وانما الذى يعنينا من هذا التحديد هو معرفة الدرجات الخام التى يشتمل عليها كل مستوى من مستويات الدرجات الجيمية . ولذا يقترح مؤلف هذا الكتاب حساب الدرجات الجيميـة مباشرة من المساحات التكرارية وذلك بالاستعانة بالمساحات الاعتدالية التى تقـابل الدرجات المعيارية التى تقع على حدود الدرجات الجيمية . والجدول رقم ٩٠ يوضح هذه الفكرة .

الدرجة الجيمية	الدرجات المعيارية التى تحدد أطراف الدرجات	المساحات الاعتدالية التى تمتد من أقصى الطرف الأيسر إلى الدرجة المعيارية
٠	٢,٧٥−	٠,٠٠٣٠
١	٢,٢٥−	٠,٠١٢٢
٢	١,٧٥−	٠,٠٤٠٠
٢	١,٢٥−	٠, ١٠٦
٣	٠,٧٥−	٠, ٢٢٧
٤	٠,٢٥−	٠, ٤٠٣
٥	٠,٢٥+	٠, ٦٠٠
٦	٠,٧٥+	٠, ٧٧٤
٧	١,٢٥+	٠, ٨٩٥
٧	١,٧٥+	٠, ٩٦٠
٩	٢,٢٥+	٠,٩٨٧٩
١٠	٢,٧٥+	٠,٩٩٧٠

(جدول ٩٠)

الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التى تحدد أطرافها ، والمساحات الاعتدالية التى تمتد من أقصى الطرف الأيسر للمنحنى الاعتدالى المعيارى إلى الدرجة المعيارية

وهكذا يمكن معرفة الدرجات الجيمية مبـاشـرة من المســـاحات التكرارية التى تمتد من الطرف الايسر للتوزيع الاعتدالى الى الدرجـة المعيارية الإعتدالية التي تقع عند الطرف الايمن لمدى الدرجة الجيمية .

وبما أن هذه المساحات التكرارية الاعتدالية تحـــول التوزيع التجريبى الى توزيع اعتدالى اذا استعنا بها فى معاملة التكرار المتجمع النسبى التصاعدى على أنه مساحات تكرارية اعتدالية تمتد من أقصى الطرف الايسر للتوزيع التكرارى الى الحد النهائى الايمن للدرجة الجيمية، اذن نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة فى حساب الدرجات الجيمية للتوزيع التجريبى مباشرة من التكرار المتجمع النسبى .

والجدول رقم ٩١ يوضح فكرة هذه الطريقة ، وهو لا يختلف فى جوهره عن الجدول السابق رقم ٩٠ الا فى اعادة ترتيب اعمدته بصورة تيسر هذه العملية الحسابية .

فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	الدرجة الجيمية
٠,٠٠٣٠ — ٠,٠١٢٣	٠
٠,٠١٢٤ — ٠,٠٤٠٠	١
٠,٠٤١ — ٠,١٠٦	٢
٠,١٠٧ — ٠,٢٢٨	٣
٠,٢٢٩ — ٠,٤٠٣	٤
٠,٤٠٤ — ٠,٦٠٠	٥
٠,٦٠١ — ٠,٧٧٤	٦
٠,٧٧٥ — ٠,٨٩٥	٧
٠,٨٩٦ — ٠,٩٦٠	٨
٠,٩٦١٠ — ٠,٩٨٧٩	٩
٠,٩٨٨٠ — ٠,٩٩٧٠	١٠

(جدول ٩١)

حساب الدرجات الجيمية ،باشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى

وهكذا تتحول عملية حساب الدرجات الجيمية الى حساب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى لاى توزيع تكرارى تجريبى ثم قــــراءة المقابلات الجيمية لتلك النسب مباشرة من جدول ٩١ وقد أعددنا كتابة

هذا الجدول فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٧) وحذفنا منه النسبة الاولى ٠٠٠٣٠ر٠ ليمتد التوزيع من أقصى الطرف الايسر الى ٠١٢٣ر٠ ، وحذفنا أيضا النسبة الاخيرة ٩٩٧٠ر٠ ليمتد التوزيع من ٩٨٨٠ر٠ الى أقصى الطرف الايمن للتوزيع ، هذا ويدل الطرف الايسر للتوزيع على المستويات الدنيا للدرجات ، ويدل الطرف الايمن على المستويات العليا .

وخير ما تصلح له هذه الطريقة هى حساب الدرجات الجيمية للدرجات الخام التى لم تصنف بعد فى فئات تكرارية وهى تهدف فى جوهرها الى تجميع تلك الدرجات فى فئات تختلف فى مداها تبعا لاختلاف مستوياتها . فقد يصل عدد درجات احدى تلك المستويات الجيمية الى ٦ مثلا بينما يصل مدى احدى المستويات الاخرى الى درجة واحدة .

والمثال التالى المبين بالجدول رقم ٩٢ يوضح طريقة حساب الدرجات الخام وذلك بالاستعانة بجدول ٩١ الذى يدل على علاقة فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبى بالدرجات الجيمية المختلفة .

١	٢	٣	٤	٥
الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة الجيمية
٢	٢	٢	٠,٠٠٣	صفر
٣	٤	٦	٠,٠٠٩	
٤	٧	١٣	٠,٠١٩	١
٥	١٣	٢٦	٠,٠٣٧	
٦	٢٩	٥٥	٠,٠٧٩	٢
٧	٤٢	٩٧	٠,١٣٩	٣
٨	٧١	١٦٨	٠,٢٤٠	٤
٩	٩٧	٢٦٥	٠,٣٧٩	
١٠	١٢٠	٣٨٥	٠,٥٥٠	٥
١١	١١٠	٤٩٥	٠,٧٠٧	٦
١٢	٨٨	٥٨٣	٠,٨٣٣	٧
١٣	٥٠	٦٣٣	٠,٩٠٤	٨
١٤	٣٥	٦٦٨	٠,٩٥٤	
١٥	١٧	٦٨٥	٠,٩٧٩	٩
١٦	٩	٦٩٤	٠,٩٩١	١٠
١٧	٥	٦٩٩	٠,٩٩٩	
١٨	١	٧٠٠	١,٠٠٠	

(جدول ٩٢)

مثال يبين حساب الدرجات الجيمية للدرجات الخام التكرارية

وقد حسب التكرار المتجمع التصاعدى فى العمود الثالث من الجدول السابق ، وحسب منه التكرار المتجمع التصاعدى النسبى فى العمود الرابع . واتخذ هذا التكرار النسبى أساسا لتحديد الدرجات الجيمية ، وذلك بالاستعانة بجدول ٩١ أو بجدول رقم ٧ المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية ، فمثلا التكرار النسبى ٠٫٠٠٣ يقع فى نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار النسبى ٠٫٠٠٩ يقع أيضا فى نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار النسبى الذى يليه وهو ٠٫٠١٩ يقع فى نطاق الدرجة الجيمية ١ ، لهذا فصلنا ٠٫٠٠٩ عن ٠٫٠١٩ بخط أفقى لتحديد نهاية الدرجة الجيمية صفر ، وبدء الدرجة الجيمية ١ ، هذا ويدلنا هذا الخط على أن الدرجات الخام التى تقع فى نطاق الدرجة الجيمية صفر هى ٢ ، ٣ وهكذا بالنسبة للدرجات الخام الاخرى .

د — التساعى المعيــــارى

نشأة التساعى المعيارى

استعان قسم الخدمة النفسية لسلاح الطيران الامريكى بالتساعى المعيارى خلال الحرب العالمية الثانية لتحديد مستويات المجندين فى عدد قليل من المستويات وهو كما يدل اسمه عليه يقسم مستويات القـدرة الى ٩ طبقات تبدأ بـ ١ وتنتهى بـ ٩ .

حساب الدرجات التساعية المعيارية

تعتمد التساعيات المعيارية اعتمادا كليا على الدرجات الجيمية ، وهى لا تكاد تختلف عنها فى الدرجات المتطرفة . وتقوم فكرة التساعى المعيارى على الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية للصفر والدرجة

---

(١) Standard Nine or Stanine,

الجيمية المساوية للواحد الصحيح فى درجة تساعية واحدة تساوى واحداً صحيحا وعلى الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية لـ ٩ والدرجة الجيمية المساوية لـ ١٠ فى درجة تساعية واحدة تساوى ٩ وهكذا يلخص هذا المقياس الجديد المستويات الجيمية فى ٩ مستويات بدلا من ١١ .

والجدول رقم ٩٣ يوضح العلاقة بين الدرجات الجيمية والتساعيات المعيارية والنسب المئوية لعدد الافراد فى كل مستوى من هذه المستويات، وأسماء هذه المستويات .

النسب المئوية لعدد الأفراد فى المستويات الجيمية	الدرجات الجيمية	الدرجات التساعية	النسب المئوية لعدد الأفراد فى المستويات التساعية	مستويات القدرة
١	٠	١	٤	عاجز
٣	١			
٧	٢	٢	٧	ضعيف جداً
١٢	٣	٣	١٢	ضعيف
١٧	٤	٤	١٧	أقل من المتوسط
٢٠	٥	٥	٢٠	متوسط
١٧	٦	٦	١٧	فوق المتوسط
١٢	٧	٧	١٢	جيد
٧	٨	٨	٧	جيد جداً
٣	٩	٩	٤	ممتاز
١	١٠			

(جدول ٩٣)

علاقة التساعيات المعيارية بالدرجات الجيمية

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب التساعيات المعيارية للمثال الذى حسبنا له درجاته الجيمية فى الجدول رقم ٩٢ . والجدول رقم ٩٤ يوضح هذه الطريقة .

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة الجيمية	التساعيات	والمستويات
٢	٢	٢	٠٫٠٠٣	صفر	١	عاجز
٣	٤	٦	٠٫٠٠٩			
٤	٧	١٣	٠٫٠١٩	١		
٥	١٣	٢٦	٠٫٠٣٧			
٦	٢٩	٥٥	٠٫٠٧٩	٢	٢	ضعيف جداً
٧	٤٢	٩٧	٠٫١٣٩	٣	٣	ضعيف
٨	٧١	١٦٨	٠٫٢٤٠	٤	٤	أقل من المتوسط
٩	٩٧	٢٦٥	٠٫٣٧٩	٤	٤	أقل من المتوسط
١٠	١٢٠	٣٨٥	٠٫٥٥٠	٥	٥	متوسط
١١	١١٠	٤٩٥	٠٫٧٠٧	٦	٦	فوق المتوسط
١٢	٨٨	٥٨٣	٠٫٨٣٣	٧	٧	جيد
١٣	٥٠	٦٣٣	٠٫٩٠٤	٨	٨	جيد جداً
١٤	٣٥	٦٦٨	٠٫٩٥٤			
١٥	١٧	٦٨٥	٠٫٩٧٩	٩	٩	ممتاز
١٦	٩	٦٩٤	٠٫٩٩١	١٠		
١٧	٥	٦٩٩	٠٫٩٩٩			
١٨	١	٧٠٠	١٫٠٠٠			

(جدول ٩٤)

مثال يبين حساب التساعيات للدرجات الخام التكرارية وعلاقتها بالدرجات الجيمية .

وقد آثرنا فى تحليلنا لطريقة حساب التساعيات المعيارية أن نؤكد علاقتها بطريقة حساب الدرجات الجيمية حتى يستعين القارىء مباشرة بجدول حساب الدرجات الجيمية من فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبى المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٧) مع تعديل بسيط فى قراءة ذلك الجدول عند حساب التساعى الاول والتساعى الاخـــير •

ولا تختلف طريقة حساب التساعيات لفئات الدرجات عن طريقة حساب الدرجات الجيمية لتلك الفئات الا فى التساعى الاول والتساعى الاخير • لذلك سنكتفى بالمثال السابق فى تحليلنا لطريقة التســاعيات المعيــارية •

تقويم التساعيات المعيارية

تصلح التساعيات المعيارية لتقسيم المستويات المختلفة الى عـــدد محدود من الطبقات بحيث تصبح أكثر وضوحا من الدرجات الجيميـــة فى معناها للفرد العادى الذى يستعين بها فى فهم المستويات التصاعدية المختلفة للقدرات والقوى العقلية ، وخاصة عندما يضيق نطاق هـــذه الفروق الى الحد الذى يجعلها أكثر وضوحا بالنسبة لتسعة مستويات عنها بالنسبة لـــ ١١ مستويا •

ويعاب على التساعيات أنها تطمس الفروق الفردية للمستويات الدنيا والعليا وذلك لأنها تجمع مستويات كل طرف فى وحدة واحـــدة بدلا من وحدتين • ويؤدى هذا التجمع الطرفى الى عجز المعيار عن تحديد نسبة الافراد الذين يمثلون نسبة ١٪ بامتياز بالغ ، أو تحديد نســبة الافراد الذين يمثلون نسبة ١٪ بعجز تام • واذا كنا فى تطبيقنا لتلك المستويات لا نحتاج الى مثل هذه الدقة الطرفية فى تقسيم مستويات الافراد ، فلا ضير هناك فى الاستعانة بتلك التساعيات المعيارية •

وقد يعاب عليها أيضاً أنها تطيل وحدات المعيار فى طرفيه ، لانها تجمع وحدتين من وحدات المعيار الجيمى فى كل طرف من طرفيها فيزداد طول الوحدة الطرفية عن ٥ر٠ ومهما يكن من أمر طول هذه الوحدات فانها لاتثير مشاكل عملية تطبيقية لها أهميتها الكبرى ، وانما تثيرمشاكل نظرية تتصل من قريب بالاسس الاحصائية التى تعتمد عليها وحـدات المعيـــار •

هـ ــ السـباعى المعيارى

نشأة المعيار السباعى ومعناه

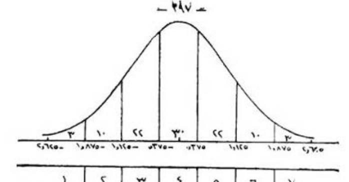
يقترح مؤلف هذا الكتاب معيارا جديدا أكثر ايجازا من التساعيات المعيارية يصلح لقياس مستويات الفروق الفردية ذات النطاق الضيق ، ويصحح بعض عيوب التساعيات المعيارية وخاصة مايقوم منها على عدم تساوى الوحدات الطرفية للمقياس •

ويقترح تسمية هذا المعيار بالسباعى المعيارى (١) لأنه يقسـم مستويات الافراد فى أى اختبار الى سبع طبقات متساوية فى وحداتها الطولية • أو بمعنى آخر يقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى الى سبعة أجزاء متساوية ، قيمة كل جزء منها ٧٥ر٠ ع ، وهذا بدوره يؤدى الى تحديد قيمة عددية للمتوسط تساوى ٤

والشكل رقم ٤١ يوضح علاقة التدريج السباعى بالمســاحات الإعتدالية وبالدرجات المعيارية •

---

(١) يقترح مؤلف الكتاب تسمية هذا السباعى المعيارى باسم Standard Seven أو Staseven .



شكل (٤١)

علاقة الدرجات السباعية بالدرجات المعيارية الاعتدالية
والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة السباعية المتوسطة ٤ تمتد من — ٠٫٣٧٥ الى + ٠٫٣٧٥ ، أى أن طولها يساوى ٠٫٣٧٥ — (— ٠٫٣٧٥) = ٠٫٧٥٠ أى ¾ وأن الدرجة السباعية الخامسة تمتد من ٠٫٣٧٥ الى ١٫١٢٥ أى أن طولها يساوى ١٫١٢٥ — ٠٫٣٧٥ = ٠٫٧٥٠ والدرجة السباعية السادسة تمتد من ١٫١٢٥ الى ١٫٨٧٥ أى أن طولها يساوى ١٫٨٧٥ — ١٫١٢٥ = ٠٫٧٥٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الاخرى • أى أن أطوال وحدات المعيار السباعى متساوية • وكل منها تساوى ٠٫٧٥ أى أن السباعى المعيارى يقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى الى ٧ أقسام متساوية طول كل قسم منها يساوى ¾ ع أو ٠٫٧٥ ع • وبما أن طول الانحراف المعيارى (ع) للتوزيع الاعتدالى المعيارى يساوى واحدا صحيحا ، اذن فطول كل قسم من أقسام السباعى المعيارى يساوى ٠٫٧٥ × ١ = ٠٫٧٥ •• وهذه هى الفكرة التى اعتمد عليها هذا المعيار الجديد فى تحديد أطوال وحداته بحيث يصبح عددها مساويا لـ ٧ •

ونستطيع الآن أن نحسب النسب المئوية لعدد أفراد كل مستوى من هذه المستويات السباعية • والجدول رقم ٩٥ يوضح خطوات هذه الفكرة •

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الدرجات السباعية	الدرجات المعيارية الطرفية	الدرجات المعيارية الطرفية المقربة	المساحات الاعتدالية من المتوسط إلى الدرجة المعيارية	المساحات الاعتدالية من أقصى اليسار إلى الدرجة المعيارية	النسبة المئوية للمساحات الاعتدالية السابقة	النسبة المئوية للمساحات الاعتدالية السباعية	النسبة المئوية لعدد الأفراد في المستويات السباعية
٧	٢,٦٢٥	٢,٦٣	٠,٤٩٥٧	٠,٩٩٥٧	٩٩,٦		
٦	١,٨٧٥	١,٨٨	٠,٤٦٩٩	٠,٩٦٩٩	٩٧,٠	٢,٦	٣
٥	١,١٢٥	١,١٣	٠,٣٧٠٨	٠,٨٧٠٨	٨٧,١	٩,٩	١٠
٤	٠,٣٧٥	,٣٨	٠,١٤٨٠	٠,٦٤٨٠	٦٤,٨	٢٢,٣	٢٢
٣	٠,٣٧٥−	٠,٣٨−	(−) ٠,١٤٨٠	٠,٣٥٢٠	٣٥,٢	٢٩,٦	٣٠
٢	١,١٢٥−	١,١٣−	(−) ٠,٣٧٠٨	٠,١٢٩٢	١٢,٩	٢٢,٣	٢٢
١	١,٨٧٥−	١,٨٨−	(−) ٠,٤٦٩٩	٠,٠٣٠١	٣,٠	٩,٩	١٠
	٢,٦٢٥−	٢,٦٣−	(−) ٠,٤٩٥٧	٠,٠٠٤٣	٠,٤	٢,٦	٣

(جدول ٩٥)

النسب المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من المستويات السباعية المعيارية

ويدل العمود الاول على الدرجات السباعية مرتبة ترتيبا تنازليا بحيث تبدأ بالدرجة ٧ وتنتهى الى درجة ١ •

ويدل العمود الثانى على الدرجات المعيارية التى تقع على الحدود اليسرى واليمنى لتلك السباعيات كما سبق أن بيناها فى شكل ٤١ ، فالدرجة السباعية المبينة فى آخر العمود الاول تمتد من — ٢ر٦٢٥ الى — ١ر٨٧٥ ، والدرجة السباعية ٢ تمتد من — ١ر٨٧٥ الى — ١ر١٢٥ وهكذا بالنسبة لحدود بقية السباعيات الاخرى •

ويدل العمود الثالث على نفس هذه الدرجات المعيارية بعد تقريبها الى رقمين عشريين •

ويدل العمود الرابع على المساحات الاعتدالية المحصورة بين تلك الدرجات المعيارية والمتوسط • وقد حسبت هذه المساحات الاعتدالية من جدول الارتفاعات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الاحصائية (جدول رقم ٣) •

ويدل العمود الخامس على المساحات الاعتدالية المحصورة بين أقصى الطرف الايسر للتوزيع والدرجات المعيارية المختلفة ، وقد حسبت هذه المساحات باضافة ٥ر• الى مساحات العمود السابق، فمثلا المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٢ر٦٣ تساوى ٤٩٥٧ر• لكن المساحة المحصورة بين أقصى الطرف الايسر للتوزيع الاعتدالى المعيارى والمتوسط تساوى ٥ر• لان المساحة الكلية للمنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى واحدا صحيحا • اذن فالمساحة المحصورة بين أقصى الطرف الايسر للتوزيع والدرجة المعيارية ٢ر٦٣ تساوى ٥ر• + ٤٩٥٧ر• = ٩٩٥٧ر• • وهكذا بالنسبة للمساحات الاخرى التى تنتهى عند طرفها الايمن بدرجة معيارية موجبة • هذا وتنحو عملية الجمع الى عملية طرح عندما تقع تلك المساحات على يسار المتوسط ، أى عندما ينتهى طرفها الايمن بدرجة معيارية سالبة •

ويدل العمود السادس على تحويل تلك المساحات الى نسب مئوية وتقريب الناتج الى رقم عشرى واحد •

ويدل العمود السابع على فروق النسب ، فمثــلا ٩٩ر٦ ــ ٩٧ر٠ = ٢ر٦ وتدل هذه الفروق على النسب المئوية للمساحات التى تقع فى نطاق السباعيات المختلفة •

ويدل العمود الثامن على تقريب تلك النسب المئوية الى أقــرب أعداد صحيحة لتدل بذلك على النسب المئوية لعدد الافراد فى كل مستوى من المستويات السباعية المختلفة • ويستطيع القارىء أن يقارن الآن بين هذه النسب المئوية كما يدل عليها ذلك الجدول ، وبين تلك النسب كما بيناها فى شكل ٤١ ، وسيدرك بعد هذه المقارنة معناها وأسسها الاحصائية فمثلا عدد الافراد الذين يمثلون مستوى السباعى الاول يساوى ٣ أفراد فى كل مائة فرد ، وعدد الافراد الذين يمثلون مستوى السباعى الثانى يساوى ١٠ أفراد كل مائة فرد ، وهكذا بالنسبة للمستويات السـباعية الاخــرى •

طريقة حساب السباعيات للدرجات الخام

تعتمد الطريقة الاحصائية لحساب السباعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية على معرفة المساحات الاعتدالية النسبية التى تمتد من أقصى الطرف الايسر للتوزيع حتى الدرجة الاعتدالية المعيارية التى تحدد الطرف الايمن لتدريجات السباعى المعيارى •

وبما أن السباعى المعيارى الاول يمتد من ــ ٢ر٦٣ الى ــ ١ر٨٨ ، اذن فالمساحة الاعتدالية النسبية التى تمتد من أقصى الطرف الايسر للتوزيع حتى النقطة التى تحددها الدرجة ــ ٢ر٦٣ هى ٠ر٠٠٤٣ كما تدل على ذلك البيانات العددية المبينة بالعمود الخامس من الجدول السابق

رقم ٩٥ ، والمساحة الاعتدالية النسبية التى تمتد من أقصى الطـــرف الايسر للتوزيع حتى النقطة التى تحددها الدرجة ــ ١٫٨٨ هى ٠٫٠٣٠١ كما تدل على ذلك أيضا بيانات العمود الخامس من الجدول السابق ، وهكذا بالنسبة للسباعيات المعيارية الاخرى •

وسنستعين بهذه المساحات الاعتدالية لتحويل التوزيع التكرارى التجريبى الى توزيع اعتدالى وذلك عن طريق التكرار المتجمع التصاعدى النسبى كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعايير الاعتدالية الاخرى •

والجدول رقم ٩٦ يوضح هذه الفكرة ، ويبين طـــريقة حســـاب السباعيات المعيارية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى •

فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	الدرجة السباعية	المستويات
٠,٠٠٤٣ – ٠,٠٣٠١	١	عاجز
٠,٠٣٠٢ – ٠:١٢٩٢	٢	ضعيف
٠,١٢٩٣ – ٠:٣٥٢٠	٣	تحت المتوسط
٠,٣٥٢١ – ٠,٦٤٨٠	٤	متوسط
٠,٤٦٨١ – ٠,٨٧٠٨	٥	فوق المتوسط
٠,٨٧٠٩ – ٠.٩٦٩٩	٦	جيد
٠,٩٧٠٠ – ٠,٩٩٥٧	٧	ممتاز

(جدول ٩٦)

حساب السباعيات مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى

هذا وقد أعدنا كتابة هذا الجدول فى ملحق الجداول الاحصـــائية النفسية (جدول رقم ٩) وحذفنا منه النسبة الاولى ٠٫٠٠٤٣ ليمتـــد التوزيع من أقصى الطرف الايسر الى ٠٫٠٣٠١ وحذفنا منه أيضا النسبة

الاخيرة ٩٩٥٧ر٠ ليمتد التوزيع من ٩٧٠٠ر٠ الى أقصى الطرف الايمن للتوزيع .

هذا ويمكن أن نستعين بهذا الجدول لحساب السباعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية التى حسبنا لها درجاتها الجيمية وتساعياتها المعيارية فى الجدول رقم ٩٤ .

طريقة حساب السباعيات لفئات الدرجات

تعتمد هذه الطريقة على تأكيد فكرة الدرجات المعيارية المعدلة وعلاقتها المباشرة بالمعايير الاعتدالية كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لفكرة المعايير التائية والجيمية والتساعية ، وبما أن وحدة المعيار السباعى تساوى ٧٥ر٠ اذن فالانحراف المعيارى الجديد لهذا السباعى المعيارى يساوى أى ١٫٣٣ وبما أن المتوسط الجديد لهذا المقياس يساوى ٤ اذن نستطيع أن نصوغ معادلة السباعى المعيارى فى الصورة التالية .

الدرجة السباعية المعيارية = ١٫٣٣ × الدرجة المعيارية + ٤

وهكذا نستطيع أن نحسب السباعيات المختلفة للحدود الحقيقية العليا لفئات الدرجات اذا علمنا القيمة العددية للدرجات المعيارية التى تقع على الحدود العليا للتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لكل فئة من تلك الفئات التكرارية كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار التائى .

هذا ويمكن أن نحسب أولا الدرجات التائية للتوزيع التجريبى من جدول المعايير التائية ثم نحولها بعد ذلك الى سباعيات من جدول رقم (٨) المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية ، حيث يقوم فى جوهره

على توضيح طريقة حساب السباعيات المعيارية من فئات الدرجات التائية ، كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار الجيمى .

علاقة السباعيات بالتائيات

ترتبط الدرجات السباعية ارتباطا رياضيا بالدرجات التائية ، كما ارتبطت الدرجات الجيمية بالدرجات التائية ، وتقوم فكرة هذا الارتباط على أن الاسس الاحصائية للمعايير النفسية الاعتدالية تتلخص فى صورة جوهرية واحدة وهى الدرجة المعيارية المعدلة .

والدراسة العلمية التحليلية لتلك العلاقات توضح فكرة المعايير الاعتدالية ، وتمهد السبيل لتحويل درجات أى معيار لدرجات المعايير الاخرى . والتحليل يوضح علاقة السباعيات بالتائيات .

∴ الدرجة السباعية = ١,٣٣ ذ + ٤

، ت = ١٠ ذ + ٥٠

$$\therefore \text{ذ} = \frac{\text{ت} - ٥٠}{١٠}$$

أى أن

$$\text{ذ} = \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥$$

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية ذ فى معادلة الدرجة السباعية . نرى أن

$$\text{الدرجة السباعية} = ١,٣٣ \left(\frac{\text{ت}}{١٠} - ٥ \right) + ٤$$

و — نسبة الذكاء الانحرافية

ترجع هذه النسبة فى نشأتها الاولى الى أبحاث ويكسلر (١) Wechsler فى قياسه لذكاء الراشدين والاطفال وفى حسابه لمعايير الذكاء التى تعتمد على الدرجات المعيارية المعدلة ، وعلى المفهوم الشائع لنسبة الذكاء ولذلك سماها نسبة الذكاء الانحرافية (٢) • وهى فى جوهرها ليست نسبة ذكاء بالمعنى الشائع المعروف لتلك النسبة التى تمتد عبر الاعمار المتتالية لتقارن أطفال عمر ما بأطفال عمر آخر ، وذلك لانها لا تستخدم العمر العقلى ولا العمر الزمنى ، ولذلك فتسميتها بنسبة ذكاء تسمية مجازية وقد تكون مضللة أحيانا • وهى تعتمد على نوع من الدرجات المعيارية المعدلة أو بمعنى آخر على الدرجات التائية المعدلة التى تقسم أفراد عمرها الى مستويات عليا ومتوسطة ودنيا • فهى بهذا المعنى معايير أفقية وليست معايير رأسية •

وقد واجهت ويكسلر صعوبة فى حساب درجات مقياس ذكائه للراشدين الذى أعده للاعمار الزمنية التى تبدأ من ١٦ سنة وتمتد بعد ذلك الى مرحلة الرشد وذلك لان بطارية ذلك الاختبار تتكون من ٦ اختبارات لفظية ، ٥ اختبارات عملية ، ولا يصح (٣) فى مثل هذه الحالة جمع الدرجات الخام التى يحصل عليها الفرد فى اختبارات بطارية المقياس الا بعد أن تنسب الى أصل واحد ، لذلك حول ويكسلر الدرجات الخام لكل اختبار الى درجات معيارية معدلة متوسطها ١٠، وانحرافها المعيارى ٣، وبذلك يمكن مقارنة درجات الافراد فى تلك الاختبارات لان متوسطاتها أصبحت متساوية • وكذلك أصبحت انحرافاتها المعيارية متساوية •

---

(1) Wechsler, D. wechsler aduet Intelligence Scale, Ma--nual. N. Y. The Psychological Corp. 1955.

(2) Deviation I. Q, نسبة الذكاء الانحرافية

(3) Mehrens, W. A., and Lehmann, I J. Measurement and Evaluation in Education and Psychalaog. N. Y. Rin erart and Winston, 1973, P. 403.

ثم مضى ويكسلر بعد ذلك فى حسابه للمعـايير باستخدام نسبة الذكاء الانحرافية التى وجد أنها تصلح للاختبارات اللفظية والاختبارات العملية ولمجموع درجات الفرد فى بطارية الاختبارات .

وتحسب نسبة الذكاء الانحرافية أولا بحساب الدرجات التائية ثم تحول هذه الدرجات الى نسب ذكاء انحرافية متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعيارى ١٥ . ومن أهم مزايا هذا المعيار أن النسب المئوية للافـراد الذين ينتمون الى الفئة المتوسطة فى الذكاء أى التى تمتد من ٩٠ الى ١١٠ تساوى ٥٠٪ من عدد الافراد كما سيأتى بيان ذلك ، وأن هذا المعيار يمكن أن يمتد من مستوى الضعف العقلى المساوى لـ ٤٠ الى مستوى العبقرية المساوى لـ ١٤٠ .

والخطوات التالية توضح طريقة ـ حساب نسبة الذكاء الانحرافية من الدرجات التائية . فاذا رمزنا الى الدرجة التائية بالرمز ت والى نسبة الذكاء الانحرافية بالرمز ك والى الدرجة المعيارية بالرمز ذ فاننا نجد أنه .

$$\therefore \quad \text{ت} = \text{١٠ذ} + \text{٥٠} \qquad (1)$$

$$\text{و} \therefore \quad \text{ك} = \text{١٥ذ} + \text{١٠٠} \qquad (2)$$

$$\therefore \quad \text{ك} = \text{١٥}\left(\frac{\text{ت} - \text{٥٠}}{\text{١٠}}\right) + \text{١٠٠}$$

وذلك بالتعويض عن قيمة ذ من المعادلة الاولى حيث أن

$$\text{ذ} = \frac{\text{ت} - \text{٥٠}}{\text{١٠}} \quad \text{فى المعادلة الثانية}$$

$$\therefore \quad \text{ك} = \text{١,٥ت} - \text{٧٥} + \text{١٠٠}$$

$$\text{أى أن ك} = \text{١,٥ت} + \text{٢٥}$$

وهذه هى المعادلة الاساسية لحساب نسبة الذكاء الانحرافية ك من الدرجة التائية ت ، وذلك بضرب الدرجة التائية فى ١,٥ ثم جمع الناتج على ٢٥ .

هذا ولمعرفة الدرجة التائية التى تقابل نسبة الذكاء الانحرافية المساوية لـ ٩٠ نعيد صياغة المعادلة السابقة فى الصورة التالية

$$\because \quad ك = ١,٥ ت + ٢٥$$

$$\therefore \quad ت = \frac{ك - ٢٥}{١,٥}$$

وعندما تصبح ك مساوية لـ ٩٠

$$\therefore \quad ت = \frac{٩٠ - ٢٥}{١,٥} = ٤٣,٣٣$$

وعندما تصبح ك مساوية لـ ١١٠

$$\therefore \quad ت = \frac{١١٠ - ٢٥}{١,٥} = ٥٦,٦٧$$

وهكذا نستطيع أن ندرك أن نسب الذكاء الانحرافية المتوسطة التى تمتد من ٩٠ الى ١١٠ تقابلها درجات تائية تمتد من ٤٣ر٣٣ الى ٥٦ر٦٧ ونستطيع بعد ذلك أن نبين أن هذا المدى يشتمل على ٥٠٪ من مجموع الأفراد كما سبق أن ذكرنا ذلك فى تقييمنا لمزايا هذا المعيار ، وهذا يتطلب حساب الدرجات المعيارية التى تقابل الدرجة التائية ٤٣ر٣٣ والدرجة التائية ٥٦ر٦٧ كما يلى :

$$\because \quad ت = ١٠ د + ٥٠$$

$$\therefore \quad د = \frac{ت - ٥٠}{١٠}$$

وعندما تساوى ت ٤٣ر٣٣

$$فإن \quad د = \frac{٤٣,٣٣ - ٥٠}{١٠} = -٠,٦٧$$

وعندما تساوى ت ٥٦٫٦٧

فإن د = (٥٦,٦٧ − ٥٠) / ١٠ = + ٠,٦٧

وبالرجوع الى جداول المنحنى الاعتدالى المعيـــارى فى الجداول الاحصائية جدول ٣ نجد أن المساحة المحصورة بين المتوسط وبين الدرجة المعيارية المساوية ٦٧و٠ هى ٢٤٨٦ر٠ اذن فالمساحة المحصورة بين الدرجة المعيارية — ٦٧ر٠ والدرجة المعيارية + ٦٧ر٠ تحسب كما يلى :

المســاحة المحصــورة بين — ٦٧ر٠ ، + ٦٧ر٠ = ٢٤٨٦و٠ + ٢٤٨٦و٠ = ٤٩٧٢ر٠ أى أن المساحة تســاوى ٥٠٪ بالتقريب • اذن فنسبة الأفراد الذين تمتد نسب ذكائهم الانحرافية من ٩٠ الى ١١٠ تساوى ٥٠٪ كما سبق أن ذكرنا ذلك •

وسنبين فيما يلى أهم نسب الذكاء الانحرافية التى تبدأ من ٦٠ وتنتهى عند ١٤٠ ومقابلاتها التائية كما يدل على ذلك الجدول رقم ٩٧ كما يبين هذا الجدول الدرجة المعيارية التى تقابل كل نسبة ذكاء انحرافية وبالتالى مقابلاتها التائية ، والمساحة الاحصائية جدول ٣ ، والمســاحة والمتوسط ، وذلك بالرجوع للجداول الاحصائية جدول ٣ ، والمســاحة التى تمتد من الطرف الأيسر للتوزيع التكرارى الى الدرجة المعيارية ، ومنها حسبت النسبة المئوية لتلك المساحة والنسبة المئوية للمساحة التى تقع بين مستويين متتاليين من مستويات نسبة الذكاء الانحرافية وينتهى الجدول رقم ٩٧ ببيان عدد الأفراد بين كل مستويين متتاليين •

وبذلك يصلح الجدول ٩٧ لأن يحدد معـــايير الأفراد باعتبـــار

نسبة الذكاء الانحرافية	الدرجة التائية	الدرجة المعيارية	المساحة بينها وبين المتوسط	المساحة من الطرف الأيسر	فرق المساحات المتتالية	عدد الأفراد في المائة
٦٠	٢٣,٣٣	-٢,٦٧	,٤٩٦٢-	,٠٠٣٨		
					,٠١٩	٢
٧٠	٣٠,٠٠	-٢,٠٠	,٤٧٧٢-	,٠٢٢٨		
					,٠٦٩	٧
٨٠	٣٦,٦٧	-١,٣٣	,٤٠٨٢-	,٠٩١٨		
					,١٥٩٦	١٦
٩٠	٤٣,٣٣	-,٦٧	,٢٤٨٦-	,٢٥١٤		
					,٢٤٨٦	٢٥
١٠٠	٥٠,٠٠	صفر	صفر	,٥٠٠٠		
					,٢٤٨٦	٢٥
١١٠	٥٦,٦٧	,٦٧	,٢٤٨٦	,٧٤٨٦		
					,١٥٩٦	١٦
١٢٠	٦٣,٣٣	١,٣٣	,٤٠٨٢	,٩٠٨٢		
					,٠٦٩	٧
١٣٠	٧٠,٠٠	٢,٠٠	,٤٧٧٢	,٩٧٧٢		
					,٠١٩	٢
١٤٠	٧٦,٦٧	٢,٦٧	,٤٩٦٢	,٩٩٦٢		
				مجموع عدد الأفراد		١٠٠

جدول رقم (٩٧)
نسب الذكاء الانحرافية ومقابلاتها التائية والنسبة المئوية لعدد افراد كل مستويين متتاليين .

أنها نسب ذكاء انحرافية ، على أن يستخدم العمود الثانى الدال على الدرجة التائية مدخلا للجدول ومنه تحدد نسبة الذكاء الانحرافية المقابلة ، كما يدل على ذلك الجدول رقم ٩٨ .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب القيم البيئية لنسب الذكاء الانحرافية ومقابلاتها التائية باستخدام المعادلة التالية التى تبين العلاقة بين تلك النسب ومقابلاتها التائية كما سبق أن ذكرنا ذلك .

التائيات	نسب الذكاء الانحرافية	المستويات
٢٣,٣٣ – ٢٩,٣٣	٦٠ – ٦٩	حد الضعف العقلى
٣٠,٠٠ – ٣٦,٠٠	٧٠ – ٧٩	ضعيف جداً
٣٦,٦٧ – ٤٢,٦٧	٨٠ – ٨٩	ضعيف
٤٣,٣٣ – ٤٩,٣٣	٩٠ – ٩٩	أقل من المتوسط
٥٠,٠٠ – ٥٦,٠٠	١٠٠ – ١٠٩	متوسط
٥٦,٦٧ – ٦٢,٦٧	١١٠ – ١١٩	فوق المتوسط
٦٣,٣٣ – ٦٩,٣٣	١٢٠ – ١٢٩	جيد
٧٠,٠٠ – ٧٦,٠٠	١٣٠ – ١٣٩	جيد جداً
٧٦,٦٧ – ٨٢,٦٧	١٤٠ – ١٤٩	ممتاز أو عبقرى

(جدول ٩٨)

فئات التائيات المقابلة لفئات نسب الذكاء الانحرافية

$$ت = \frac{ك - ٢٥}{١,٥}$$

ولحساب الدرجة التائية التى تقابل مثلها نسبة الذكاء الانحرافية المساوية ٦١ نجد أن

$$ت = \frac{٦١ - ٢٥}{١,٥} = ٢٤$$

وبذلك تصبح نسبة الذكاء الانحرافية التى تقابل الدرجة التائية ٢٤ هى ٦١ وهكذا بالنسبة للمقابلات الاخرى .

$$= ٠,١٣٣ت - ٦,٦٥ + ٤$$

$$\therefore \text{الدرجة السباعية} = ٠,١٣٣ت - ٢,٦٥$$

وقد ندرك معنى هذه المعادلة الأخيرة بوضوح اذا حسبنا الدرجة السباعية للدرجة التائية المساوية لـ ٥٠ .

الدرجة السباعية = ١٣٢ر × ٥٠ - ٢٫٦٥
= ٦٫٦٥ - ٢٫٦٥
= ٤

أى أن الدرجة التائية ٥٠ تساوى الدرجة السباعية ٤ والدرجة الأولى هى منتصف التدريج التائى ، والثانية هى منتصف التدريج السباعى . وهكذا نستطيع أن نستعين بالمعادلة السابقة فى تحويل أى درجة تائية للدرجة السباعية التى تقابلها .

و - الصفر المطلق للمعايير الاعتدالية

أهمية الصفر المطلق

يعتمد المقياس العلمى الصحيح على صفتين رئيسيتين نلخصهما فى :

١ - تساوى وحدات المقياس .

٢ - الصفر المطلق للمقياس .

هذا ولا تجمع وحدات المقياس أو تطرح الا اذا كانت متساوية ، ولا تضرب أو تقسم الا اذا حددنا لها صفراً مطلقا . وبذلك تعتمد العمليات الحسابية الرئيسية على هاتين الصفتين .

وقد استطعنا أن نحقق الصفة الأولى لجميع المعايير النفسية الاعتدالية ، فأصبحت وحدات كل مقياس متساوية فيما بينها . هذا ويختلف طول كل وحدة من تلك الوحدات تبعا لاختلاف حساسية المقياس، وتباين تطبيقاته العملية . فوحدة المعيار التائى مثلا تساوى ١ر٠ ع ووحدة المعيار الجيمى تساوى ٥ر٠ع ووحدة المعيار السباعى تساوى ٧٥ر٠ع . أى أن أكثرها حساسية هى الوحدات التائية ، وأقلها حساسية هى الوحدات السباعية . هذا ويشبه الاختلاف القائم بين أطوال تلك

الوحدات الاختلاف القائم بين طول المليمتر وطول السنتيمتر ، وطول المتر . ولكل مقياس من هذه المقاييس الطولية فوائده العملية وتطبيقاته المباشرة .

معنى الصفر المطلق للمعايير النفسية

حاول ثيرستون (١) L. L. Thurstone سنة ١٩٢٥ أن يحسب الصفر المطلق للمقاييس النفسية المختلفة ، كما حسب علماء الطبيعة قيمة الصفر المطلق الحرارى — ٢٧٣ درجة .

وتعتمد فكرة الصفر المطلق للمقاييس النفسية على تحويل درجات أى توزيع تكرارى اعتدالى الى درجات أى توزيع تكرارى آخر مشترك معه فى جزء من قاعدته ويختلف عنه فى الجزء الباقى من تلك القاعدة . والتحليل التالى يوضح الخطوات الاحصائية لتطور هذه الفكرة .

لنفرض أن المنحنى أ يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٧ سنوات ، فى اختبار للذكاء ، وأن المنحنى ب يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٨ سنوات فى نفس اختبار الذكاء السابق كما يدل على ذلك الشكل رقم ٤٢

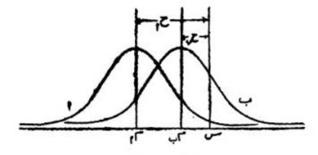
---

1 — (*a*) Thurstone, L.L A Method of Scaling Psychological and Educational Tests, J. Ed. Psy. 1925. 16, P. P. 433—451.

(*b*) ———, The Unit of Measurement in Educational Scales, J. Ed, Psy, 1927, 18. p.p. 505—524.

(*c*) ———, Scale Construction with weighted Observation, J. Ed. Psy., 1928, 19, P.P. 441—453.

(*d*) ———, The absolute zero in Intelligence Measurement, Psy. Rev. 1928. 35, P. P. 175—197.



شكل (٤٢)
تحويل انحرافات درجات أى توزيع اعتدالى انحرافات درجات التوزيع السابق له

لنفرض أن م ا متوسط التوزيع الاعتدالى أ ، وأن م ب متوسط التوزيع الاعتدالى ب ، وأن الدرجة س تنحرف عن متوسط التوزيع ا انحرافاً مقداره ح ا ، وتنحرف عن متوسط التوزيع ب انحرافاً مقداره ح ب وأن ع ا الانحراف المعيارى لتوزيع ا ، وأن ع ب الانحراف المعيارى للتوزيع ب •

$$\therefore \quad \text{ح}_{\text{ا}} = \frac{\text{س} - \text{م}_{\text{ا}}}{\text{ع}_{\text{ا}}}$$

$$\text{أى أن } \text{ح}_{\text{ا}} \times \text{ع}_{\text{ا}} = \text{س} - \text{م}_{\text{ا}}$$

$$\therefore \quad \text{س} = \text{ح}_{\text{ا}} \times \text{ع}_{\text{ا}} + \text{م}_{\text{ا}}$$

وهكذا نرى أن

$$\text{ح}_{\text{ب}} = \frac{\text{س} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{ع}_{\text{ب}}}$$

$$\text{أى أن } \text{ح}_{\text{ب}} \times \text{ع}_{\text{ب}} = \text{س} - \text{م}_{\text{ب}}$$

$$\therefore \quad \text{س} = \text{ح}_{\text{ب}} \times \text{ع}_{\text{ب}} + \text{م}_{\text{ب}}$$

وبما أن س مشتركة فى معادلة التوزيع الاعتدالى ا والتوزيع الاعتدالى ب

$$\therefore \text{ح}_{\text{ا}}\,\text{ع}_{\text{ا}} + \text{م}_{\text{ا}} = \text{ح}_{\text{ب}}\,\text{ع}_{\text{ب}} + \text{م}_{\text{ب}}$$

$$\text{اى ان } \text{ح}_{\text{ب}}\,\text{ع}_{\text{ب}} = \text{ح}_{\text{ا}}\,\text{ع}_{\text{ا}} + \text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}$$

$$\therefore \text{ح}_{\text{ب}} = \frac{\text{ح}_{\text{ا}}\,\text{ع}_{\text{ا}} + \text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{ع}_{\text{ب}}}$$

$$\therefore \text{ح}_{\text{ب}} = \left(\frac{\text{ع}_{\text{ا}}}{\text{ع}_{\text{ب}}}\right)\text{ح}_{\text{ا}} + \frac{\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{ع}_{\text{ب}}}$$

أى أننا نستطيع بذلك أن نحول انحرافات درجات التوزيع التكرارى ا الى انحرافات التوزيع التكرارى ب ، ونستطيع أيضا أن نعكس العملية فنحول انحرافات درجات ب الى انحرافات درجات ا ، ونستطيع أيضا أن نمتد بانحرافات درجات أى توزيع الى درجات التوزيعات التالية أو السابقة له ، وأن نتابع هذه العمليات لنصل من ذلك الى الصفر المطلق الذى نبحث عنه •

وقد استطاع ثيرستون أن يحسب المعايير الاعتدالية النفسية للتوزيعات المتتالية وينسبها جميعا الى قاعدة واحدة ، أى الى تدريج واحد للدرجات لأن القاعدة تدل على تدريج درجات الاختبار • وبما أن هذه الطريقة تعتمد على نسبة فروق المتوسطات للانحرافات المعيارية المتعاقبة كما تدل على ذلك المعادلة السابقة اذن فالنقطة التى تحدد قيمة الصفر المطلق هى النقطة التى تصبح فيها قيمة الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى مساوية للصفر ، أى هى النقطة التى تصل فيها

الفروق الفردية الى نهايتها الصغرى بالنسبة للمقاييس العقلية المختلفة وهكذا ندرك أن النقطة التى تدل على الصفر المطلق النفسى تقع عند الميلاد أو قبله بأسابيع قليلة .

هذا ولا يتسع مجال هذا الكتاب لأكثر من هذا التحليل الاحصائى النفسى لفكرة الصفر المطلق ، وعلى القارىء أن يرجع الى أبحـــاث ثيرستون التى سبق أن أشرنا اليها والى تحليل جاليكسون H.Gallitsen[1] لفكرة الصفر المطلق ، ان أراد أن يعلم الطرق الاحصائية لحساب ذلك الصفر . والتطبيقات العملية لهذه الفكرة فى بناء الاختبارات النفسية وتحليل أسئلتها المختلفة .

---

(1) Guiliksen, H., Theory of Mental Tests 50, P.P 284—286.

تمارين على الفصل الثامن

١ ـ « تعتمد جميع المعايير الاعتدالية على الدرجات المعيارية المعتدلة » ناقش .

٢ ـ ما هي أهم المميزات الرئيسية للمعايير الاعتدالية :.

أ ـ المعيار التائى الأصلى

ب ـ المعيار التائى الحربى

جـ ـ المعيار التائى الجامعى

٣ ـ ناقش أهم الأسس الاحصائية النفسية التى تعتمد عليها فكرة التساعى المعيارى وبين نواحى قوتها وضعفها .

٤ ـ طلب اليك أن تنشىء معيارا تساعيا جديداً متوسطه ٥ وانحرافه المعيارى يساوى واحدا صحيحا . وضح بالرسم وحدات هذا المعيار ، والنسب المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من مستوياته ، واستعن بهذا المعيار الجديد فى تقسيم درجات التمرين الثانى الى المستويات التى يسفر عنها هذا المعيار .

٥ ـ ناقش أهم الفروق الاحصائية النفسية القائمة بين معايير التوزيعات التجريبية والمعايير الاعتدالية .

٦ — احسب الدرجات التساعية المعيارية للدرجات الخام التاليــة

الدرجة	التكرار
٠	١
١	٣
٢	٦
٣	٧
٤	١٠
٥	١٣
٦	١٢
٧	١١
٨	١٤
٩	١٨
١٠	٢٣
١١	١٩
١٢	١٨
١٣	١٩
١٤	١٧
١٥	١٢
١٦	٦
١٧	٤
١٨	٣
١٩	٢
٢٠	١
٢١	١

٧ — احسب السباعيات المعيارية للدرجات الخــام المبينة بالتمرين السادس •

٨ — ناقش فكرة الصفر المطلق • وبين مدى أهميــة هذا الصفر فى القياس النفسى •

الفصل التاسع

معاملات ارتباط الدرجات المتصلة

معنى الارتباط واهميته :

الارتباط فى معناه العلمى الدقيق هو التغير الاقترانى ، أو بمعنى آخر هو النزعة الى اقتران التغير فى ظاهرة بالتغير فى ظاهرة أخرى • ولنضرب لذلك مثل تغير طول عمود من الحديد تبعا لتغير درجات الحرارة التى يتعرض لها، فكلما زادت الحرارة زاد تبعا لذلك الطول، وكلما نقصت الحرارة نقص تبعا لذلك الطول ، أى أن تغير الطول يقترن بتغير الحرارة، ولنضرب لذلك أيضا مثل نقصان حجم قطعة من الثلج تبعا لزيادة درجات الحرارة ، فكلما زادت الحرارة نقص حجم الثلج • أى أن تغير حجم الثلج يقترن بتغير الحرارة •

هذا وقد يكون التغير الاقترانى ايجابيا كمثل زيادة طول عمود الحديد تبعا لزيادة درجات الحرارة ، أى أن الزيادة فى الظاهرة الأولى تقترن بالزيادة فى الظاهرة الثانية • وقد يكون التغير الاقترانى سلبيا كمثل نقصان حجم قطعة الثلج تبعا لزيادة درجات الحرارة • أى أن الزيادة فى الظاهرة الأولى تقترن بالنقصان فى الظاهرة الثانية •

ويقاس هذا التغير الاقترانى بمعاملات الارتباط • ويلخص هذا الارتباط البيانات العددية لأى ظاهرتين فى معامل واحد كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيـــانات العـــددية للظواهر الاحصائية المفردة • وهكذا تهدف معاملات الارتباط الى قياس الاقتران القائم بين أى ظاهرتين قياسا علميا احصائيا دقيقا •

وتعتمد الاختبارات النفسية الحديثة اعتماداً كبيراً على معاملات الارتباط ولهذه المعاملات أهميتها القصوى فى الصياغة العلمية الدقيقة لأسئلة الاختبارات والتحليل الاحصائى لاجاباتها والتجانس الداخلى لهـا ، والقياس العلمى لمدى اتصالها باختبارها العام الذى يشتمل عليهـا ويحتويها • وفى قياس ثبات وصدق نتائج الاختبارات ، وفى التحليـل العاملى لقدراتها العامة والطائفية المختلفة •

انواع التغير الاقترانى :

تختلف الطرق الاحصائية لحساب معاملات الار[illegible] البيانات العددية التى ترصد بها الظواهر العلمية • فقد تدل هذه البيانات على درجات الأفراد أو على نجاحهم ورسوبهم ، أو على ترتيبهم •

والمقياس الذى يعتمد على الدرجات الفعلية للافراد يقوم فى جوهره على التسلسل للبيانات العددية ، ويسمى هذا النوع : المتتابع : ومن أمثلته الدرجات التالية :

١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، •• ، ••

والمقياس الذى يعتمد على النجاح والرسوب يعتمد فى جوهره على التقدير الثائى للصفات والظواهر المختلفة ، فاما أن يكون الطالب ناجحا أو راسـبا ، واما أن تكون درجة السـؤال واحدا صحيحا أو صفرا ، واما أن يكون الفرد ذكرا أو أنثى • وهكذا بالنسبة للصفات الأخرى التى تصلح لمثل هذا التقسيم الثنائى ، ولذلك يسمى هذا النوع الثنائى •

ويعتمد النوع الآخير على تحديد مستويات الأفراد بتحديد ترتيبهم ولذلك يسمى هذا النوع : الترتيبى •

هذا ويمكن أن نلخص أهم صور التغير الاقترانى لأى مقياسين على الأنواع التالية :

ا — اقتران تتابع تدريج المقياس الأول بتتابع تدريج المقياس الثانى • والجدول رقم ٩٩ يوضح فكرة هذا الاقتران •

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى الاختبار الأول	درجات الأفراد فى الاختبار الثانى
محمد	١٣	١٠
اسماعيل	١٥	١٣
لويس	١٢	١١
عبدالله	١٤	١٧
اسحق	١٦	٩

(شكل ٩٩)

اقتران تتابع درجات الاختبار الأول بتتابع درجات الاختبار الثانى

حيث يدل العمود الأول على أسماء الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الافراد فى الاختبار الأول ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختبار الثانى ، هذا ويمكن أن نقارن درجات الأفراد فى الاختبار الأول بدرجاتهم فى الاختبار الثانى لنصل من تلك المقارنة الى معرفة مدى ارتباط درجات الاختبار الأول بدرجات الاختبار الثانى •

ب — اقتران تتابع تدريج المقياس الأول بثنائية تدريج المقياس الثانى • والجدول رقم ١٠٠ يوضح فكرة هذا الاقتران •

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى اختبار القدرة العددية	درجات السؤال الرابع فى الاختبار السابق
منير	٧٦	١
فوزى	٧٤	•
سامى	٦٢	•
مصطفى	٤٢	١

(جدول ١٠٠)

اقتران تتابع درجات اختبار القدرة العددية بثنائية الإجابة على السؤال الرابع

حيث يدل العمود الاول على أسماء الأفراد ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الافراد فى اختبار القدرة العددية ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد فى السؤال الرابع من أسئلة اختبار تلك القدرة العددية • فمثلا درجة منير فى القدرة العددية تساوى ٧٦ واجابته على السؤال الرابع صحيحة ومساوية لـ ١ ، ودرجة فوزى فى القدرة العددية تساوى ٧٤ واجابته على السؤال الرابع خاطئة ومساوية للصفر •

جـ — اقتران ثنائية المقياس الاول بثنائية المقياس الثانى • والجدول رقم ١٠١ يوضح فكرة هذا الاقتران •

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى السؤال السادس	درجات الأفراد فى السؤال العاشر
صفوت	١	•
صبرى	•	•
رفعت	١	١
لطفى	١	•
عزت	•	١
أحمد	١	١

(جدول ١٠١)

اقتران ثنائية الاجابة على احد الاسئلة بثنائية الاجابة على سؤال آخر

وهكذا ندرك مدى اقتران اجابات السؤال السادس باجابات السؤال العاشر فى المثل السابق • ونستطيع أن نستعين بهذا التنظيم فى حساب مدى الارتباط بين السؤالين •

د — اقتران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثانى — والجدول رقم ١٠٢ يوضح فكرة هذا الاقتران •

أسماء الأفراد	ترتيب الأفراد فى اختبار الذكاء	ترتيب الأفراد فى اختبار الحساب
صالح	١	٣
رمزى	٢	١
محمود	٣	٢
بطرس	٤	٥
يوسف	٥	٤

جدول ١٠٢

اقتران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثانى

وهكذا ندرك العلاقة القائمة بين ترتيب هؤلاء الأفراد فى اختبار الذكاء وترتيبهم فى اختبار الحساب ، فبينما يصل ترتيب صالح الى الرتبة الأولى فى اختبار الذكاء نراه يصل الى الرتبة الثالثة فى اختبار الحساب • وبينما يصل ترتيب يوسف الى الرتبة الخامسة فى اختبار الذكاء نراه يصل الى الرتبة الرابعة فى اختبار الحساب •

ا — معاملات الارتباط التتابعى لبيرسون

تعتمد الطرق الاحصائية لحساب معاملات ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدى تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الآخر •

وسنحاول فى دراستنا لهذه الطرق أن نستعرض أولاطريقة الدرجات المعيارية لندرك الأساس الاحصائى لفكرة حساب معاملات الارتباط [1] ثم نعدل تلك الطريقة الى صورها المناسبة للحساب السريع مثل طريقة الانحرافات المعيارية ، وطريقة الانحرافات ، وطريقة الدرجات الخام ، وطريقة التكرار المزدوج .

١ ـ حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية :

يتلخص الأساس الاحصائى للارتباط فى مقارنة مدى مصاحبة تغير درجات المقياس الأول بتغير درجات المقياس الثانى ، وبما أن الدرجات الأصلية فى صورتها الخام لا تصلح للمقارنة الا اذا اشتركت فى بدء واحد للتدريج والا اذا كانت وحداتها متساوية ، لذلك تعتمد فكرة مقارنة التغير الاقترانى للدرجات على مقارنة الدرجات المعيارية فى كلا المقياسين لأن متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً، أى أنها جميعا تشترك فى بدء التدريج أو صفر المقياس ، وفى وحدات القياس ، كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا للدرجات المعيارية وخواصها الاحصائية .

هذا وتعتمد الوسيلة الرياضية لمعرفة معامل الارتباط على حساب متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية أى أن :

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

---

(١) آثرنا ان نسمى هذا الارتباط بالارتباط التتابعى لانه يقوم على مدى اقتران التدريج المتتابع للظاهرة الاولى بالتدريج المتتابع للظاهرة الثانية . ويسمى احيانا بمعامل ارتباط حاصل ضرب العزوم . اى

Product moment correlation

$$\text{ر} = \frac{\text{مج}(\text{د}_{\text{س}} \times \text{د}_{\text{ص}})}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ر على معامل الارتباط .

ويدل الرمز د س على أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول س .

ويدل الرمز د ص على درجة المقياس الثانى ص المعيارية التى تقابل الدرجة المعيارية د س .

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين حصلوا على تلك الدرجات .

والجدول رقم ١٠٣ يوضح فكرة هذه المعادلة وتطبيقاتها العملية .

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجات كل فرد من هؤلاء الافراد فى الاختبار الأول س . وتدل الأعداد المبينة فى نهاية هذا العمود على المتوسط الذى يساوى ٥ وعلى الانحراف المعيارى الذى يساوى ٢٫٢٨ .

ويدل العمود الثالث على انحرافات الدرجات السابقة عن متوسطها فانحراف الدرجة الأولى ٢ يساوى ٢ — ٥ = — ٣ وهكذا بالنسبة للدرجات الأخرى .

ويدل العمود الرابع على الدرجات المعيارية دس التى حسبت بقسمة انحرافات العمود الثالث على الانحراف المعيارى ، فالدرجة المعيارية الأولى تحسب بقسمة — ٣ على ٢٫٢٨ وناتج هذه العملية يساوى — ١٫٣٢ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا العمود .

هذا وقد حسبت الدرجات المعيارية للاختبار الثانى بنفس الطريقة

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الأفراد	درجات الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات ح س	الدرجات المعيارية ذ س	درجات الاختبار الثاني ص	انحرافات الدرجات ح ص	الدرجات المعيارية ذ ص	حاصل ضرب الدرجات المعيارية ذ س × ذ ص
ا	٢	٣-	١,٣٢-	٥	٣-	١,١٥-	١,٣٢- × ١,١٥- = ١,٥١٨٠
ب	٣	٢-	٠,٨٨-	٧	١-	٠,٣٨-	٠,٨٨- × ٠,٣٨- = ٠,٣٣٤٤
ج	٥	٠	صفر	٦	٢-	٠,٧٧-	صفر × ٠,٧٧- = صفر
د	٧	٢+	٠,٨٨+	١٠	٢+	٠,٧٧+	٠,٨٨ × ٠,٧٧ ٠,٦٧٧٦
ه	٨	٣+	١,٣٢+	١٢	٤+	١,٥٣+	١,٣٢ × ١,٥٣ = ٢,٠١٩٦
المجموع	مجس = ٢٥ م س = ٥ ع س = ٢,٢٨			مجص = ٤٠ م ص = ٨ ع ص = ٢,٦١			مج(ذ س × ذ ص) = ٤,٥٤٩٦ ر = ٠,٩١

[جدول ١٠٣]

حساب معامل الارتباط بطريقة متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية

التى حسبت بها الدرجات المعيارية للاختبار الأول ، كما يدل العمـــود السابع من الجدول السابق .

ويدل العمود الثامن على حاصل ضرب كل درجة معيارية مندرجات الاختبار الأولى فى الدرجة المعيارية التى تقابلها فى الاختبار الثانى ، وبذلك يدل السطر الأول فى هذا العمود على حاصل ضرب الدرجة المعيارية الأولى — ١٫٣٢ فى الدرجة المعيارية الثانية — ١٫١٥ أى أن — ١٫٣٢× ١٫١٥ = ١٫٥١٨ . وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

ويدل نهاية هذا العمود على مجموع تلك النواتـــج الذى يســـاوى ٤و٥٤٩٦ .

وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الأفراد نحصل على معامل الارتباط .

اى ان :

$$ر = \frac{٤٫٥٤٩٦}{٥}$$

$$\therefore ر = ٠٫٩١$$

هذا وبالرغم من أن هذه الطريقة توضح الأساس الاحصائى لفكرة معامل الارتباط الا أنها لا تصلح بصورتها الراهنة لحساب ذلك المعامل لكثرة العمليات الحسابية التى تتطلبها ، وخاصة اذا زاد عدد الدرجات الى الحد الذى يعوق سرعة حساب معامل الارتباط .

ويمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة فى صور جديدة لتناسب المظاهر الرئيسية للبيانات العددية المختلفة كما تدل على ذلك الطرق التالية التى تعتمد فى جوهرها على الانحرافات المعيـــارية أو الانحرافات دون حاجة الى حساب الدرجات المعيارية ، أو التى تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ، أو التى تعتمد على التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

ب — حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية :

تهدف هذه الطريقة الى تبسيط العمليات الحسابية التى اعتمدنا عليها فى حساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية • ويمكن أن نتخفف كثيرا من تلك العمليات اذا أعددنا صياغة المعادلة السابقة بحيث نتخلص تماما من حساب الدرجة المعيارية • والمعـادلة التالية توضـح هذه الفكرة •

معامل الارتباط =

$$\frac{\text{مجموع حاصل ضرب الانحرافات المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد} \times \text{الانحراف المعيارى للاختبار الأول} \times \text{الانحراف المعيارى للاختبار الثانى}}$$

أى أن :

$$ر = \frac{\text{مج}(ح_س \times ح_ص)}{ن ع_س ع_ص}$$

هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية الى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية ، اذا استعنا بمعادلة الدرجة المعيارية التى تتلخص فى :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$\text{أى أن } ذ_س = \frac{ح_س}{ع_س}$$

وهكذا بالنسبة لـــ ذص

وعلى القارىء أن يحاول تحول الصورة الأولى لمعادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية الى الصورة الثانية لمعادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية .

هذا والجدول رقم ١٠٣ يوضح طريقة حساب معامل الارتبـاط بطريقة الانحراف المعيارى . وقد آثرنا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق ليستطيع القارىء أن يقارن بين الطريقتين .

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، والعمود الثانى على درجات هؤلاء الأفراد فى الاختبار الأول س ، والعمود الثالث على انحرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذى يساوى ٥ .

ويدل العمود الرابع على درجات الافراد فى الاختبار الثانى ص ، والعمود الخامس على انحـــرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذى يساوى ٨ .

ويدل العمود الاخير على حاصل ضرب كل انحراف من انحرافات درجات الاختبار الاول فى الانحراف الذى يقابله فى الاختبار الثانى ، فمثلا انحراف الدرجة الأولى فى الاختبار الأول يساوى ــ ٣ وانحراف الدرجة الاولى فى الاختبار الثانى يساوى ــ ٣ وحاصل ضرب الانحرافين هــو ــ ٣ × ــ ٣ = ٩ وهكذا بالنسبة للانحرافات الأخرى .

الأفراد	درجات الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات $ح_س$	درجات الاختبار الثانى ص	انحرافات الدرجات $ح_ص$	حاصل ضرب الانحرافات $ح_س \times ح_ص$
ا	٢	-٣	٥	-٣	-٣ × -٣ = ٩
ب	٣	-٢	٧	-١	-٢ × -١ = ٢
ح	٥	٠	٦	-٢	صفر × -٢ = صفر
د	٧	+٢	١٠	+٢	٢ × ٢ = ٤
ه	٨	+٣	١٢	+٤	٣ × ٤ = ١٢
ن = ٥	مج س = ٢٥ م = ٥ ع س = ٢,٢٨		مج ص = ٤٠ م ص = ٨ ع ص = ٢,٦١		مج($ح_س \times ح_ص$) = ٢٧

جدول ١٠٣
حساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية

هذا وتتلخص الخطوة الاخيرة لحساب معامل الارتباط فى تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التى أوضحها جدول ١٠٣ :

$$\because ر = \frac{\text{مج}(ح_س \times ح_ص)}{ن\, ع_س\, ع_ص}$$

$$\because = \frac{٢٧}{٥ \times ٢,٢٨ \times ٢,٦١}$$

$$= \frac{٢٧}{٢٩,٧٥}$$

$$\therefore ر = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

جـ — حساب الارتباط بطريقة الانحرافات :

تهدف هذه الطريقة الى تبسيط العمليات الحسابية التى اعتمدنا عليها فى حساب معامل الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى ، وذلك بالتخلص تماما من حساب الانحراف المعيارى ، والاكتفاء بحساب الانحرافات ومربعاتها ، والمعادلة التالية توضح هذه الفكرة .

$$\text{ر} = \frac{\text{مج}\,(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مج ح}^{2}_{\text{س}} \times \text{مج ح}^{2}_{\text{ص}}}}$$

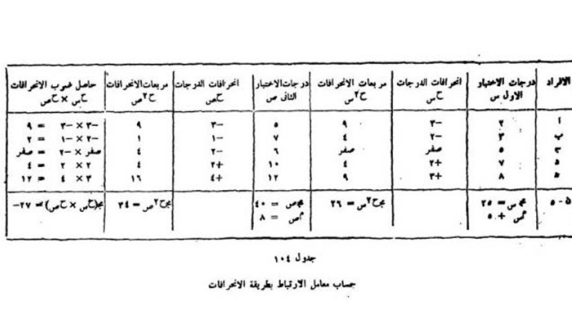
هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية الى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات ، اذا استعنا بمعادلة الانحراف المعيارى التى تتلخص فى :

$$\text{ع}_{\text{س}} = \sqrt{\frac{\text{مج ح}^{2}_{\text{س}}}{\text{ن}}}$$ بالنسبة لدرجات الاختبار الاول س

$$\text{ع}_{\text{س}} = \sqrt{\frac{\text{مج ح}^{2}_{\text{ص}}}{\text{ن}}}$$ بالنسبة لدرجات الاختبار الثانى ص

وعلى القارىء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية الى معادلة **الارتباط بطريقة الانحرافات** .

هذا والجدول رقم ١٠٤ يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات . وقد آثرنا أيضا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق لتسهل بذلك عملية مقارنة نتائج تلك الوسائل الاحصائية ، وهكذا يدرك القارىء الفروق الجوهرية القائمة بين الطرق المختلفة لحساب معامل الارتباط أو بمعنى آخر يدرك الفرق بين الخطوات الرئيسية لحساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات .



الافراد	درجات الاختبار الاول س	انحرافات الدرجات ح س	مربعات الانحرافات ح² س	درجات الاختبار الثاني ص	انحرافات الدرجات ح ص	مربعات الانحرافات ح² ص	حاصل ضرب الانحرافات ح س × ح ص
ا	٢	٣-	٩	٥	٣-	٩	٣- × ٣- = ٩
ب	٣	٢-	٤	٧	١-	١	٢- × ١- = ٢
ح	٥	صفر	صفر	٦	٢-	٤	صفر × ٢- = صفر
د	٧	٢+	٤	١٠	٢+	٤	٢ × ٢ = ٤
ه	٨	٣+	٩	١٢	٤+	١٦	٣ × ٤ = ١٢
ن = ٥	مجـ س = ٢٥ م س = ٥		مجـ ح² س = ٢٦	مجـ ص = ٤٠ م ص = ٨		مجـ ح² ص = ٢٤	مجـ (ح س × ح ص) = ٢٧-

جدول ١٠٤

جساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد والثانى على درجاتهم فى الاختبار الاول ، والثالث على انحراف كل درجة من هذه الدرجات من متوسطها ، والرابع على مربعات تلك الانحرافات .

ويدل العمود الخامس على درجات الاختبار الثانى ، والسادس على انحرافات كل درجة من درجات هذا الاختبار عن المتوسط ، والسابع على مربعات تلك الانحرافات ، والثامن على حاصل ضرب انحرافات درجات الاختبار الأول فى كل انحراف يقابله فى الاختبار الثانى .

هذا وتتلخص الخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط فى تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التى أوضحها جدول ١٠٤ .

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{مج}(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مج ح}^{٢}_{\text{س}} \times \text{مج ح}^{٢}_{\text{ص}}}}$$

$$= \frac{٢٧}{\sqrt{٣٤ \times ٢٦}}$$

$$= \frac{٢٧}{\sqrt{٨٨٤}}$$

$$= \frac{٢٧}{٢٩,٧٣٢١}$$

$$\therefore \text{ر} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعيارية وطريقة الانحراف المعيارى .

د ـــ حساب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة العامة :

تهدف الطريقة العامة لحساب معاملات ارتباط الدرجات الخام الى الاستغناء عن حساب الدرجات المعيارية ، والانحـــرافات المعيـــارية ، والانحرافات . وتعتمد مباشرة فى حسابها لمعامل الارتباط على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات .

ومن أهم مميزات هذه الطريقة العامة دقتها وسرعتها لأنها لا تنطوى على أى تقريب حسابى فى خطواتها الجزئية .

والمعادلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجس ص} - \text{مجس} \times \text{مجص}}{\sqrt{[(\text{ن مجس}^{2} -)(\text{مجس})^{2}]\ [\text{ن مجص}^{2} -)\ \text{مجص})^{2}]}}$$

حيث يدل الرمز مج س ص على مجموع حاصل ضرب الدرجات المقابلة **فى الاختبارين**

ويدل الرمز مج س × مج ص على حاصل ضرب مجموع درجات الاختبار **الأول س فى مجمـــوع** درجات الاختبـــــار الثانى ص .

ويدل الرمز مج س^{٢} على مجموع مربعات درجات الاختبار الاول س
ويدل الرمز(مج س)^{٢} على مربع مجموع درجات الاختبار الاول س
ويدل الرمز مج ص^{٢} على مجموع مربعات درجات الاختبار الثانى ص
ويدل الرمز (مج ص)^{٢} على مربع مجموع درجات الاختبار الثانى ص

هذا ويمكن تحويل أى معادلة من المعادلات السابقة ألى هذه المعادلة، وذلك بالاستعانة بمعادلة الانحراف المعيارى للدرجات الخام فى صورتها التالية •

$$ع_س = \frac{1}{ن}\sqrt{ن\,مجص^{٢} - (مج\,س)^{٢}}$$ بالنسبة للاختبار الأول س

$$ع_ص = \frac{1}{ن}\sqrt{ن\,مج\,ص^{٢} - (مج\,ص)^{٢}}$$ بالنسبة للاختبار الثانى ص

وعلى القارىء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى الى المعادلة العامة لحساب ارتباط الدرجات الخام ، وله أن يستعين على ذلك بمعادلة الانحراف للدرجات الخام •

هذا والجدول رقم ١٠٥ يوضح طريقة حساب معـــامل الارتباط بالطريقة العامة للدرجات الخام ، وقد آثرنا أن نحسب هذا المعـــامل لدرجات المثال السابق لتسهل بذلك عملية مقارنة تلك الوسائل الاحصائية لحساب الارتباط •

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، ومجموعهم ن = ٥

ويدل العمود الثانى على درجات الأفراد فى الاختبار الأول س ومجموعهم مج س = ٢٥ ومربع هذا المجموع $(مج\,س)^{٢}$ = ٢٥×٢٥ =٦٢٥

ويدل العمود الثالث على مربعات درجات الأفراد فى الاختبـــار الأول س،فمثلا مربع الدرجة الأولى ٢ يساوى ٤ ، ومربع الدرجة الثانية ٣ يساوى ٩ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار ، ومجموع هذه المربعات مج $س^{٢}$ = ١٥١

ويدل العمود الرابع على درجات الأفراد فى الاختبار الثانى ص ، ومجموع هذه الدرجات مج ص = ٤٠ مربع هذا المجموع $(مج\,ص)^{٢}$ = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠

الأفراد	درجات الاختبار الأول س	مربعات درجات الاختبار الأول س ٢	درجات الاختبار الثانى ص	مربعات درجات الاختبار الثالث ص٢	حاصل ضرب الدرجات المتقابلة س × ص
ا	٢	٤	٥	٢٥	٢ × ٥ = ١٠
ب	٣	٩	٧	٤٩	٣ × ٧ = ٢١
جـ	٥	٢٥	٦	٣٦	٥ × ٦ = ٣٠
د	٧	٤٩	١٠	١٠٠	٧ × ١٠ = ٧٠
هـ	٨	٦٤	١٢	١٤٤	٨ × ١٢ = ٩٦
مجـ	مجـ س = ٢٥ (مجـ س)٢ = ٦٢٥	مجـ س٢ = ١٥١	مجـ ص = ٤٠ (مجـ ص) ٢ = ١٦٠٠	مجـ ص٢ = ٢٥٤	مجـ س ص = ٢٢٧

جدول ١٠٥

حساب معامل ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة

ويدل العمود الخامس على مربعات درجات الافراد فى الاختبار الثانى ص ، فمثلا مربع الدرجة الاولى ٥ يساوى ٢٥ ، ومربع الدرجة الثانية ٧ يساوى ٤٩ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار ، ومجموع هذه المربعات مج $ص^{٢}$ = ٣٥٤ .

ويدل العمود الاخير على حاصل ضرب الدرجات المتقابلة فى الاختبارين ، فمثلا حاصل ضرب الدرجة الاولى فى الاختبار الاول س والدرجة الأولى فى الاختبار الثانى ص يساوى ٢ × ٥ = ١٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات ، ومجموع نواتج عمليات الضرب مج س ص = ٢٢٧ .

وعندما نعوض هذه القيم العددية فى ارتباط الدرجات نرى أن

$$ر_{س ص} = \frac{ن مج س ص - مج س مج ص}{\sqrt{[ن مج س^{٢} - (مج س)^{٢}]\,[ن مج ص^{٢} - (مج ص)^{٢}]}}$$

$$\therefore \quad = \frac{٤٠ \times ٢٥ - ٢٢٧ \times ٥}{\sqrt{[١٦٠٠ - ٣٥٤ \times ٥]\,[٦٢٥ - ١٥١ \times ٥]}}$$

$$= \frac{١٠٠٠ - ١١٣٥}{\sqrt{]١٦٠٠ - ١٧٧٠]\,[٦٢٥ - ٧٥٥]}}$$

$$= \frac{١٣٥}{\sqrt{١٧٠ \times ١٣٠}}$$

$$= \frac{١٣٥}{\sqrt{٢٢١٠٠}}$$

$$= \frac{١٣٥}{١٤٨,٦٦}$$

$$= ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

وهذه هى نفس القيمة العددية التى حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعيارية وطريقة الانحراف المعيارى ، وطريقة الانحرافات . أى أن جميع هذه الطرق تؤدى الى نفس النتيجة مقربة الى رقمين عشريين .

هـ ـ حساب الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات :

تعتمد هذه الطريقة على تجميع اقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص ، فاذا اقترنت الدرجة ٨ فى الاختبار الاول بالدرجة ١٠ فى الاختبار الثانى ثلاث مرات مثلا ، أمكننا أن نلخص هذا التكرار فى الجدول رقم ١٠٦ .



س/ص	١٠
٨	/// ٣

جدول ١٠٦

التكرار المزدوج للدرجات

س	ص
٢	٨
٤	١٠
٣	٩
٥	١١
٦	١٢

س	ص
٧	١٣
٦	٨
٣	٩
٤	١٢
٢	١١

جدول ١٠٧

مثال لاقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص

س/ص	٨-١٠	١١-١٣
٢ - ٤	//// ٤	// ٢
٥ - ٧	/ ١	/// ٣

جدول ١٠٨

التكرار المزدوج لفئات درجات جدول ١٠٦

وعندما نجمع درجات كل اختبار من الاختبارين السابقين فى فئات تكرارية ، فاننا نحصل بذلك على التكرار المزدوج لفئـات الدرجات ، والمثال المبين فى الجدولين (١٠٧ ، ١٠٨) يوضح هذه الفكرة .

أى أن اقتران الدرجة الاولى ٢ فى الاختبار الاول س بالدرجة الأولى ٨ فى الاختبار الثـانى ص يقع فى الخلية التكرارية لفئـات الاختبارين التى تحدد أفقيا بالفئة ٢ — ٤ للاختبار الاول س ، وتحدد رأسياً بالفئة ٨ — ١٠ للاختبار الثانى ص ، كما يدل على ذلك جدول ١٠٨ ، وهكذا بالنسبة لبقية درجات الاختبارين .

وسنستعين بفكرة التكرار المزدوج لفئات الدرجات فى حسـاب معامل الارتباط بطريقة سريعة موجزة ، والمثال المبين بالجدول رقم ١٠٩ يوضح هذه الطريقة .

س	ص	س	ص	س	ص	س أ	ص	س	ص
٩	١٤	١٥	٢٠	١٦	٢٢	١٤	١٩	٨	١٣
٦	٩	١١	١٩	١١	١٦	٣	٨	٨	١٦
٨	١٣	١٢	١٨	١٩	٢٤	٤	١١	٩	١٣
١٥	٢١	١٣	١٨	٩	١٥	٢٠	٢٢	١٠	١٦
١٣	١٨	١٥	٢١	١٥	٢٠	٤	٩	١٣	١٩
١٤	٢١	١٢	١٨	٤	١٠	١٣	٢١	١٠	١٤
١٢	١٧	١٠	١٧	١٢	١٩	٥	٨	١٧	٢٢
٧	١٣	١٧	٢٢	١٤	١٩	٦	١٢	٧	١٢
١٥	٢١	٥	١١	١٥	٢١	٧	١٥	٧	١٥
٥	١١	١٢	١٧	٨	٢٣	١١	١٨	١٢	١٦

جدول ١٠٩

اقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص

ص/س	٨-٩	١٠-١١	١٢-١٣	١٤-١٥	١٦-١٧	١٨-١٩	٢٠-٢١	٢٢-٢٣	٢٤-٢٥	ت	س	ت س	ت س²	مج ص	مج س ص
٣-٤	٢	١								٣	١	٣	٣	٤	٤
٥-٦	٢	٢	١							٥	٢	١٠	٢٠	٩	١٨
٧-٨			٥	٢	١					٨	٣	٢٤	٧٢	٢٨	٨٤
٩-١٠		١	١	٣	٢					٧	٤	٢٨	١١٢	٢٧	١٠٨
١١-١٢				١	٣	٥				٩	٥	٤٥	٢٢٥	٤٩	٢٤٥
١٣-١٤						٥	٢			٧	٦	٤٢	٢٥٢	٤٤	٢٦٤
١٥-١٦							٦	١		٧	٧	٤٩	٣٤٣	٥٠	٣٥٠
١٧-١٨								٢		٢	٨	١٦	١٢٨	١٦	١٢٨
١٩-٢٠								١	١	٢	٩	١٨	١٦٢	١٧	١٥٣
ت	٤	٤	٧	٦	٦	١٠	٨	٤	١	٥٠		٢٣٥	١٣١٧	٢٤٤	١٣٥٤
ص	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩						
ت ص	٤	٨	٢١	٢٤	٣٠	٦	٥٦	٣٢	٩	٢٤٤					
ت ص²	٤	١٦	٦٣	٩٦	١٥	٣٦٠	٢٩٢	٢٥٦	٨١	١٢١٨					
مج س	٦	٩	٢١	٢٣	٢٦	٥٥	٥٤	٣٢	٩	٢٣٥					
مج س ص	٦	١٨	٦٣	٩٢	١٣	٣٣٠	٣٧٨	٢٥٦	٨١	١٣٥٤					

جدول ١١٠

حساب معامل الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات

ويدل جدول ١٠٩ على اقتران درجات الاختبار الاول س بدرجات الاختبار الثانى ص ، وقد حسب التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبار الأولى المقترنة بفئات درجات الاختبار الثانى فى جدول ١١٠ .

ويدل العمود الرأسي الأول بهذا الجدول علي فئات درجات الاختبار

الأول س من حيث تمتد الفئة الاولى من ٣ الى ٤ وتمتد الفئة الثانية من ٥ الى ٦ وتمتد الفئة الثالثة من ٧ الى ٨ وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا العمود التى تنتهى عند الفئة ١٩ — ٢٠ .

ويدل السطر الأفقى الأول بهذا الجدول على فئات درجات الاختبار الثانى ص من حيث تمتد الفئة الاولى من ٨ الى ٩ وتمتد الفئة الثانية من ١٠ الى ١١ وتمتد الفئة الثالثة من ١٢ الى ١٣ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر التى تنتهى عند الفئة ٢٤ — ٢٥ .

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبارين ، فالخلية الداخلية الاولى التى تحدد أفقيا بالفئة ٣ — ٤ وتحدد رأسيا بالفئة ٨ — ٩ تشتمل على تكرار يساوى ٢ ؛ والخلية الداخلية التى تحدد أفقيا بالفئة ٣ — ٤ ورأسيا بالفئة ١٠ — ١١ تشمل على تكرار يساوى ١ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا التكرار المزدوج لهذا الجدول .

ويدل السطر الافقى الاول ت الذى يقع فى نهاية الخلايا التكرارية للجدول السابق على تكرار فئات درجات الاختبار ص . فتكرار الفئة الاولى لدرجات الاختبار الثانى ص التى تمتد من ٨ — ٩ يساوى ٢ فى الفئة الاولى لدرجات الاختبار الاول س التى تمتد من ٣ الى ٤ ، ويساوى ٢ فى الفئة الثانية لدرجات الاختبار الاول ص التى تمتد من ٥ الى ٦ أى أن مجموع هذا التكرار يساوى ٤ . ولذا كتبنا ٤ فى الخلية الاولى للسطر الأفقى الأول ت وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الأفقى الثانى ص على تدريج فرضى جديد لدرجات الأختبار التالى بحيث تبدأ بـ ١ وتتدرج الى ٢ ثم الى ٣ وهكذا

بخطوة خطوة حتى تنتهى الى ٩ فى آخر هذا السطر، وهذا التغير لا يؤثر على القيمة العددية لمعامل الارتباط لأن المعادلة العامة للارتباط تصلح بصورتها السابقة للدرجات الخام كما تصلح أيضا لانحرافات هذه الدرجات عن المتوسط أو عن بدء الفئة الأولى ، وسندرس هذه الفكرة بالتفصيل فى تحليلنا للخواص الاحصائية لمعاملات الارتباط .

وسنستعين بهذا التدريج الفرضى الجديد لتبسيط العمليات الاحصائية لحساب معامل الارتباط .

ويدل السطر الأفقى الثالث ت ص على حاصل ضرب كل تكرار فى الدرجة الفرضية التى تقابله ، فمثلا :

ت = ٤ ، ص = ١ ∴ ت ص٢ = ٤ × ١ = ٤

ت = ٤ ، ص = ٢ ∴ ت ص٢ = ٤ × ٢ = ٨

ت = ٧ ، ص = ٣ ∴ ت ص٢ = ٧ × ٣ = ٢١

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الافقى الخامس مج س على حاصل ضرب كل تكرار من خلايا السطر ت ص فى الخلية التى تقابلها فى السطر السابق لها ص ، فمثلا :

ت ص = ٤ ، ص = ١ ∴ ت ص = ٤ × ١ = ٤

ت ص = ٨ ، ص = ٢ ∴ ت ص = ٨ × ٢ = ١٦

ت ص = ٢١ ، ص = ٣ ∴ ت ص = ٢١ × ٣ = ٦٣

ويدل السطر الأفقى الخامس مج س على حاصل ضرب كل تكرار فئة من فئات الاختبار الأول فى الدرجة الفرضية التى تقابل كل فئة من

هذه الفئات ، كما يبينها العمود الرأسى الثانى الذى رمزنا له بالرمز س ، أى أن :

تكرار الفئة ٣ ـ ٤ يساوى ٢ ، ودرجتها الفرضية تساوى ١ (كما يدل على ذلك العمود س) .

∴ حاصل الضرب = ٢ × ١ = ٢

تكرار الفئة ٥ ـ ٩ يساوى ٢ ، ودرجتها الفرضية تساوى ٢ كما يدل على ذلك العمود س .

∴ حاصل الضرب = ٢ × ٢ = ٤

المجموع يساوى ٢ + ٤ = ٦

ولذا رصدنا ٦ فى الخانة الاولى للسطر الافقى الخامس مجـ س ، وهكذا بالنسبة ، لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الافقى الاخير مجـ س ص على حاصل ضرب كل خلية من خلايا السطر الافقى مجـ س فى الخلية التى تقابلها فى السطر الأفقى ص ، أى أن :

مجس = ٦ ، ص = ١ ∴ مجس ص = ٦ × ١ = ٦

مجس = ٩ ، ص = ٢ ∴ مجس ص = ٩ × ٢ = ١٨

مجس = ٢١ ، ص = ٣ ∴ مجس ص = ٢١ × ٣ = ٦٣

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويمكن أن نستطرد فى تحليلنا لهذا الجدول لنوضح طريقة حساب الاعمدة الرأسية ك ، س ، ت س الى أن ينتهى بنا التحليل عند مجـ س ص

كما سبق أن بينا ذلك ، وبالنسبة للاسطر الافقية ت ٤ ص ، ت ص حتى ينتهى بنا التحليل الى مجـ س ص .

وتدل الاسهم المبينة فى الجزء الايسر السفلى لهذا الجدول على طريقة مراجعة العمليات الاحصائية المختلفــة وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معامل ارتباط درجات الاختبار س بدرجات الاختبار ص ، وذلك بالاستعانة بالقيم العددية التالية :

مجـس = ٢٣٥   مجـس٢ = ١٣١٧

مجـص = ٢٤٤   مجـص٢ = ١٤١٨

ن = ٥٠   مجـس ص = ١٣٥٤

للتعويض فى المعادلة العامة لحساب معامل الارتباط

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـس ص} - \text{مجـس} \times \text{مجـص}}{\sqrt{[\text{ن مجـس}^{٢} - (\text{مجـس})^{٢}]\ [\text{ن مجـص}^{٢} - (\text{مجـص})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥٠ \times ١٣٥٤ - ٢٣٥ \times ٢٤٤}{\sqrt{[٥٠ \times ١٣١٧ - (٢٣٥)^{٢}]\ [٥٠ \times ١٤١٨ - (٢٤٤)^{٢}]}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{\sqrt{١٠٦٢٥ \times ١١٣٦٤}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{١٠٩٨٨{,}٢٨٩٢}$$

$$= ٠{,}٩٤٢٨$$

$$\therefore \text{ر} = ٠{,}٩٤ \text{ تقريباً}$$

ويمكن أن نحسب معــامل ارتباط درجات الاختبارين الســابقين بالطريقة العامة دون أن نحسب التكرار المزدوج لفئات الدرجات لندرك من ذلك الفرق بين الطريقتين ، وأثر كل طريقة على القيمة العددية لمعامل الارتباط .

وسنســتعين بالقيم العــــددية التــالية التى حسبت مباشرة من الدرجات الخام للاختبارين لحساب هذا المعامل .

مجس = ٥٤١	مجس٢ = ٦٦٧٧
مجص = ٨١٦	مجص٢ = ١٤١٩٦
ن = ٥٠	مجس ص = ٩٦٣٢

من المعادلة التالية :

$$= \frac{\text{ن مجس ص} - \text{مجس} \times \text{مجص}}{\sqrt{[\text{ن مجس}^{٢} - (\text{مجس})^{٢}]\ [\text{ن مجص}^{٢} - (\text{مجص})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥٠ \times ٩٦٣٢ - ٥٤١ \times ٨١٦}{\sqrt{[٥٠ \times ٦٦٧٧ - (٥٤١)^{٢}]\ [٥٠ \times ١٤١٩٦ - (٨١٦)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٤٠١٤٤}{\sqrt{٤١١٦٩ \times ٤٣٩٤٤}}$$

$$= \frac{٤٠١٤٤}{٤٥٢٣,٨٧٥٢}$$

$$= ٠,٩٤٣٨$$

$$\text{ر} = ٠,٩٤ \text{ تقريباً}$$

وهكذا ندرك أن طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات لا تختلف فى جوهرها عن الطريقة العامة لحساب معامل الارتباط للدرجات الخام الا فى أنها تجمع التكرار فى فئات مزدوجة ليسهل على القارىء حساب حاصل ضرب الدرجات أو بمعنى آخر حساب مج س ص بطريقة سريعة .

هذا وتتأثر القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى يحسب بطريقة التكرار المزدوج ، بمدى فئات الدرجات وخاصة الرقمين العشريين الثانى والثالث ، وقد يقتصر هذا التأثر على الرقم العشرى الثالث كما يبدو ذلك واضحا فى التحليل السابق الذى يقارن نتائج طريقة التكرار المزدوج بنتائج الطريقة العامة ، وقد كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط بطريقة التكرار المزدوج ٠,٩٤٢٨ ، والقيمة العددية لنفس هذا المعامل بالطريقة العامة ٠,٩٤٣٨ .

هذا ولا تستخدم طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات فى حساب معامل الارتباط الا اذا كان عدد الافراد يزيد على ٤٠ فردا . وعندما يقل عدد الافراد عن هذا الحد فان القيمة العددية لهذا المعامل تتأثر الى الحد الذى يبعدها عن القيمة الحقيقية للارتباط .

ب — معامل الارتباط الثنائى

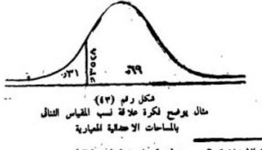
مقـــدمة

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقترانى القائم بين المقاييس المتتابعة والمقاييس الثنائية . ومن أمثلة ذلك ارتباط درجات أى اختبار باجابات سؤال ما من أسئلة هذا الاختبار . وتختلف البيانات العددية التى نحصل عليها من الاختبار عن البيانات العددية التى نحصل عليها من السؤال اختلافا يؤكد أن الاولى متتابعة متصلة يتلو بعضها بعضا ، والثانية ثنائية فهى اما صحيحة أو خاطئة .

الارتباط الثنائى (١)

واذا فرضنا أن ثنائية الاجابة عن كل سؤال ثنائية تقريبية تلخص فى جوهرها تدريجا متتابعا حولناه الى تدريج ثنائى ، أمكننا احصائيا أن نستعين بطريقة الارتباط الثنائى فى حسب ارتباط السؤال بالاختبار . وهذه الفكرة مقبولة احصائيا لأن ثنائية الاجابة على السؤال ثنائية مصطنعة اصطلح عليها المصححون لسهولة رصد الاجابات المختلفة بطريقة موضوعية سريعة .

وتعتمد فكرة تحويل التدريج الثنائى الى تدريج متتابع على مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى . فاذا استطعنا أن نحسب نسبة الاجابات عن الناحية الايجابية لهذه الثنائية أمكننا أن نحسب النسبة المكملة لها والتى تساوى نسبة الاجابات عن الناحية السلبية لهذه الثنائية . فاذا كان عدد الذين أجابوا اجابة صحيحة على السؤال الأول مثلا يساوى ٦٩ وكان العدد الكلى للافراد الذين حاولوا الاجابة على هذا السؤال يساوى ١٠٠ كانت نسبة الذين أجابوا اجابة صحيحة الى المجموع الكلى للافراد مساوية $\frac{٦٩}{١٠٠}$ = ٦٩ر٠ وبذلك تصبح نسبة الذين أجابوا اجابة خاطئة على هذا السؤال مساوية لـ ١ — ٦٩ر٠ = ٣١ر٠ ويمكن أن نوضح هذه النسب توضيحا اعتداليا معياريا فى الشكل رقم ٤٣ .



شكل رقم (٤٣)
مثال يوضح لفكرة علاقة نسب المقياس الثنائى بالمساحات الاعتدالية المعيارية

(١) الارتباط الثنائى Biserial correlation.

أى أن المساحة التى تبدأ من أقصى الطرف الايسر للمنحنى الاعتدالى المعيارى وتمتد حتى تبلغ قيمتها ٠٫٣١ تدل على نسبة الضعاف فى هذا التوزيع • والمساحة التى تمتد من الحد الفاصل بين المساحتين حتى تصل الى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع تدل على نسبة الاقوياء فى هذا التوزيع والحد الفاصل بين النسبتين أو المساحتين هو الارتفـــاع الاعتدالى المعيارى الذى يساوى ٠٫٣٥٢٨ وقد استعنا بجدول المساحات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول ٤) لمعرفة الارتفـــاع المعيارى الذى يفصل النسبتين أو المساحتين ، وقد دلت البيانات العددية لهذا الجدول على أن الارتفاع الاعتدالى الذى يقابل المساحة الصغرى ٠٫٣١ والمساحة الكبرى ٠٫٦٩ كما هو ٠٫٣٥٢٨ كما بينا ذلك فى شكل ٠٤٣

وسنستعين بهذه الفكرة التى تعتمـد على الارتفاع الاعتـدالى المعيارى الذى يحدد المساحات المعيارية أو نسب المقياس الثنائى فى حساب هذا الارتباط ، والجدول رقم ١١١ يوضح طريقة حسـاب هـذا الارتباط الثنائى •

درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول
٢٧	٠	٢٦	١	٢٢	٠	٢٦	٠	٢١	٠
٢٤	٠	٢٣	٠	٢٥	٠	٢٦	٠	٢٦	٠
٣٠	١	٢٢	٠	٢٨	١	٢٣	٠	٢٣	١
٢٥	٠	٢٩	١	٢٨	٠	٢٣	٠	٢٧	١
٢٧	٠	٢٢	٠	٢٧	١	٢٧	١	٢٦	١

جدول رقم ١١١

اقتران درجات الاختبار بدرجات السؤال الأول

أى أن الطالب الاول الذى حصل على ٢٧ درجة فى هذا الاختبار أجاب اجابة خاطئة على السؤال الاول ، وبذلك أصبحت درجته فى هذا السؤال صفراً ، والطالب الثالث الذى حصل على ٣٠ درجة فى هـــذا الاختبار أجاب اجابة صحيحة على السؤال الاول وبذلك أصبحت درجته فى هذا السؤال واحدا . وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات .

هذه البيانات العددية بصورتها الراهنة التى تدل على الاقتران القائم بين درجات الاختبار وثنائية السؤال الأول لا تصلح لحســاب معامل الارتباط . وعلينا أن نعيد صياغتها فى تنظيم جديد يصـــلح لهذه العملية .

وجدول ١١٢ يوضح فكرة هذا التنظيم الجديد وخطواته التمهيدية ، حيث يدل العمود الاول على ترتيب درجات الاختبار ترتيبا تصاعديا ، ويدل العمود الاخير على تكرار هذه الدرجات . ويدل العمود الثانى على تكرار اقتران اجابات السؤال الاول الصحيحة ، بدرجات الاختبار ، ويدل العمود الثالث على اقتران اجابات السؤال الاول الخاطئة بدرجات الاختبار .

وهكذا ندرك أن عدد الافراد الذين حصلوا مثلا على ٢٣ درجة فى هذا الاختبار يساوى ٥ أجاب منهم فردا واحدا اجابة صحيحة على الســؤال الأول وأجــاب منهم أربعة أفراد اجــابة خاطئة على هذا الســؤال .

وتتلخص طريقة حساب معامل الارتباط الثنائى الذى يوضح علاقة

درجات الاختبار	تكرار صواب السؤال الأول	تكرار خطأ السؤال الأول	تكرار درجات الاختبار
٢١	٠	١	١
٢٢	٠	٢	٢
٢٣	١	٤	٥
٢٤	٠	١	١
٢٥	٠	٢	٢
٢٦	٢	٣	٥
٢٧	٣	٢	٥
٢٨	١	١	٢
٢٩	١	٠	١
٣٠	١	٠	١
	عدد الأفراد = ٩ مجموع الدرجات = ٢٤٣ المتوسط = $\frac{٢٤٣}{٩}$ = ٢٧ النسبة = $\frac{٩}{٢٥}$ = ٠,٣٦	عدد الأفراد = ١٦ مجموع الدرجات = ٣٩١ المتوسط = $\frac{٣٩١}{١٦}$ = ٢٤,٤٤ النسبة = $\frac{١٦}{٢٥}$ = ٠,٦٤	عدد الأفراد = ٢٥ مجموع الدرجات = ٦٣٤ المتوسط = $\frac{٦٣٤}{٢٥}$ = ٢٥,٣٦ الانحراف المعياري = ٢,٣٣

جدول ١١٢
حساب معامل الارتباط الثنائي

درجات الاختبار باجابات الأفراد على السؤال الأول في المعادلة التالية :

معامل الارتباط الثنائي

$$= \frac{\text{متوسط الصواب} - \text{متوسط الخطأ}}{\text{الانحراف المعياري لدرجات الاختبار}} \times \frac{\text{نسبة الصواب} \times \text{نسبة الخطأ}}{\text{الارتفاع الاعتدالي المقابل لنسبة الصواب}}$$

أى أن

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{\text{م}_{\text{أ}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{ع}} \times \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{ى}}$$

حيث يدل الرمز ر ث على معامل الارتباط الثنائى .
والرمز م أ على متوسط الصواب الذى يساوى ٢٧
والرمز م ب على متوسط الخطأ الذى يساوى ٢٤٫٤٤
والرمز أ على نسبة الصواب التى تساوى ٠٫٣٦
والرمز ب على نسبة الخطأ التى تساوى ٠٫٦٤
والرمز ع على الانحراف المعيارى لدرجــات الاختبـــار الذى يساوى ٢٫٣٣ .

والرمز ى على الارتفاع الاعتدالى المقابل لنسبة الصواب ٠٫٣٦ .
وهو يساوى ٠٫٣٧٤١

وعندما نعوض عن قيم هذه الرموز من البيانات العـــددية التى حسبناها فى جدول ١١٢ نصل الى أن

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{\text{٢٧} - \text{٢٤٫٤٤}}{\text{٢٫٣٣}} \times \frac{\text{٠٫٣٦} \times \text{٠٫٦٤}}{\text{٠٫٣٧٤١}}$$

$$= \frac{\text{٢٫٥٦}}{\text{٢٫٣٣}} \times \frac{\text{٠٫٢٣٠٤}}{\text{٠٫٣٧٤١}}$$

$$= \frac{\text{٠٫٥٨٩٨}}{\text{٠٫٨٧١٧}}$$

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \text{٠٫٦٨ تقريباً}$$

الارتباط الثنائى الأصيل (١)

اذا فرضنا أن ثنائية الاجابة على كل سؤال من أسئلة الاختبار ثنائية أصيلة لم تنشأ من تدريج متتابع متصل ، فان علينا أن نستعين فى حساب الاقتران القائم بين درجات الاختبار ودرجات أى سؤال من أسئلته بطريقة الارتباط الثنائى الاصيل . ولا تعتمد هذه الطـــريقة على ارتفاعات المنحنى الاعتدالى . بل تقوم فى جوهـــرها على نسب الاجابات الصحيحة والخاطئة فى المقياس الثنائى الاصيل .

وتتلخص طريقة حساب هذا الارتباط فى المعادلة التالية :

$$ر ث = \frac{م ا - م ب}{ع} \times \sqrt{ا \times ب}$$

حيث يدل الرمز ر ث على معامل الارتباط الثنائى الأصيل .

وتدل بقية رموز هذه المعادلة على ما دلت عليه رموز المعـــادلة السابقة .

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معامل الارتباط الثنائى الاصـــيل القائم بين درجات الاختبار السابق وسؤاله الاول كما هو مبين بجدول ١١٢ .

$$\therefore م ا = ٢٧ \qquad ا = ٠,٣٦$$

$$م ب = ٢٤,٤٤ \qquad ب = ٠,٦٤$$

$$ع = ٢,٣٣$$

$$\therefore ر ث = \frac{٢٧ - ٢٤,٤٤}{٢,٣٣} \times \sqrt{٠,٣٦ \times ٠,٦٤}$$

(١) الارتباط الثنائى الأصيل Point Biserial Correlation

$$= \frac{٢,٥٦}{٢,٣٣} \times \sqrt{٠,٢٣٠٤}$$

$$= ١,٠٩٨٧ \times ٠,٤٨$$

رث= ٠,٥٣ تقريباً

وبما أن العمليات الاحصائية لحساب معاملات الارتباط الثنائى تعتمد على النسب العشرية الصغرى والكبرى لذلك حسبت النتائج المختلفة لحاصل ضرب تلك النسب وللجذر التربيعى لحاصل ضربها ، والخارج علية تسمتها على الارتفاع الاعتدالى المعيارى فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية جدول (٩٠) حتى يستعين بها القارىء فى حساب هذه المعاملات بطريقة سريعة ، فمثلا يدل هذا الجدول على أنه عندما تصبح ا مساوية لـ ٠,٣٦ تصبح قيمة $\sqrt{\text{ا ب}}$ مساوية ٠,٤٨ وتصبح قيمة $\frac{\text{ا ب}}{\text{ى}}$ مساوية ٠,٦٥٨١ وهكذا تؤدى هذه الفكرة الى اختصار العمليات الحسابية الى حد كبير .

جـ — معامل ارتباط الرتب

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقترانى القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة ما وترتيبهم لصفة أخرى .

وتعتمد الطريقة الاحصائية لحساب هذا الارتباط على مربعات فروق رتب كلا المقياسين [١] وخير ما تصلح له هذه الطريقة هو حساب الارتباط لعينة من الأفراد لا يزيد عددها على ٥٠ فردا وعندما يزيد عدد الأفراد عن هذا الحد فان العمليات الحسابية تصبح شاقة عسيرة وخاصة عندما تتداخل الرتب فى كسور مختلفة . والجدول رقم ١١٣ يوضح طريقة حساب هذا الارتباط .

---

(١) ارتباط فروق الرتب لسبيرمان

Spearman's Rank Difference Correlation

ترتيب الأفراد فى الذكاء	ترتيب الأفراد فى الحساب	الفرق ق	مربع الفرق ق٢
١	٣	٢−	٤
٢	١	١+	١
٣	٢	١+	١
٤	٥	١−	١
٥	٤	١+	١
			مج ق٢ = ٨

جدول ١١٣

حساب معامل ارتباط الرتب

وتتلخص أهم العمليات الاحصائية لحساب معامل ارتباط الرتب فى الخطوات التالية :

١ — يرصد ترتيب الأفراد فى الاخ على ذلك العمود الأول فى جدول ١١٣ .

٢ — يرصد ترتيب الأفراد فى الاختبار الثانى كما يدل على ذلك العمود الثانى فى الجدول .

٣ — يحسب فرق الترتيب فى الاختبارين وذلك بطرح ترتيب كل فرد فى الاختبار الثانى من ترتيبه فى الاختبار الأول فمثلا ترتيب الفرد الأول فى الاختبار الأول يساوى ١ وترتيب نفس هذا الفرد فى الاختبار الثانى يساوى ٣ وبذلك يصبح الفرق مساويا ١ — ٣ = — ٢ كما يدل على ذلك العدد الأول بالعمود الثالث فى الجدول .

٤ — تربع هذه الفروق وترصد قيمتها العددية فى العمود الرابع ق٢ ثم تجمع هذه المربعات كما هو مبين فى نهاية هذا العمود ، أى أن مج ق٢ = ٨

٥ — يحسب ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان التالية :

$$ر_ت = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ق^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

حيث يدل الرمز $ر_ت$ على معامل ارتباط الرتب .

ويدل الرمز مج ق^٢ على مجموع مربعات فروق الرتب .

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد .

وبما أن مج ن^٢ = ٨ ، ن = ٥

$$\therefore ر_ت = ١ - \frac{٦ \times ٨}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٨}{٥ \times ٢٤}$$

$$= ١ - \frac{٢}{٥}$$

$$= \frac{٣}{٥}$$

$$\therefore ر_ت = ٠{,}٦$$

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب قيمة $\frac{٦}{ن(ن^٢ - ١)}$ مباشرة من جدول (١٢) المبين بالجداول الاحصائية الذى يدل على القيمة العشرية لهذا الكسر بالنسبة لقيم ن التى تبدأ بـ ٥ وتنتهى الى ٦٤ .

وبما أن ن فى مثالنا الراهن تساوى ٥

إذن $\frac{٦}{ن(ن^{٢}-١)}$ = ٠,٠٥ كما يدل على ذلك جدول (١٢)

∴ ر ث = ١ − ٨ × ٠,٠٥

= ١ − ٠,٤٠

∴ ر ث = ٠,٦ −

وهذه هى نفس القيمة العددية لمعامل ارتباط الرتب الذى حصلنا عليه قبل ذلك ٠

اهم الخواص الاحصائية لمعاملات الارتباط

تتلخص أهم الخواص الاحصائية لمعاملات الارتباط فى النواحى التـــالية :

أ ــ حدوث الارتباط

يصل الارتباط الى نهايته العظمى عندما يقترن تغير درجـــــــات الظاهرة الأولى اقترانا تاما بتغير درجات الظـــاهرة الثانية ، وهـــذا الارتباط التام قد يكون موجبا أو سالبا ٠ ومن أمثلة الارتباط التـــــام الموجب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بزيادة درجات الظاهرة الثـــانية بحيث يظل ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الظاهرتين ثابتـــا لا يتغير ٠ والأمثلة العددية التى بينها جدول ١١٤ وجدول ١١٥ توضح هذه الفكرة ٠

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
ا	١	١
ب	٢	٢
ج	٣	٣
د	٤	٤
هـ	٥	٥
ر = + ١		

جدول ١١٤
مثال عددى لمعامل ارتباط موجب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
ا	١	١
ب	٢	٤
ج	٣	٥
د	٤	٧
هـ	٥	٩
ر = + ١		

جدول ١١٥
مثال عددى آخر لمعامل ارتباط موجب تام

هذا ويستطيع القارىء أن يتحقق احصائيا من صحة هذه الفكرة بحساب معامل الارتباط لدرجات جدول ١١٤ ، وبحساب معامل ارتباط جدول ١١٥ .

ومن أمثلة الارتباط التام السالب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بنقصان درجات الظاهرة الثانية بحيث تعكس درجات المقياس الثانى ترتيب درجات المقياس الأول للافراد .

والأمثلة العددية التى بينها جدول ١١٦ وجدول ١١٧ توضح هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
ا	١	٥
ب	٢	٤
ج	٣	٣
د	٤	٢
هـ	٥	١
ر = − ١		

جدول ١١٦
مثال عددى لمعامل ارتباط سالب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
ا	١	٩
ب	٢	٧
ج	٣	٥
د	٤	٤
هـ	٥	١
ر = − ١		

جدول ١١٧
مثال عددى آخر لمعامل ارتباط سالب تام

وهكذا تمتد الحدود الحقيقية لمدى تغير الارتباط من + الى — ١ أى من الارتباط الموجب التام الى الارتباط السالب التام . هذا وقد تصل القيمة العددية للارتباط الى الصفر عندما يتلاشى التغير الاقترانى لدرجات المقياسين .

ب — زيادة أو نقصان الدرجات بكمية ثابتة

لا يتأثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبارات بكمية ثابتة . فاذا أضفنا عدداً ثابتا مثل ٥ الى جميع درجات أى اختبار فان هذه الاضافة لا تؤثر فى ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الاختبار ويبقى التغير الاقترانى القائم بين الاختبارين كما هو ولا يتأثر بهذه الاضافة ، وكذلك اذا طرحنا عددا ثابتا مثل ٦ من جمع درجات أى اختبار فان هذا النقصان لا يؤثر فى الترتيب .

هذا ويمكن أن نستعين بهذه الفكرة فى تبسيط العمليات الحسابية وذلك بطرح عدد ثابت من درجات الاختبارات التى تحسب معاملات ارتباطها ، والمثال وجدول ١١٨ وجدول ١١٩ يوضحان هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول س	الاختبار الثانى ص
ا	٢	٢٥
ب	٣	٢٧
ج	٥	٢٦
د	٨	٢٩
ه	١٠	٢٨
ر = ٠,٨		

جدول ١١٨

معامل ارتباط الدرجات الأصلية يساوى ٠,٨

الأفراد	س — ١	ص — ٢٤
ا	١	١
ب	٢	٣
ج	٤	٢
د	٧	٥
ه	٩	٤
ر = ٠,٨		

جدول ١١٩

معامل ارتباط الدرجات بعد طرح ١ من درجات الاختبار الأول وطرح ٥ من درجات الاختبار الثانى يساوى ٠,٨ أيضاً

أى أن معامل الارتباط لم يتغير بطرح واحد صحيح من كل درجة من درجات الاختبار الأول س وبطرح ٢٤ من كل درجة من درجـــات الاختبار الثانى ص •

جـ — متوسطات معاملات الارتباط

يميل التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط الالتواء ، وخاصـــة عندما تزداد القيم العددية لتلك المعاملات • ولذلك يقتـــرب التوزيع التكرارى لمعاملات الارتبـــاط من التوزيع الاعتدالى كلما اقتربت القيم العددية للارتباطات من الصفر ، ويلتوى التواء شديدا كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح •

وقد لجأ فيشر R. A. Fisher الى تحويل القيم العـــددية لتلك المعاملات الى صورة رياضية جديدة تقيم عوج ذلك التوزيع وتصلح من التوائه وتنحو به نحو التوزيع الاعتدالى • وتتلخص طريقة فيشر فى تحويل معاملات الارتباط الى معاملات لوغاريتمية تعتدل فى توزيعها التكرارى • والمعادلة التالية توضح فكرة هذا التحويل •

ز = ١/٢ [لو هـ (١+ر) − لو هـ (١ − ر)]

∴ ز = ١/٢ × ٢,٣٠٢٦ [لو١٠ (١ + ر) − لو١٠ (١ − ر)]

حيث يدل الرمز ز على المعامل اللوغاريتمى للارتباط

ويدل الرمز ر على معامل الارتباط

ويدل الرمز لو هـ على اللوغاريتم الطبيعى

ويدل الرمز لو ١٠ على اللوغاريتم الذى أساسه ١٠

هذا وعندما تقل قيمة ر عن ٠,٢٥ فانها تساوي ز ولذلك لا تحسب تلك القيم اللوغاريتمية الا اذا زادت القيمة العددية لـ ر على ٠,٢٥

ولهذه الفكرة أهميتها الاحصائية فى حساب متوسطات معاملات الارتباط وذلك لأن الالتواء الشديد للتوزيع التكراري يؤثر على صحة متوسط التوزيع . ولذا تحول معاملات الارتباط ر الى مقابلاتهـا اللوغاريتمية ز ثم يحسب متوسط القيم العددية لـ ز ثم يحـول هذا المتوسط الى صورته الاصلية ر .

وبما أن عملية تحويل ر الى ز تستغرق وقتا وجهدا كثيرا كما تدل على ذلك المعادلة السابقة ، لذلك رصدت المقابلات اللوغاريتمية ز للارتباط ر فى جدول ١٣ المبين بالجداول الاحصائية النفسية .

والمثال بالجدول المبين رقم ١١٨ يوضح طريقة حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية ز ومقارنة نتائج هذه الطريقة بنتائج حساب المتوسط مباشرة دون أى تحويل .

معاملات الارتباط ر	المقابلات اللوغاريتمية ز
٠,٧٥	٠,٩٧
٠,٧٨	١,٠٥
٠,٨٣	١,١٩
٠,٩٤	١,٧٤
٠,٩٥	١,٨٣
مجـ ر = ٤,٢٥	مجـ ز = ٦,٧٨ مَ ز = ١,٣٥٦
مَ ر = ٠,٨٥	مَ ز = ٠,٨٨

جدول ١١٨

حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية

ويدل العمود الثانى من هذا الجـدول على المقابلات اللوغاريتمية لكل معامل من معامـلات العمود الأول . فمثلا المقابل اللوغاريتمى ز لمعامل الارتباط ر الذى يسـاوى ٧٥ر٠ هو ٩٧ر٠ كما يدل على ذلك جدول (١٣)المبين بالجداول الاحصائية النفسية . وهكذا بالنسبة لبقية معاملات هذا الجدول .

وقد حسب متوسط معاملات العمود الأول فظهر أنه يساوى ٨٥ر٠، وحسب متوسط المقابلات اللوغاريتمية فظهر أنه يساوى ١٫٣٥٦ ثم حول هذا المتوسط الى مقابلة الارتباطى فظهر أنه يساوى ٨٨ر٠ كما يدل على ذلك جدول ١١٨ .

وهكذا ندرك أن الفرق بين المتوسطين فى مثالنا هذا يساوى

٨٨ر٠ — ٨٥ر٠ = ٣ر٠ر٠

تمارين على الفصل التاسع

اذكر الأنواع المختلفة للتغير الاقترانى وبين علاقة كل نوع من هذه الأنواع بالقياس العقلى •

٢ ـ احسب معامل الارتباط التتابعى للدرجات التالية بالطريقة العامة •

س	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥	٧٥	٨٥	٩٥	١٠٥
ص	٥٠	٩٧	١١٧	١٣٧	١٥٨	١٦٨	١٧٠	٢٧٠

٣ ـ احسب معامل الارتباط التتابعى للدرجات التالية بطـــريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات •

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
٦٧	٦٢	٧٧	٧٢	٨١	٦٨	٨٤	٨٨	٨٨	٨٧	٩١	٩٤
٧٠	٦٣	٨٧	٧٩	٨١	٧٠	٨٤	٧٥	٨٨	٨٥	٩٢	٧٦
٧١	٦٠	٨٧	٦٦	٨٢	٧٠	٨٥	٨٩	٨٨	٨٣	٩٣	٨٢
٧٢	٦٦	٧٩	٦٩	٨٢	٧٧	٨٥	٨٤	٨٨	٨٩	٩٢	٧٨
٧٣	٧٤	٧٩	٧٣	٨٣	٦٩	٨٥	٦٩	٨٩	٧٤	٩٢	٨٤
٧٥	٧٤	٨٠	٨٨	٨٣	٧٣	٨٦	٧٠	٨٩	٧٩	٩٤	٨٤
٧٥	٨٣	٨٠	٦٧	٨٣	٨٤	٧٦	٧٣	٨٩	٨٢	٩٤	٧٥
٧٦	٨٧	٨٠	٧٦	٨٤	٨٠	٨٦	٧٦	٨٩	٨٤	٩٤	٨١
٧٦	٦٢	٨٠	٧٥	٨٤	٧٦	٨٧	٧٨	٩٠	٧٣	٩٦	٨٨
٧٧	٦٨	١٨	٨٤	٨٤	٧٤	٨٧	٨٢	٩٠	٧٦	٩٨	٩٣

٤ ــ احسب معامل الارتباط الثنائى للدرجات التالية :

الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال
٢٨	١	٢٧	١	٢٣	٠	٢٧	٠	٢٢	٠
٢٥	١	٢٤	٠	٢٦	٠	٢٧	١	٢٧	١
٣١	٠	٢٤	٠	٢٩	١	٢٤	٠	٢٤	١
٢٦	١	٣٠	١	٢٩	١	٢٤	٠	٢٨	١
٢٨	٠	٢٣	٠	٢٨	١	١٨	١	٢٧	١

٥ ــ احسب معامل الارتباط الثنــائى الأصيل لدرجات التمرين السابق •

٦ ــ احسب معامل ارتباط الرتب لدرجات المثال الثانى •

٧ ــ وضح أهم الخواص الاحصائية لمعاملات الارتباط وبين الى أى حد تعتمد على هذه الخواص فى تبسيط العمليات الحسابية ، وفى حساب متوسط معاملات الارتباط •

الفصل العاشر

معاملات ارتباط الفئات المنفصلة

معناها ومجالات استخدامها

سنوضح معنى معاملات ارتباط الفئات المنفصلة عن طريق مجالات استخدامها • وهى تستخدم فى حساب العلاقة بين سؤالين من أسئلة الاختبارات العقلية حيث تنقسم درجات كل سؤال الى فئتين صواب وخطأ أو واحد وصفر وهكذا •

وتستخدم أيضا فى حساب علاقة أسئلة الاستبيانات وذلك عندما تكون الاجابة على أى سؤال فى صورة نعم ولا ، أو موافق ومعترض •

هذا ويمكن أن يمتد تقسيم الفئات الى ٣ أو ٤ أو ٥ أو أى عدد آخر كما يحدث ذلك فى أسئلة الاستبيانات التى تصاغ فى الصورة التالية :

موافق جداً	– موافق نوعاً ما	– لا أدرى	– أرفض نوعاً ما	– أرفض بتاتاً
٥	٤	٣	٢	١

وعندما يكون عدد فئات كل متغير ٢ فاننا نستطيع أن نستخدم معامل الارتباط الرباعى أو معامل ارتباط فاى ، أو مؤشر الارتباط الجيمى • وعندما يزداد عدد الفئات على اثنين فاننا نستطيع أن نستخدم معامل الارتباط التوافقى ، أو معامل الارتباط الثنائى •

طريقة جدولة بيانات معاملات ارتباط الفئات

يعتمد حساب معاملات ارتباط الفئات على التكرار الثنائى للمتغيرين س ، ص ، والتكرار الثنائى النسبى ، والتكرار الثنائى النسبى الهامشى •

وعلينا قبل أن نبين طريقة حساب كل معامل من تلك المعاملات أن نوضح طريقةتسجيل البيانات في جداول رباعيةتشتمل على خلايا الأنواع المختلفة للتكرار الثنائي . فاذا سجلنا درجات ١٠ أفراد في السؤالين س ، ص حيث تساوى الدرجة في أى سؤال صفرا أو واحدا فاننا نحصل على الجدول ١١٩ .

الأسئلة	الأفراد									
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
س	٠	١	٠	٠	١	١	٠	١	١	١
ص	١	١	٠	٠	١	١	٠	١	٠	٠

جدول ١١٩ درجات أفراد في السؤالين س ، ص

ونستطيع الآن أن نسجل بيانات هذا الجدول في الجدول الرباعي ١٢٠ حيث يدل التقسيم الرأسى على فئتى المتغير س أى صفر وواحد ، ويدل التقسيم الأفقى على فئتى المتغير ص أى صفر وواحد أيضا. وتدل الخلية ا على التكرار الثنائي س = صفر ، ص = صفر وقيمته العددية في هذه الحالة تساوى ٣ . وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا .

ص

س	صفر	١	المجموع
صفر	ا ٣	ب ١	٤
١	حـ ٢	د ٤	٦
المجموع	٥	٥	١٠

جدول ١٢٠
التكرار الثنائي والثنائي الهامشي

الرباعية الأخرى • وتدل خلايا العمود الأخير ، والسطر الأخير على مجاميع التكرار الثنائي وهي ما تسمى بالتكرار الهامشي حيث تساوى في هذا المثال ٤ ، ٦ للمتغير س ، ٥ ، ٥ للمتغير ص • والمجموع النهائي لهذا التكرار يساوى ١٠ في هذه الحالة وهو نفسه عدد أفراد العينة •

وبقسمة كل تكرار ثنائي على عدد الأفراد نحصل على التكرار النسبي كما تدل على ذلك

ص

س	صفر	١	المجموع
صفر	أَ ٠٫٣	بَ ٠٫١	٠٫٤
١	جـَ ٠٫٢	دَ ٠٫٤	٠٫٦
المجموع	٠٫٥	٠٫٥	١٫٠

جدول ١٢١ التكرار الثنائي النسبي ، والنسبي الهامشي

خلايا الجدول ١٢١ •

ونستطيع الآن أن نعيد صياغة الجدول ١٢٠ والجدول ١٢١ في الجدول ١٢٢ الذي تدل خلاياه على الصورة الرمزية العامة للجدول الرباعي ، حيث تدل الرموز

ص

	–	+	مج
–	ا اَ	ب بَ	ا + ب اَ + بَ
+	جـ جـَ	د دَ	جـ + د جـَ + دَ
مج	ا+جـ اَ+جـَ	ب+د بَ+دَ	ن

س

جدول ١٢٢ الصورة الرمزية العامة لخلايا الجدول الرباعى

ا ، ب ، جـ ، د على التكرار الثنائى للمتغيرين س ، ص

اَ ، بَ ، جـَ ، دَ على التكرار النسبى حيث اَ = ا ، بَ = ب وهكذا

ا + ب ، جـ + د ، ا + جـ ، ب + د على التكرار الهامشى

اَ + بَ ، جـَ + دَ ، اَ + جـَ ، بَ + دَ على التكرار النسبى الهامشى

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد

هذا ويمكن أن نمتد بفكرة الجدول الرباعى الى أى نوع أو عدد من الفئات للمتغيرين س ، ص بدل أن يقتصر الجدول على صفر وواحد، أو سالب وموجبه ويمكن أيضا أن يمتد عدد فئات س أو ص لأكثر من فئتين فنقسم مثلا فئات المتغير س الى ذكور واناث وفئات المتغير ص الى موافق ولا أدرى وأرفض وبذلك نحصل على جدول ٢ × ٣ بدل الجدول الرباعى الذى نرمز له بالرمز ٢ × ٢ .

١ — الارتباط الرباعى (١)

يصلح هذا الارتباط لقياس التغير الاقترانى القائم بين المقاييس الثنائية . ومن أمثلة ذلك ارتباط اجابات أى سؤال فى اختبار ما باجابات أى سؤال آخر حتى لو كان السؤال الآخر فى اختبار آخر .

والأصل فى متغيرات الارتباط الرباعى أنها متتابعة مثل درجات الأفراد فى الاختبارات العقلية ، ثم تقسم درجات كل متغير الى فئتين الأولى أصغر من القيمة الوسيطية وتعامل على أنها سالبة ، والثانية أكبر من القيمة الوسيطية وتعامل على أنها موجبة .

شروط استخدام الارتباط الرباعى :

يتأثر الارتبــاط الرباعى بعدد الأفراد أى بحجم العينة ، وتقترب قيمته العددية من معامل ارتباط بيرســون كلما زاد عدد أفراد العينة . ويستحسن فى حساب الارتباط الرباعى ألا يقل حجم العينة عن ٢٠٠ فرد ومن الأفضل أن يصل حجمها الى ٣٠٠ فرد .

والأساس فى متغيرات الارتباط الرباعى أن تكون اعتدالية التوزيع أو قريبة من الاعتدالية وذلك قبل قسمة كل منهـا الى فئتين عن طريق الوسيط . ولذا فمن الأفضل التحقق من توفر هذا الشرط قبل البدء بحساب معامل الارتباط الرباعى .

ويجب ألا تنقص النســبة المئوية لاحدى فئتى المتغير عن ١٠٪ أو تزيد على ٩٠٪ ويمكن التحقق من توفر هذا الشرط اذا اعتمدنا على الوسيط فى القسمة الثنائية حيث تصل النسبة المئوية لكل فئة من فئتى المتغير الى ٥٠٪ أو تقترب منها .

(١) الارتباط الرباعى Tetrachoric Correlation

ولا تصح أيضا عملية حساب الارتباط الرباعى اذا نقص التكرار الثنائى النسبى لأية خلية من خلايا الجدول الرباعى عن ١٠٪ أى ١ر٠ أو زاد على ٩٠٪ أى ٩ر٠

طريقة حساب معامل الارتباط الرباعى :

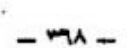
تعتمد الطريقة الاحصائية لحساب الارتباط الرباعى على الجدول الرباعى للنسب المختلفة للمقاييس الثنائية ٠

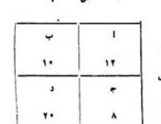
والمثال المبين بالجدول ١٢٣ يوضح طريقة حساب الارتباط الرباعى لسؤالين من أسئلة احدى اختبارات الذكاء ٠

السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث
١	١	٠	٠	١	١	١	١	١	١
١	٠	٠	١	١	١	١	٠	١	١
٠	٠	٠	٠	٠	١	١	١	٠	٠
١	٠	٠	١	١	١	٠	٠	١	١
٠	١	٠	١	١	١	٠	١	٠	٠
٠	٠	١	١	٠	٠	١	١	١	١
٠	١	٠	٠	١	١	١	٠	٠	٠
١	٠	١	١	١	٠	١	١	١	١
٠	١	١	٠	١	١	٠	١	١	١
٠	٠	٠	٠	١	٠	١	١	٠	١

جدول ١٢٣ اجابات ٥٠ طالبا على السؤال الثانى والثالث
من اسئلة اختبار الذكاء

ويمكن أن نلخص هذا التغير الاقترانى القائم بين ثنائية الاجابة على السؤال الثانى التى تتلخص نتيجتها فى صفر وواحد ، وثنائية الاجابة على السؤال الثالث التى تتلخص نتيجتها أيضا فى صفر وواحد فى الجدول الرباعى ١٢٤





	ص ٠	ص ١
س ٠	ا ١٢	ب ١٠
س ١	ج ٨	د ٢٠

جدول ١٢٤ التكرار الثنائى للمتغيرين س ، ص

حيث يدل الرمز س على السؤال الثانى

ويدل الرمز ص على السؤال الثالث

وتتلخص طريقة حساب الارتباط الرباعى بين اجابات هذين السؤالين فى المعادلة التالية :

$$\text{ر}_{\text{ر ب}} = \text{جتا} \left(\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{\frac{\text{ا د}}{\text{ب ج}}}} \right)$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{ر ب}}$ على معامل الارتباط الرباعى

و∵ أن ا = ١٢ ، ب = ١٠ ، ج = ٨ ، د = ٢٠

$$\therefore \frac{\text{ا د}}{\text{ب ج}} = \frac{١٢ \times ٢٠}{١٤ \times ٨} = \frac{٤٢٠}{٨} = ٣$$

$$\therefore \sqrt{\frac{\text{ا د}}{\text{ب ج}}} = ١,٧٣٢١$$

وعندما نعوض قيمة $\sqrt{\frac{أ د}{ب جـ}}$ في معادلة الارتباط الرباعي نرى أن

$$ر_{ب} = \text{جتا} \left(\frac{١٨٠^{\circ}}{١ + ١{,}٧٣٢١} \right)$$

$$\therefore = \text{جتا } ٦٥{,}٨٨^{\circ}$$

$$ر_{ب} = ٠{,}٤١$$

وقد استعنا بجداول حساب المثلثات التي تبين القيمة العددية لجيب تمام زاوية مقدارها ٦٥٫٨٨ ، لنصل الى ر ب = ٠٫٤١ ٠

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب معامل الارتباط الرباعي مباشرة من القيمة العددية لـ $\frac{أ د}{ب جـ}$ دون حساب الجذر التربيعي لهذه القيمة ودون اجراء العمليات الحسابية المختلفة التي تتطلبها معادلة الارتباط الرباعي كما هو مبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية في جدول ١١ والطريقة التالية توضح فكرة هذا الجدول ٠

$\therefore$ $\frac{أ د}{ب جـ} = ٣$ في مثالنا السابق

و $\because$ أن هذه القيمة تقع بين قيمتين من قيم جدول ١١ كما يدل عليها الجدول رقم ١٢٥

$\frac{أ د}{ب جـ}$	ر ب
٢٫٩٥٧	٠٫٤٠٥
٣٫٠٩٥	٠٫٤١٥

جدول ١٢٥ عينة من جدول حساب معامل الارتباط الرباعي

أى أن القيمة العددية لـ $\frac{أ د}{ب ج}$ التى تساوى ٣ تقع بين ٢٫٨٥٧ ، ٣٫٠٩٥ أى أن معامل الارتباط الرباعى المقابل لـ ٣ أكبر من ٠٫٤٠٥ وأقل من ٠٫٤١٥ أى أنه يساوى ٠٫٤١ تقريبا ، وهذه هى نفس القيمة العددية لمعامل الارتباط الرباعى كما حسبناها بالمعادلة السابقة .

هذا وعندما تدل بيانات الجدول الرباعى للتكرار المزدوج على أن قيمة أ د أكبر من ب جـ فان معامل الارتباط يصبح موجبا ، وعندما تدل هذه البيانات على أن قيمة ب جـ أكبر من أ د فان معامل الارتباط يصبح سالبا . وبذلك يجب أن نحسب $\frac{ب ج}{أ د}$ بدلا من $\frac{أ د}{ب ج}$ فى الحالات السالبة لأن القيمة العددية لهذا الكسر يجب أن تزيد على الواحد الصحيح كما يدل على ذلك جدول ١١ المبين بالجداول الاحصائية النفسية . أى أننا فى حسابنا لمعامل الارتباط الرباعى بهذه الطريقة يجب أن نتذكر دائما أن بسط الكسر السابق أكبر دائما من مقامه .

ونستطيع أن نستعين بفكرة الارتباط الرباعى لحساب معامل الارتباط التتابعى بطريقة سريعة وذلك بقسمة درجات المقاييس المتتابعة قسمة ثنائية بحيث تصبح قيمة كل درجة من الدرجات التى تقل عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للصفر ، وقيمة كل درجة من الدرجات التى تزيد عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للواحد الصحيح . وبذلك نحول المقاييس المتتابعة الى مقاييس ثنائية ثم نحسب من هذه الثنائية خلايا التكرار المزدوج للجدول الرباعى ومنها نحسب معامل الارتباط الرباعى .

الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط الرباعى [1] :

يحسب الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط الرباعى ع$_{ر_ر}$ من المعادلة التالية :

---

(١) الخطأ المعيارى بين الدلالة الاحصائية التى تقيس مدى تمايز قيمة الارتباط الرباعى عن الصفر ، وسيأتى بيان ذلك بالتفصيل فى معالجتنا للدلالة الإحصائية، وحسابه هنا ضرورى لاستكمال الموضوع .

$$\text{ع}_{\text{رب}} = \frac{\sqrt{(\text{أ}' + \text{ب}')\,(\text{ج}' + \text{د}')\,(\text{أ}' + \text{ج}')\,(\text{ب}' + \text{د}')}}{\text{ط}_{\text{س}}\ \text{ط}_{\text{ص}}\ \text{ن}}$$

حيث تدل الرموز $\text{أ}' + \text{ب}'$ ، $\text{ج}' + \text{د}'$ على التكرار النسبى الهامشى للمتغير س

$\text{أ}' + \text{ج}'$ ، $\text{ب}' + \text{د}'$ على التكرار النسبى الهامشى للمتغير ص

$\text{ط}_{\text{س}}$ على الطول المعيارى المقابل للنسب الهامشية للمتغير س

$\text{ط}_{\text{ص}}$ على الطول المعيارى المقابل للنسب الهامشية للمتغير ص

ويدل الرمز ن على عدد أفراد العينة

والمثل التالى يوضح طريقة حساب $\text{ع}_{\text{رب}}$ حيث يبين الجدول ١٢٦ التكرار الثنائى

س \ ص	−	+	مج
−	١٠٥	١١١	٢١٦
+	٤٢	١٠٢	١٤٤
مج	١٤٧	٢١٣	٣٦٠

جدول ١٢٦
التكرار الثنائى والهامشى أ ٣ ، ص

س \ ص	−	+	مج
−	٠,٢٩	٠,٣١	٠,٦٠
+	٠,١٢	٠,٢٨	٠,٤٠
مج	٠,٤١	٠,٥٩	١,٠٠

جدول ١٢٧
التكرار الثنائى النسبى ، والنسبى الهامشى للمتغيرين س ، ص

ويبين الجدول ١٢٧ التكرار النسبى

وبالتعويض فى المعادلة السابقة نرى أن

$$\text{ع}_{\text{رب}} = \frac{\sqrt{٠,٦٠ \times ٠,٤٠ \times ٠,٤١ \times ٠,٥٩}}{٠,٣٩ + ٠,٣٩ \times ٣٦٠}$$

لأن $\text{ط}_{\text{س}}$ التى تقابل ٠,٦٠ ، ٠,٤٠ تساوى ٠,٣٩ من الجداول الاحصائية جدول ٤

ولان ط س التى تقابل ٠٫٤١ ، ٠٫٥٩ تســـاوى أيضا ٠٫٣٩ من الجداول الاحصائية جدول ٤

$$\therefore \text{ع ر ب} = \frac{0{,}2409}{18{,}9737 \times 0{,}1521} = 0{,}08$$

و ∵ حد الدلالة عند ٠٫٠١ شك ، ٠٫٩٩ ثقة = ٢٫٥٨ × ع ر ب

∴ يجب أن تزيد قيمـــة ر ب على ٢٫٥٨ × ٠٫٠٨ أى ٠٫٢١ لتصبح متمايزة عن الصفر • وبما أن قيمة ر ب لهذا المثال تساوى ٠٫٣٢ وذلك بالتعويض فى المعادلة التالية :

$$\text{ر ب} = \text{جتا} \left(\frac{180^\circ}{1 + \sqrt{\frac{\text{ا د}}{\text{ب جـ}}}} \right)$$

$$= \text{جتا} \left(\frac{180^\circ}{1 + \sqrt{\frac{10710}{4662}}} \right)$$

= جتا ٧١٫٥٥

∴ ر ب = ٠٫٣٢

إذن فهى دالة عند حد ٠٫٠١

٢ ــ معامل فاى :

الاصل فى معامل فاى أنه يصلح للمتغيرات غير المستمرة أى التى تنقسم الى فئتين فقط مثل صواب وخطأ • أو نعم ولا ، أو واحـــد وصفر • ولذا فهو يصلح لتحليل مفردات أسئلة الاختبارات النفسية •

لكن هذا لا يمنع من تحويل المتغيرات المستمرة الى متغيرات ثنائية الفئات ثم حساب فاى لها بعد ذلك .

طريقة حساب معامل ارتباط فاى :

يحسب معامل فاى رف من التكرار الثنائى ، والهامشى من المعادلة التالية :

$$\text{رف} = \frac{\text{ا د} - \text{ب ج}}{\sqrt{(\text{ا} + \text{ب})\ (\text{ج} + \text{د})\ (\text{ا} + \text{ج})\ (\text{ب} + \text{د})}}$$

وبذلك يمكن أن نحسب رف للجدول ١٢٨ بتطبيق المعادلة السابقة أى أن :

س \ ص	−	+	
−	٣٥	٣٧	٧٢
+	١٤	٣٤	٤٨
	٤٩	٧١	١٢٠

جدول ١٢٨

التكرار الثنائى والهامش ا س ، ص

$$\text{ر ف} = \frac{٣٥ \times ٣٤ - ٣٧ \times ١٤}{\sqrt{٧٢ \times ٤٨ \times ٤٩ \times ٧١}}$$

$$= \frac{١١٩٠ - ٥١٨}{٣٤٦٧,٤٨}$$

$$= ٤،١٩$$

هذا ويمكن أيضا حساب معامل فاى من التكرار النسبى وللهامشى النسبى من المعادلة التالية : —

$$\text{رَف} = \sqrt{\frac{\text{أ' د' − ب' جَ}}{(\text{أ' + ب'})(\text{جَ + دَ})(\text{أ' + جـ'})(\text{ب' + دَ})}}$$

فاذا أردنا أن نحسب رف للجدول رقم ١٢٩ فاننا نحصل على معامل فاى بالتعويض •

س \ ص	−	+	مج
−	٫٢٩	٠٫٣١	٫٦٠
+	٫١٢	٫٢٨	٫٤٠
مج	٫٤١	٫٥٩	١٫٠٠

جدول ١٢٩

التكرار النسبى والهامش لـ س ، ص

فى المعادلة السابقة • أى أن

$$\text{رف} = \sqrt{\frac{٫٢٩ \times ٫٢٨ - ٫٣١ \times ٫١٢}{٫٦٠ \times ٫٤٠ \times ٫٤١ \times ٫٥٩}}$$

$$= \frac{٫٠٨١٢ - ٫٠٣٧٢}{٫٢٤٨١}$$

$$= ٠٫١٨$$

فاى المصححة والمقربة من معامل ر لبيرسون :

اذا جاز لنا أن نفترض أن التوزيع التكرارى للمتغيرين س ، ص توزيع اعتدالى فى الاصل ، بالرغم من أن كلا منهما قد انقسم الى فئتين

فقط ، فاننا نستطيع بعد ذلك فى اطار هذا الافتراض أن نصحح القيمة العددية لمعامل فاى ونقربها من معامل ر لبيرسون وذلك اذا تحقق الشرطان التاليان :

١ ــ ألا تكون فاى أكبر من ٤ر

٢ــ وألا يتجاوز التكرار الثنائى الهامشى الموجب (حـ'+د')،(ب+د المدى الذى يمتد من ٣٠ر٠ الى ٧٠ر٠

ومعادلة التصحيح التى يقترحها جيلفور وبيرى هى (١)

$$ر_{ن}' = ر_{ن} \left(\sqrt{\frac{(أ+ب')(حـ'+د')}{ط_{س}}}\right)\left(\sqrt{\frac{(أ'+حـ')(ب'+د)}{ط_{ص}}}\right)$$

وبذلك تحسب قيمة رن للجدول الرباعى ١٣٠ حيث قيمة فاى = ١٨ر٠ كما سبق أن بينا ذلك •

ص

	+	−	
٠,٦٠	٠,٣١	٠,٢٩	− س
٠,٤٠	٠,٢٨	٠,١٢	+
١,٠٠	٠,٥٩	٠,٤١	

جدول ١٣٠

التكرار الثنائى النسبى والهامشى النسبى لـ س ، ص

---

(١) Guilfard, T.P. and Fruchtir B. Fundamatal Statistics in Psychology and Education, 1973, p. 330—331.

— Guilfard, J.P., and Perry, N.C. Estimation of other coefficient of carrelation from the phi coefficient. Psychomotrilla, 1951, 16, 335—346 P. 323.

و ∵ فاى التى تساوى ١٨ر٠ أصغر من ٤ر٠

و ∵ التكرار الثنائى الهامشى الموجب للمتغير س هو حـَ + دَ = ٠٤٠ محصورا بين ٣٠ر ، ٧٠ر٠

و ∵ التكرار الثنائى الهامشى للمتغير ص هو بَ + دَ = ٠٫٥٩ محصورا بين ٣٠ر ، ٧٠ر٠

∴ يمكن حساب قيمة رن بالتعويض فى المعادلة السابقة بعد معرفة قيمة الطول المعيارى ط س المقابل للتكرار النسبى (حـَ + دَ) ، (اَ + بَ) والطول المعيارى الآخر ط ص المقابل للتكرار النسبى (بَ + دَ) ، (اَ + جـَ) من الجداول الاحصائية للقيم المعيارية

∴ س ف = ،١٨ × (√ (٠,٤٠ × ،٦٠) / ٠,٣٩) (√ (،٥٩ × ،٤١) / ٠,٣٩)

= ،١٨ × ،٢٤٠٩ / ،١٥٢١ = ٠,٢٩

الدلالة الاحصائية لمعامل فاى :

تحسب الدلالة الاحصائية لمعامل فاى من علاقة هذا المعامل بـ كا٢ فاذا كانت كا٢ دالة كانت فاى دالة(١) :

و ∵ رن = √ (كا٢ / ن)

∴ كا٢ = ن × ر٢ن

---

(١) سيأتي بيان كا٢ بالتفصيل فى دراستنا للدلالة الإحصائية وإنما لزم ذكرها هنا لارتباطها المباشر بمعامل فاى .

فاذا كانت ر ن = ١٨ر لعينة حجمها ١٢٠ فردا

فان كا٢ = ١٢٠ × ١٨ر٢

= ٣,٨٩

و ∵ درجات الحرية للجدول الرباعى = ١ من (٢ − ١) (٢ − ١) = ١

و ∵ قيمة كا٢ لدرجات حرية ١ ولحد ثقة ٩٥ر٠ شك ٠٥ر٠

= ٣,٨٤

∴ فقيمة كا٢ مجرد دالة لان ٣٫٨٩ أكبر من حد الدلالة ٣٫٨٤ عنه ٥ر٠ شك ، وبالتالى فقيمة ر ن مجرد دالة عند ذلك الحد .

عيوب معامل فاى :

يعاب على معامل فاى أنه يتأثر الى حد كبير بالتقسيم الثنـــائى للمتغيرات ويؤدى هذا التأثير الى انقاص القيمة العددية لمعامل فاى فلا يصل الى قيمته العليا التى تمتد من — ١ الى + ١ كأى معامل ارتباط آخر الا اذا كان كل تكرار نسبى هامشى يساوى ٥ر٠ كما يوضـــح ذلك الجدولان الرباعيان التاليان رقم ١٣١ ورقم ١٣٢ .

س \ ص	−	+	
−	٠,٥	صفر	٠,٥
+	صفر	٠,٥	٠,٥
	٠,٥	٠,٥	١,٠

جدول ١٣١

ر ن = + ١,٠

س \ ص	−	+	
−	صفر	٠,٥	٠,٥
+	٠,٥	صفر	٠,٥
	٠,٥	٠,٥	١,٠

جدول ١٣٢

ر ن = − ١,٠

ولذا تحسب النهاية العظمى لمعامل فاى أو فاى الكبرى وخاصة عند استخدام معامل فاى فى التنبؤ ، وذلك مثلا فى معادلات الانحدار .

فاى الكبرى :

تحسب فاى الكبرى مباشرة من التكرار الهامشى النسبى بتحديد أكبر تكرار هامشى نسبى للقيمة الموجبة لأحد المتغيرين وجعل هـذا التكرار مقاما لكسر بسطه التكرار الهامشى النسبى للقيمة السـالبة لنفس المتغير ثم يضرب هذا الكسر فى كسر آخر بسطه التكرار الهامشى النسبى للقيمة الموجبة للمتغير الآخر ومقامه التكرار الهامشى النسبى للقيمة السالبة للمتغير الآخـر [1] .

والجدول ١٣٣ يوضح طريقة حساب فاى الكبرى

س	ص –	ص +	
–	٠,٢٩	٠,٣١	٠,٦٠
+	٠,١٢	٠,٢٨	٠,٤٠
	٠,٤١	٠,٥٩	١,٠٠

جدول ١٣٣

بين التكرار النسبى والهامش النسبى للمتغيرين س ، ص

و ∵ النسبة الهامشية الكبرى الموجبة هى ٥٩ر٠ للمتغير ص

$$\therefore \text{الكسر الأول} = \frac{٠,٤١}{٠,٥٩} \quad \text{والكسر الثانى} = \frac{٠,٤٠}{٠,٦٠}$$

وتحسب فاى الكبرى بحساب الجـذر التربيعى لحاصـل ضرب النسبتين ، أى أن

$$\text{فاى الكبرى} = \sqrt{\frac{٠,٤١}{٠,٥٩} \times \frac{٠,٤٠}{٠,٦٠}} = \sqrt{\frac{١٦٤}{٣٥٤}} = ٠,٦٨$$

Guilford, J. P. The Minimal Phi coefficientand the (1) Maximal Phi, Educational Psychogicel Measurement, 1965 Val, 25, N,. 1, P. 2-8 .

وقد كانت قيمة فاى لنفس الجدول ١٨ر٠ من التكرار الثنـــائى النسبى ، ١٩ر٠ من التكرار الثنائى .

هذا ولا تستخدم فاى الكبرى الا فى التنبؤ ، أما فاى العادية فهى أقرب فى قيمتها العددية لمعاملات الارتباط الاخرى وان كانت تنقص الى حد ما عن معامل الارتباط الرباعى .

٣ ــ الاقتران الرباعى

اقترح يول (١) Yule معاملا للاقتران الرباعى يمكن استخدامه فى الحالات التى يصعب فيها استخدام الارتباط الرباعى . وهو بالرغم من أنه قد لا يرقى لدقة معاملات الارتباط الأخرى الا أنه يقترب من معامل بيرسون اذا ضرب فى ٧٥ر٠ ويمكن أيضا أن نحسب له الخطـأ المعيارى ، كما سيأتى بيان ذلك .

طريقة حسابه :

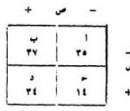
تعتمد معادلة الاقتران الرباعى على خارج قسمة فرق الخلايا المتشابهة على حاصل جمع الخلايا غير المتشابهة . وهكذا نرى أن :

$$\text{رق} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{أ د} + \text{ب جـ}}$$

وبذلك يحسب الاقتران الرباعى للجدول رقم ١٣٤ بالتعـــويض من قيم أ ، ب ، جـ ، د

---

(١) معامل الاقتران الرباعى Coefficiant of association



	ص −	ص +
س −	ا ٣٥	ب ٣٧
س +	ﺣ ١٤	د ٣٤

جدول ١٣٤
التكرار الثنائى للمتغيرين س ، ص

$$\text{س ض} = \frac{(٣٥ \times ٣٤) - (٣٧ \times ١٤)}{(٣٥ \times ٣٤) + (٣٧ \times ١٤)} = \frac{١١٩٩٠ - ٥١٨}{١١٩٠ + ٥١٨} = \frac{٦٧٢}{١٧٠٨}$$

$= ٠,٣٩$

ولو حسبنا معامل ارتباط بيرسون التتابعى للدرجات الخام التى أعد منها الجدول السابق لوجدنا أنه يساوى ٣٠ر وتميل القيم العددية للاقتران الرباعى الى أن تكون أكبر من القيم العددية لمعاملات الارتباط الاخـرى .

ولذا فمن الافضل أن يقرب الاقتران الرباعى الى معامل ارتباط بيرسون وذلك بضربه فى ٧٥ر٠ أى أن

$\text{ر} = ٠,٧٥ \times \text{ر ق}$

وبذلك تصبح قيمة ر فى المثال السابق مساوية لــ ٧٥ر٠ × ٣٩ر٠ = ٢٩ر٠

وهذه القيمة قريبة جداً من قيمة معامل ارتباط بيرسون التتابعى الذى يساوى ٣٠ر٠

---

(١) Yule, G.V., and Kandall, M.G. An Introduction to the ory of Statistics 1946 p.p. 44—55.

Dawson, S., An Introduction to the computation of statistics 1933, p.p. 167—169.

الخطأ المعيـــارى للاقتران الرباعى :

يحسب الخطأ المعيارى $ع_{رق}$ للاقتران الرباعى من المعادلة التالية:

$$ع_{رق} = \frac{1 - ر^{2}ق}{2} \sqrt{\frac{1}{أ} + \frac{1}{ب} + \frac{1}{ج} + \frac{1}{د}}$$

وبالتعويض عن قيم رق ، أ ، ب ، ج ، د فى المثال السابق نجد أن

$$ع_{رق} = \frac{١ - ٠,٣٩^{٢}}{٢} \times \sqrt{\frac{١}{٣٥} + \frac{١}{٣٧} + \frac{١}{١٤} + \frac{١}{٣٤}}$$

$$= \frac{١ - ٠,١٥٢١}{٢} \times \sqrt{,٠٢٨٦ + ,٠٢٧٠ + ,٠٧٤١ + ,٠٢٩٤}$$

$$= ,٤٢٤٠ \times ,٣٩٥٥$$

$$= ٠,١٧$$

و ∴ ١ر٩٦ × ر١٧ = ٠ر٣٣

لان ع = ١ر٩٦ حد دلالة ٠ر٠٥

∴ ر ق المساوية لـ ٠ر٣٩ دالة عند حد ٠ر٠٥

٤ — المؤشر الجيمى للارتباط

يقترح جيلفورد المؤشر الجيمى (١) لحساب العلاقة بين متغيرين س ، ص فى الجدول الرباعى الخلايا • ولا تتطلب عملية حساب هـذا المؤشر توفر أى شرط من الشروط التى تحد من استخدام معـــاملات الارتباط السابقة أى الرباعى وفاى •

---

(١) المؤشر الجيمى للارتباط Gindex of Correlatian

طريقة حسابه :

يحسب هذا المؤشر عن طريق طرح مجموع النسب المختلفة من مجموع النسب المتشابهة . والجدول الرباعى رقم ١٣٥ يوضح هـذه الفكرة حيث تدل

س \ ص	-	+
-	أَ	بَ
+	جَ	دَ

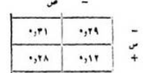
جدول ١٣٥ — خلايا التكرار الثنائى النسبى

الرموز أَ ، بَ ، جَ ، دَ على التكرار الثنائى النسبى . ونحسب ج من المعادلة التالية

رج = (أَ + دَ) - (بَ + جَ)

حيث يدل الرمز رج على المؤشر الجيمى للارتباط . ونستطيع الآن أن نحسب رج من نفس خلايا الجدول التى حسبنا منها فاى .

والجدول رقم ١٣٦ يبين القيم العددية لهذه النسب .



س \ ص	-	+
-	٠,٢٩	٠,٣١
+	٠,١٢	٠,٢٨

جدول ١٣٦

يبين القيم العددية لتكرار الثنائى

اى أن

ر ج = (٠,٢٩ + ٠,٢٨) − (,١٢ + ,٣١)

= ,٥٧ − ,٤٣

= ,١٤

وهى قريبة من القيمة العددية لمعامل فاى التى تساوى ١٨ر لنفس الجدول الرباعى .

هذا ويمكن أيضا حساب المؤشر الارتباطى ر ج مباشرة من التكرار الثنائى كما يبين ذلك الجدول ١٣٧ .

س \ ص	−	+
−	٣٥	٣٧
+	١٤	٣٤

جدول ١٣٧ يبين القيم العددية للتكرار الثنائى

ومعادلة المؤشر الجيمى[1] فى هذه الحالة

$$ر_ج = \frac{(أ + د) - (ب + ج)}{ن}$$

حيث تدل الرموز أ ، ب ، ج ، د على التكرار الثنائى

ويدل الرمز ن على عدد أفراد العينة

فاذا كانت ن تساوى ١٢٠

---

(١) Guilford, J.P., and Fruchter, B. Fundamental statistics in Psychology and Education, N.Y. McGraw-Hill. 1973, .pp. 310—312.

فإن ر ج = $\frac{(١٤ + ٣٧) - (٣٤ + ٣٥)}{١٢٠}$

= $\frac{٥١ - ٦٩}{١٢٠}$

= ٠,١٥

وهذه القيمة تزيد الى حد ما عن ٠,١٤ لانها لم تتأثر بالتقريب الذى خضعت له القيمة المحسوبة من التكرار الثنائى النسبى .

ويتميز هذا المؤشر الارتباطى ببساطة طريقة حسابه كما دلت على ذلك الحسابات السابقة .

وقد استخدم بنجاح فى التحليل العاملى لمصفوفة الارتباطات المحسوبة بين الافراد اذا كانت درجة كل فرد على أى متغير لا تتجاوز أحد احتمالين اما + أو — أو صح أو خطأ وهكذا .

ولم يستخدم هذا المؤشر بعد فى التحليل العاملى لمصفوفة ارتباطات الاختبارات كما هو مألوف فى ميدان التحليل العاملى .

الدلالة الاحصائية للمؤشر الجيمى :

الخطأ المعيارى للمؤشر الجيمى غير معروف ، ولذلك تحسب الدلالة عن طريق مدى انحراف القيمة العددية لهذا الارتباط عن الصفر . والمعادلة التى تستخدم فى هذه الحالة هى :

الانحراف عن الصفر = ر ج × $\sqrt{ن}$

وبالتعويض عن قيمة ج في مثالنا السابق المساوية لـ ١٥ر٠ وعن ن المساوية لـ ١٢٠ نجد أن

الانحراف عن الصفر = ١٫٦٤

وهو انحراف غير صغير ، وهذا يشير الى الدلالة الاحصائية للقيمة ١٥ر وأنها تتمايز عن الصفر .

٥ — معامل ارتباط التوافق

يقترح بيرسون (١) معاملا للارتباط يسمى معامل التوافق ، أكثر ثباتا من معامل فاى وذلك لأن الحد الأعلى لمعامل فاى غير ثابت ويتغير من حالة لاخرى .

طريقة حسابه :

يمكن حساب التوافق للمتغيرات ثنائية التقسيم التى يحسب معاملها فاى من الجدول الرباعى وذلك عن طريق المعادلة التالية :

$$ر_ت = \sqrt{\frac{ر^٢ف}{١ + ر^٢ف}}$$

فإن $ر_ى$ = ٠٫٣٠

فاذا كانت $ر_ت = \sqrt{\frac{٢٫٣٠}{١ + ٢٫٣٠}} = ٠٫٢٩$

ويمكن أيضا حساب $ر_ت$ من كا^٢ للجداول غير الرباعية مثل ٢ × ٣ أو ٣ × ٣ أو ٥ × ٥ وهكذا ، وتصلح هذه الطريقة لحساب معاملات الارتباط التوافقى لأسئلة الاستبيانات التى تزيد احتمالات استجاباتها

---

(١) Contingency Coefficient of correlation.

عن ٢ مثل موافق ، ولا أدرى ، وغير موافق • وعلينا فى مثل هـذه الحالات أن نحسب أولا كا^{2} ثم نحسب منها ق من المعادلة التالية

$$ق = \sqrt{\frac{كا^{2}}{كا^{2} + ن}}$$

فاذا كانت كا^{2} = ١٠٫٨ وكانت ن تساوى = ١٢٠ فان

$$ق = \sqrt{\frac{١٠٫٨^{2}}{١٠٫٨^{2} - ١٢٠}}$$

$$= ٫٢٩$$

القيمة المصححة لمعامل التوافق

يعتمد الحد الأعلى الذى يمكن أن تصل اليه القيمة الرقمية لمعامل التوافق على عدد فئات المتغير س وعدد فئات المتغير ص • فمثلا اذا كان عدد فئات كل متغـير ٢ فان الحد الأعلى لمعـامل التوافق يصبح مساويا لـ ٠٫٧٠٧ واذا كان عدد فئات كل متغير ٣ فان الحد الاعـلى لمعامل التوافق مساويا لـ ٠٫٨١٦ وهكذا كما يدل على ذلك الجـدول رقم ١٣٨

عدد أقسام المتغير	الحد الأعلى ا ر ت
٢	٫٧٠٧
٣	٫٨١٦
٤	٫٨٦٦
٥	٫٨٩٤
٦	٫٩١٣
٧	٫٩٢٦
٨	٫٩٣٥
٩	٫٩٤٣
١٠	٫٩٤٩

جدول ١٣٨
عدد أقسام المتغير والحد الأعلى ا ر ت

ويستخدم هذا الجدول(١) فى الحصول على القيمة المصححة لمعامل $ر_ت$ بشرط تساوى عدد الفئات فى كل متغير من المتغيرين . فاذا كانت قيمة ر ت = ٠،٢٩ وعدد أقسام كل متغير ٢ فان

$$\text{قيمة ر}_\text{ت} \text{ المصححة} = \frac{\text{ر}_\text{ت}}{\text{الحد الأعلى لأقسام المتغير}}$$

$$= \frac{٠،٢٩}{٠،٧٠٧}$$

$$= ٠،٤١$$

وهذه أكبر من قيمة ر ف .

٦ — معامل ارتباط تشيبرو

يقترح تشيبرو(٢) معاملا للارتباط يعد أفضل من فاى ، والتوافقى لأنه لا يشترط أن تكون فئات المتغير الأول مساوية لفئات المتغير الثانى .

طريقة حسابه :

يحسب معامل ارتباط تشيبرو من المعادلة التالية :

$$\text{ر}_\text{ش} = \sqrt{\frac{\text{ر}^2_\text{ت}}{(١ - \text{ر}^2_\text{ت})\sqrt{(\text{ل} - ١)(\text{م} - ١)}}}$$

---

(١) -Yule, G.V., and kendall, M.G. An Introduction to the Theary of statistics. 1964, p.p. 68—69.

(٢) - Tachuprou

- Yule, G.V., and kendall, M.G. An Introduction to the theary of statistics, 1946, p. 70.

حيث يدلّ الرمز ر ش على معامل ارتباط تشيبرو

، رَ ت على معامل الارتباط التوافقى .

، ل على عدد فئات المتغير الاول .

، م على عدد فئات المتغير الثانى .

فاذا كان معامل الارتباط التوافقى يساوى ٣٧ر٠ وكان ل = ٤ ،

م = ٣

$$\text{إذن ر ش} = \sqrt{\frac{٠,٣٧^{٢}}{(١ - ٠,٣٧^{٢})\sqrt{(٤ - ١)(٣ - ١)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{٠,١٣٦٩}{٠,٨٦٣١\sqrt{٦}}}$$

$$= ٠,٢٥$$

تمارين على الفصل العاشر

١ — احسب معامل الارتباط الرباعى للبيانات المبينة بالجدول التالى

س \ ص	−	+
−	٠,٢٧	٠,٢٠
+	٠,٣٠	٠,٢٣

٢ — احسب معامل ارتباط فاى للبيانت المبينة بالجدول التالى

س \ ص	−	+
−	٤٩	٧٣
+	٣٧	٩١

٣ — احسب فاى المقربة لـ ر من بيانات المثال رقم ٢

٤ — احسب المؤشر الجيمى للارتباط لبيانات المثال الاول والمثال الثانى •

٥ — احسب فاى الكبرى لبيانات المثال رقم ٢ •

٦ — احسب معامل الاقتران الرباعى لبيانات المثالين ١ ، ٢ •

٧ — احسب معامل التوافق لبيانات المثالين ١ ، ٢ •

٨ — احسب معامل ارتباط تشيبرو لبيانات المثالين ١ ، ٢ •

الفصل الحادي عشر

الارتباط الجزئى والانحدار والاغتراب

مقـــدمة :

تعتمد معاملات الارتباط الجزئى (١) ومعادلات الانحدار الاحصائى (٢) ومعـــاملات الاغتراب (٣) اعتمادا مباشرا على معـــاملات الارتباط التى سبق أن بيناها فى الفصل السابق من هذا الكتاب • فهى بهـــذا المعنى تطبيقات احصائية لهذا الارتباط •

ويهدف الارتباط الجزئى الى تثبيت أثر العوامل المختلفة وذلـــك بعزلها عزلا احصائيا ليستطيع الباحث أن يتحكم فى المتغيرات المختلفة التى يقوم ببحثها وأن يضبطها ضبطا رياضيا دقيقا •

ويهدف الانحدار الى الافادة من معاملات الارتباط فى التنبـــؤ الاحصائى الذى يتلخص فى الكشف عن درجات متغير ما بمعرفة الدرجات المقابلة لها فى أى متغير آخر • وبذلك نستطيع أن نتنبأ بالأعمار الزمنية المقابلة لدرجات الاختبارات المختلفة فى حسابنا لمعـــايير العمر الزمنى بطريقة رياضية أدق من الطريقة التى اعتمدنا عليها فى الفصل الخامس من هذا الكتاب فى تحويلنا للدرجات المختلفة الى الأعمار العقلية المقابلة •

---

١ — الارتباط الجزئى Partial Correlation

٢ — معادلات الانحـــدار Regression èiquaton

٣ — الاغـــتراب Aliénation

ويهدف الاغتراب الى قياس مدى ابتعاد الظواهر العددية فى تغيرها الاقترانى. فهو بذلك يقيس انعدام هذا التغيرالاقترانى أو اللا ارتباط .

١ ــ الارتباط الجزئى

معنى الارتباط الجزئى :

تقوم فكرة الارتباط الجزئى على تعميم معنى الارتباط حتى يشتمل على حساب التغير الاقترانى لأكثر من ظاهرتين أو اختبارين فاذا علمنا ما يــلى :

ارتباط الاختبار ا بالاختبار ب

وارتباط الاختبار ا بالاختبار جـ

وارتباط الاختبار ب بالاختبار جـ

أمكننا أن نحسب ارتباط أى اختبارين من هذه الاختبارات بعــد عزل أثر الاختبار الثالث عزلا يحول دون تأثيره فى ذلك الارتباط . ويمكن أن نلخص الاحتمالات المختلفة لعزل أثر كل اختبار من هذه الاختبارات فى الاحتمالات التالية :

١ ــ ارتباط الاختبار أ بالاختبار ب بعد عزل أثر الاختبار الثالث جـ من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز أ ... ب . جـ

٢ ــ ارتباط الاختبار ا بالاختبار جـ بعد عزل أثر الاختبار الثالث ب من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز ر ا ب . جـ

٣ ــ ارتباط الاختبار ب بالاختبار جـ بعد عزل أثر الاختبار الثالث ا من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز ر بجـ . ا

وقد سمى هذا النوع بالارتباط الجزئى لأنه يقوم على عزل جزء من العوامل المؤثرة فى الارتباط الكلى بين المتغيرين أو الاختبارين ، وبذلك تدل نتيجة هذه العملية على الارتباط الجزئى بدل أن كانت تدل على الارتباط الكلى .

فاذا كان الارتباط بين أطوال الأفراد وأوزانهم مثلا ٨٤ر٠ ثم عزلنا أثر العمر الزمنى وذلك بحساب ارتباط الطول بالعمر ، والوزن بالعمر ثم عزلنا أثر العمر بطريقة الارتباط الجزئى ودلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساويا ٦٧ر٠ استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملا مساعدا فى ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط انخفضت بعد عزل أثر العمر .

واذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساويا ٩١ر٠ استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملا مضادا فى ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط ارتفعت بعد عزل أثر العمر .

واذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن لم يتغير بعد عزل أثر العمر وظل الارتباط كما هو ٨٤ر٠ كما كان قبل عزل أثر العمر استنتجنا من ذلك أن العمر لم يؤثر تأثيرا مساعدا أو ضارا فى ارتباط الطول بالوزن .

ونستطيع أن نستمر فى عزل العوامل المختلفة واحدا تلو الآخر لنرى آثار هذا العزل على القيم العددية لمعاملات الارتباط . ونستطيع أيضا أن نعزل أثر عاملين معا فنحسب مثلا ارتباط الاختبار ا بالاختبار ب بعد تثبيت أثر الاختبار جـ و الاختبار د معا ، فنحسب مثلا الارتباط الجزئى للاختبارين ا ب عند تثبيت أثر الاختبارين جـ ، د وسنرمز لهذا الارتباط الجزئى المركب بالرمز ر ا ب جـ د وهكذا تتطور عملية الارتباط الجزئى وتمتد حتى تصل الى عزل أى عدد من العوامل المختلفة .

وسنقتصر فى دراستنا لهذا الارتباط الجزئى على صورته البسيطة التى تتلخص فى عزل أثر اختبار واحد من ارتباط اختبارين أو متغيرين •

حساب الارتباط الجزئى البسيط :

يحسب الارتباط الجزئى بالمعادلة التالية :

$$\text{ر}_{\text{اب.ج}} = \frac{\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اج}} \times \text{ر}_{\text{بج}}}{\sqrt{[\text{١} - (\text{ر}_{\text{اج}})^{\text{٢}}][\text{١} - (\text{ر}_{\text{بج}})^{\text{٢}}]}}$$

حيث يدل الرمز ر ا ب جـ على معامل الارتباط الجزئى بين أ ، ب عند عزل جـ •

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{اب}}$ على معامل ارتباط ا ، ب

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{اج}}$ على معامل ارتباط ا ، جـ

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{بج}}$ على معامل ارتباط ب ، جـ

فاذا حسبنا مثلا معاملات ارتباط الحساب والجبر والهندسة وجدنا أنها ٧٦ر٠ ، ٢٨ر٠ ، ١٨ر٠ على التوالى • أى أن

$\text{ر}_{\text{اب}}$ = ٧٦ر٠ حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{اب}}$ على ارتباط الحساب بالجبر ، ويدل الرمز أ على الحساب والرمز ب على الجبر

$\text{ر}_{\text{اج}}$ = ٢٨ • حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{اج}}$ على ارتباط الحساب بالهندسة ، ويدل الرمز جـ على الهندسة •

$\text{ر}_{\text{بج}}$ = ١٨ر٠ حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{بج}}$ على ارتباط الجبر بالهندسة •

فاننا نستطيع أن نحسب معاملات الارتباط الجزئية وذلك بعزل كل علم من هذه العلوم من ارتباطات العلوم الأخرى •

وعندما نعزل الهندسة من ارتباط الحساب والجبر نرى أن

$$\text{ر}_{\text{اب.ح}} = \sqrt{\frac{٠,٧٦ - ٠,٢٨ \times ٠,١٨}{[١ - ٠,٢٨^{٢}]\,[١ - ٠,١٨^{٢}]}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{اب.ح}} = ٠,٧٥$$

وعندما نعزل الجبر عن ارتباط الحساب والهندسة نرى أن :

$$\text{ر}_{\text{اب.ح}} = \sqrt{\frac{٠,٢٨ - ٠,٧٦ \times ٠,١٨}{[١ - ٠,٧٦^{٢}]\,[١ - ٠,١٨^{٢}]}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{ح.ب}} = ٠,٢٢$$

وعندما نعزل الحساب من ارتباط الجبر والهندسة نرى أن

$$\text{ر}_{\text{بح.ا}} = \sqrt{\frac{٠,١٨ - ٠,٧٦ \times ٠,٢٨}{[١ - ٠,٧٦^{٢}]\,[١ - ٠,٢٨^{٢}]}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{بح.ا}} = ٠,٠٥ \ \text{أى تقريباً صفر}$$

وتمثل هذه الارتباطات أهم نتائج البحث الذى قام به براون (١) W, Brown سنة ١٩١٠ ، وبذلك دلت طريقة الارتباط الجزئى على أن ارتباط الجبر بالهندسة لا يقوم الا على ارتباط الهندسة بالحساب ، وارتباط الجبر بالحساب . أى أن الحساب هو القدر المشترك بين هذين العلمين . وقد أيدت التجارب التى أجريت بعد ذلك صحة نتائج براون التى اعتمدت فى جوهرها على الارتباط الجزئى ، والتى اكدت عدم تجانس تلك العلوم الرياضية . ولهذا البحث ، والابحاث التى تلتـه

---

(١) Brown, W. An Objective Study of Mathematical Ientelligence, Biometrika, Vol. VII. 1901. .p.p. 352—367.

أهميتها القصوى فى فهمنا للتحصيل الرياضى على أنه نشاط معقد مركب يقوم على نواحى تحصيلية عدة ، وفى فهمنا للقدرة الرياضية على أنها قدرة مركبة تعتمد على قدرات عدة تؤلف فيما بينها هذه القدرة المركبة.

وهكذا استطعنا أن نستعين بالارتباط الجزئى لتحليل وفهم ارتباطات العلوم الرياضية فعندما عزلنا الحساب من علاقة الجبر بالهندسة أصبحت هذه العلاقة الجزئية مساوية للصفر بعد أن كانت تساوى ١٨ر٠

جدول الارتباط الجزئى :

حسبنا مقام معادلة الارتباط الجزئى للقيم العددية المختلفة لمعاملات الارتباط ورصدت نتائج هذه العمليات فى جدول (١٤) بالجداول الاحصائية النفسية ويستطيع القارىء أن يستعين بهذا الجدول ليحسب بسرعة مقام تلك المعادلة ، والتحليل التالى يوضح فكرة هذا الجدول وطريقته .

$$\because \; \text{ر}_{\text{اب.ح}} = \frac{\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اح}} \times \text{ر}_{\text{بح}}}{\sqrt{[1 - (\text{ر}_{\text{اح}})^2][1 - (\text{ر}_{\text{بح}})^2]}}$$

$$\therefore \; \text{ر}_{\text{اب.ح}} = (\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اح}} \times \text{ر}_{\text{بح}})$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{[1 - (\text{ر}_{\text{اح}})^2][1 - (\text{ر}_{\text{بح}})^2]}}$$

فمثلا إذا كانت ر اح = ٠,٢٥

، ر بح = ٠,٠٩

أمكننا أن نستعين بجدول ١٤ لمعرفة أن

$$\sqrt{\frac{\text{١}}{[\text{١} - (\text{ر}_{\text{اح}})^{\text{٢}}]\,[\text{١} - (\text{ر}_{\text{بح}})^{\text{٢}}]}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{١}}{(\text{١} - (\text{٠,٢٥١})^{\text{٢}})\,[\text{١} - (\text{٠,٠٨})^{\text{٢}}]}}$$

$= \text{١,٠٤}$ كما يدل على ذلك جدول (١٤)

أى أن

$$\text{ر}_{\text{اب.ح}} = (\text{ر}_{\text{اب}} - \text{٠,٢٥} \times \text{٠,٠٩}) \times \text{١,٠٤}$$

فإذا كانت $\text{ر}_{\text{اب}} = \text{٠,١٤}$

$$\therefore \text{ر}_{\text{اب}} = (\text{٠,١٤} - \text{٠,٢٥} \times \text{٠,٠٩}) \times \text{١,٠٤}$$

$$= (\text{٠,١٤} - \text{٠,٠٢٢٥}) \times \text{١,٠٤}$$

$$= \text{٠,١١٧٥} \times \text{١,٠٤}$$

$$= \text{٠,١٢٢}$$

وهكذا ندرك أهمية تلك الجداول فى تيسير حساب معامل الارتباط الجزئى وخاصة الجذور التربيعية التى يشتمل عليها مقام تلك المعادلة •

أهمية الارتباط الجزئى فى التحليل العاملى :

تعتمد الطرق الاحصائية المختلفة التى تهدف الى تحليل النشـــاط العقلى المعرفى الى قدراته الاولية على الارتباط الجزئى فى صوره المباشرة أو غير المباشرة • ويرجع الفضل الى سبيرمان C. Spearman فى الافادة من هذه الفكرة فى تحليل النشاط العقلى الى قدرة عامة وقدرات أخرى

ويتخلص الفرض الجوهرى الذى أقام عليه سبيرمان نظريته فى أنه اذا كانت القدرة العامة هى التى تكمن وراء نواحى النشـــاط العقلى المختلفة وتؤدى الى أرتباط الاختبارات التى تقيس هذا النشاط ، فان هذا الارتباط يتلاشى عند عزل أثر هذه القدرة من ارتباط أى اختبارين من تلك الاختبارات ويصبح مساويا للصفر .

فاذا رمزنا الى القدرة العامة المشتركة بالرمز ش

ورمزنا الى الاختبارات العقلية المختلفة بالرموز أ ، ب ، جـ ، د

$$\therefore \text{ر ا ب.ش} = \frac{\text{ر اب} - \text{ر اش} \times \text{ر بش}}{\sqrt{[1 - (\text{ر اش})^{2}][1 - (\text{ر بش})^{2}]}}$$

لكن $\text{ر اب.ش} = \text{صفر}$ فرضاً

$$\therefore \text{ر اب} - \text{ر اش} \times = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ر اب} = \text{ر اش} \times \text{ر بش}$$

وبالمثل يمكن أن نبرهن أيضا على أن

$$\text{ر اجـ} = \text{اش} \times \text{ر جـش}$$

$$\therefore \frac{\text{ر اب}}{\text{ر اجـ}} = \frac{\text{ر اش} \times \text{ر بش}}{\text{ر اش} \times \text{ر جـش}}$$

$$\therefore \frac{\text{ر اب}}{\text{ر اجـ}} = \frac{\text{ر ب ش}}{\text{ر جـ ش}}$$

وبالمثل يمكن أن نبرهن أيضا على أن

$$\frac{\text{ر جـب}}{\text{ر جـب}} = \frac{\text{ر بش}}{\text{ر جـ ش}}$$

∴ راب / رام = روب / روم

∴ راب × روم − رام × روب = صفر

وهذه هى المعادلة التى اشتهرت بعد ذلك باسم معادلة الفــروق الرباعية لسبيرمان والتى تدل على أنه اذا ما أصبحت قيمة هذه الفروق الرباعية مســاوية للصــفر فى الاختبــارات التى تؤلف ارتباطات، تلك المعادلة ترجع فى جوهرها الى عامل عام مشترك بينها ، وأنه اذا كانت الارتباطات التى تجمع بين تلك الاختبارات ترجع الى عامل عام مشترك فان الفروق الرباعية تصبح مساوية للصفر .

هذا ولا يتسع مجال هذا الفصل لدراسة أهم معالم هذه النظرية ونواحى قصورها ونقصها ، وانما الذى يعنينا من أمرها الآن أنها تطبيق مباشر لفكرة الارتباط الجزئى .

ب ـ الانحــــدار

معنى الانحدار :

يهدف الانحدار الى الافادة من الارتباط فى التنبؤ . فاذا علمنا معامل ارتباط درجات اختبار الحساب بدرجات اختبار الجبر ، وعلمنا درجة أى طالب فى اختبار الحساب فاننا نستطيع أن نتنبأ بدرجته فى الجبر . واذا علمنا درجة طالب آخر فى اختبار الجبر فاننا نستطيع أن نتنبأ بدرجته فى الحساب .

ولهذا التنبؤ أهميته النفسية فى الافادة من اختبارات الاستعدادات العقلية المختلفة التى تهدف الى التنبؤ بمستويات الافــراد فى نواحى النشاط الجديدة التى لم يمارسوها من قبل .

وقد سمى هذا المفهوم الاحصائى بالانحدار لأنه ينحدر فى تقديره للدرجات المختلفة نحو المتوسط ، ولذا تسمى معادلات الانحدار أحياناً بمعادلات خطوط المتوسطات • وترجع فكرة هذه الخطوط الى جداول التكرار المزدوج التى استعنا بها فى حسابنا لمعاملات ارتباط فئات الدرجات • وعندما نصل متوسطات أعمدة جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فان هذا الخط يسمى انحدار الاختبار الأول وعندما نصل متوسطات أسطر جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فان هذا الخط يسمى خط انحدار الاختبار الثانى •

وهكذا ندرك معنى هذا الانحدار وأهميته فى التنبؤ بدرجات الاختبار الثانى ص من درجات الاختبار الأول س ويسمى هذا النوع من التنبؤ بانحدار ص على س ، ونستطيع أيضا أن نتنبأ بدرجات الاختبار الأول س من درجات الاختبار الثانى ص ويسمى هذا النوع س على ص•

حساب الانحدار :

تعتمد معادلات الانحدار على معاملات الارتباط ، وعلى الانحرافات المعيارية ، وعلى المتوسطات ، فهى بذلك تستعين بأهم المقاييس الاحصائية فى حسابها لهذا التنبؤ •

١ — استنتاج ص من س :

تتلخص معادلة انحدار ص على س أو استنتاج ص من س فى الصورة التالية :

$$ص = ر \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} (س - م_{س}) + م_{ص}$$

حيث يدل الرمز ص على الدرجة المجهولة التى نستنتجها من الدرجة المقابلة لها س ويدل الرمز ر على معامل ارتباط درجات الاختبار ص بدرجات الاختبار س •

ويدل الرمز ع ص على الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار ص

ويدل الرمز ع ص على الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار س

ويدل الرمز م س على متوسط درجات الاختبار س

ويدل الرمز م ص على متوسط درجات الاختبار ص •

ويمكن أن نعيد صياغة هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} (\text{س} - \text{م}_{\text{س}})$$

اى أن

$$\text{انحراف ص} = \text{معامل الارتباط} \times \frac{\text{الانحراف المعيارى لـ ص}}{\text{الانحراف المعيارى لـ س}} \times \text{انحراف س}$$

$$\therefore \text{ح}_{\text{ص}} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \times \text{ح}_{\text{س}}$$

وهكذا تبين لنا المعادلة الأولى الطريقة الاحصائية للتنبؤ بالدرجة ص من الدرجة المقابلة لها س ، وتبين المعادلة الثانية الطريقة الاحصائية للتنبؤ بانحراف الدرجة ص من انحراف الدرجة س المقابلة لها •

والجدول رقم ١٣٩ يوضح طريقة حساب معادلة الانحدار •

الأفراد	الاختبار الأول س	س²	الاختبار الثاني ص	ص²	س ص
ا	٢	٤	٥	٢٥	١٠
ب	٣	٩	٧	٤٩	٢١
حـ	٧	٤٩	٦	٣٦	٤٢
د	١٨	٣٢٤	١٢	١٤٤	٢١٦
هـ	٢٠	٤٠٠	١٠	١٠٠	٢٠٠
ن = ٥	مجـ س = ٥٠ م س = ١٠ ع س = ٧٫٥٦	مجـ س² = ٧٨٦	مجـ ص ٤٠ م ص = ٨ ع ص = ٢٫٦١	مجـ ص² = ٣٥٤	مجـ س ص = ٤٨٩

جدول ١٣٩

الخطوات الرئيسية لحساب معادلة الانحدار

وهكذا يوضح هذا الجدول طريقة حساب المقاييس الاحصائية اللازمة لمعادلة الانحدار .

ويدل العمود الثانى على درجات الاختبار س ومتوسطها م س = ١٠ وانحرافها المعيارى ع س = ٧٫٥٦

ويدل العمود الرابع على درجات الاختبار ص ومتوسطها م ص = ٨ وانحرافها المعيارى ع ص = ٢٫٦١

وسنستعين بباقى أعمدة هذا الجدول فى حساب معامل ارتباط الاختبار س بالاختبار ص ، وبما أن معادلة معامل ارتباط الدرجات الخام .

$$= \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2]\,[\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2]}}$$

$$\therefore \text{ر} = \sqrt{\frac{\text{٤٠} \times \text{٥٠} - \text{٤٨٩} \times \text{٥}}{[\text{(٤٠)}^{٢} - \text{٣٥٤} \times \text{٥}]\,[\text{(٥٠)}^{٢} - \text{٧٨٦} \times \text{٥}]}}$$

$$\therefore \text{ر} = \text{٠,٩٠}$$

∴ وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معادلة انحدار ص على س بالطريقة التالية :

$$\therefore \text{ص} = \text{س} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \times (\text{س} - \text{م}_{\text{س}}) + \text{م}_{\text{ص}}$$

$$= \text{٠,٩٠} \times \frac{\text{٢,٦١}}{\text{٧,٥٦}} (\text{س} - \text{١٠}) + \text{٨}$$

$$= \text{٠,٣١} (\text{س} - \text{١٠}) + \text{٨}$$

$$= \text{٠,٣١س} - \text{٣,١} + \text{٨}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{٠,٣١س} + \text{٤,٩}$$

وهذه هي معادلة انحدار ص على س أو معادلة التنبؤ التي كنا نبحث عنها . فاذا كانت س تساوى ٢ مثلا فاننا نستطيع أن نستعين بهذه المعادلة في التنبؤ بقيمة ص . أي أن

$$\text{ص} = \text{٠,٣١} \times \text{٢} + \text{٤,٩}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{٠,٦٢} + \text{٤,٩}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{٥,٤٢}$$

أي أن ص = ٥ تقريباً

وهذه هي نفس القيمة العددية للدرجة الصادية التي تقابل الدرجة السينية ٢ كما يبينها جدول ١٣٩ .

هذا ويمكن أن نستعين بهذه المعادلة فى التنبؤ بالدرجات البينية التى يحتمل وجودها فى الاختبار س • فاذا أردنا مثلا أن نستنتج الدرجة المقابلة للدرجة السينية ٤ فاننا نتبع الخطوات التالية :

∵ ص = ٠,٣١س + ٤,٩

∴ ص = ٠,٣١ × ٤ + ٤,٩

= ١,٢٤ + ٤,٩

= ٦,١٤

∴ ص = ٦ تقريباً

أى أنه اذا حصل طالب ما على درجة تساوى ٤ فى الاختبار الأول س أثناء اجراء الاختبار الثانى ص فاننا نستطيع أن نتنبأ بأن درجته فى الاختبار ص تصبح مساوية ٦ لو أنه أجاب على الاختبار الثانى ص •

هذا ويقترب هذا التنبؤ من القيمة الحقيقية للدرجة المجهولة كلما ارتفعت القيمة العددية لمعامل الارتباط ر• ولذا اقترب تنبؤ مثالنا هذا من الحقيقة لأن ر = ٠,٩٠ • فاذا كانت ر مثلا تساوى ٠,٢ فان تقديرنا يبتعد جداً على القيمة الحقيقية لتلك الدرجة المجهولة •

والتحليل التالى الذى يفترض أن ر = ٠,٢ يوضح هذه الفكرة

∵ ص = ر × (ع ص / ع س) (س − م س) + م ص

∴ ص = ٠,٢ × (٢,٦١ / ٧,٥٦) (س − ١٠) + ٨

= (٠,٥٢٢ / ٧,٥٦) (س − ١٠) + ٨

∴ ص = ٠,٠٧س + ٧,٣

فإذا كانت س = ٢ مثلا ، فإن

ص = ٠,٠٧ × ٢ + ٧,٣

= ٧,٤٤

∴ ص = ٧ تقريباً

بينما القيمة الحقيقية لـ ص تساوى ٥ كما يدل على ذلك جدول ١٣٩ .

ب ـ استنتاج س من ص :

تتلخص معادلةانحدار س على ص أو استنتاجس من ص فى الصور التالية :

$$\text{س} = \text{ر}\ \frac{\text{عس}}{\text{عص}}\ (\text{ص} - \text{مص}) + \text{مس}$$

وهكذا تبين لنا هذه المعادلة الطريقة الاحصائية للتنبؤ بالدرجة س من الدرجة المقابلة لها ص هذا وسنستعين بنتائج جدول ١٣٩ فى تطبيق هذه المعادلة ، وبذلك تتخذ هذه المعادلة الصورة التالية :

س = ٠,٩٠ × $\frac{\text{٧,٥٦}}{\text{٢,٦١}}$ (ص − ٨) + ١٠

= ٢,٦١ (ص − ٨) + ١٠

= ٢,٦١ص − ١٠,٨٨

وهذه هى معادلة التنبؤ بالدرجة السينية من الدرجة الصادية المقابلة لها كما بينها جدول ١٣٩ .

فاذا فرضنا أن ص = ٥ وأردنا أن نتنبأ بالقيمة السينية المحتملة لهذه الدرجة الصادية فاننا نتبع الخطوات التالية :

∴ س = ٢,٦١ ص − ١٠,٨٨

∴ س = ٢,٦١ × ٥ − ١٠,٨٨

= ٢,١٧

∴ س = ٢ تقريبا

وهذه هى نفس القيمة المحدية للدرجة السينية التى تقابل الدرجة الصادية ٥ كما يدل على ذلك جدول ١٣٩ .

اهمية الانحدار للمعايير الاحصائية النفسية :

بينا فى الفصل الخامس من هذا الكتاب طريقة تحويل درجات أى اختبار الى الأعمار العقلية المقابلة لها ، واعتمدنا فى ذلك على حساب متوسط درجات الاختبار فى كل سنة من سنين العمر الزمنى . ثم أوضحنا طريقة رسم الخط البيانى الذى يمثل علاقة متوسطات الدرجات بالأعمار الزمنية المتتابعة ، واعتمدنا فى رسمنا لهذا الخط(١) على المحاولة التى تصل نقط الرسم البيانى بخط يمر بأكبر عدد منها بحيث يصبح عدد النقط التى تعلو هذا الخط مساويا لعدد النقط التى تنخفض عنه ، وقد بينا أن الطريقة الاحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا الخط تعتمد فى جوهرها على طريقة تصغير المربعات .

هذا وتهدف معادلة الانحدار الى تحقيق هذه الفكرة بطريقة احصائية دقيقة . فاذا أمكننا أن نحسب معامل ارتباط متوسطات الدرجة بالأعمار الزمنية فاننا نستطيع أن نحسب انحدار الأعمار على الدرجات أى نستطيع أن نتنبأ بالعمر المقابل لكل درجة من درجات الاختبار ، وبذلك تصبح الأعمار الزمنية هى المتغير السينى وتصبح الدرجات هى المتغير الصادى . وتتحول المشكلة الى حساب انحدار س على ص أو التنبؤ بالعمر من الدرجة المقابلة لها ، وهكذا نستطيع أن نصل فى النهاية الى جدول دقيق يمثل معايير الأعمار الزمنية ويصلح لتحديد مستويات الأفراد بالنسبة لدرجات ذلك الاختبار .

---

(١) راجع الفصل الخامس من هذا الكتاب .

جـ ـ الاغتراب

معنى الاغتراب :

يهدف الاغتراب الى قياس مدى استغلال الظواهر العــــددية وابتعادها أو اغترابها . فهو بذلك يقيس عكس ما يقيسه الارتباط ، أى أنه يؤكد الناحية التى لا ترتبط فيها الظواهر العددية . فهو بذلك يدل على مدى اختفاء التغير الاقترانى .

حساب الاغتراب :

برهن كيلى T. L. Kelley على أن المعادلة التالية تــدل على علاقة الاغتراب بالارتباط وتمهد لطريقة حساب الاغتراب .

$$\text{الاغتراب} = \sqrt{١ - \text{مربع الارتباط}}$$

أى أن

$$غ = \sqrt{١ - ر^٢}$$

حيث يدل الرمز غ على الاغتراب

ويدل الرمز ر على الارتباط

فمثلا اذا كانت ر = ٠,٥ فان

$$غ = \sqrt{١ - (٠,٥)^٢}$$

$$= \sqrt{١ - ٠,٢٥}$$

$$= \sqrt{٠,٧٥}$$

$$\therefore ع = ٠,٨٧ \text{ تقريباً}$$

وهكذا نرى أن الارتباط الذى يساوى ٥ر٠ يقل فى قيمته العددية عن الاغتراب الذى يساوى ٨٧ر٠ ولذلك يحق لنا أن نقرر أن مبدى استقلال هاتين الظاهرتين أكثر من مدى ارتباطهما •

وعندما تصبح $ر = ٠,٧$ ، فإن

$$ع = \sqrt{١ - (٠,٧)^{٢}}$$

$$= \sqrt{١ - ٠,٤٩}$$

$$= \sqrt{٠,٥١}$$

$$\therefore ع = ٠,٧ \text{ تقريباً}$$

وهكذا نستطيع أن نعتمد على الاغتراب فى تحديد مدى ثقتنا فى الارتباط ، فالارتباط الذى يساوى أو يزيد على ٧ر٠ يدل على علاقة أكيدة بين المتغيرين ، والارتباط الذى ينقص عن ٧ر٠ لايؤكد علاقة أكيدة بين المتغيرين •

وبما أن الانحدار يعتمد على جوهره على الارتباط • اذن فالارتباط الذى يساوى أو يزيد على ٧ر٠ يمهد للتنبؤ الانحدارى الصحيح • والارتباط الذى يقل عن ٧ر٠ يبتعد بالانحدار عن التنبؤ الصحيح • وهكذا يحدد الاغتراب مدى التنبؤ الانحدارى •

ونستطيع أن نعتمد على الاغتراب فى حساب النسبة المئوية للثقة فى الارتباط •

فاذا كانت ر = ٥ر٠

فان غ = ٨٧ر٠

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٨٧٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا فى هذا الارتباط المســـاوى لـ ٥ر٠ هى ١٣٪ أى ١٠٠ — ٨٧ = ١٣

واذا كانت ر = ٨ر٠

فان غ = ٦ر٠

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٦٠٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا فى هذا الارتباط الذى يساوى ٨ر٠ هى ٤٠٪ .

ويسمى هذا المقياس الذى يعتمد على النسبة المئوية للاغتراب بمقياس النسبة المئوية للثقة فى الارتباط ويقاس بالمعادلة التالية .

النسبة المئوية للثقة فى الارتباط = ١٠٠ (١ — غ)

فاذا كانت ر = ٨ر٠

فان غ = ٦ر٠

اذن النسبة المئوية للثقة فى هذا الارتباط = ١٠٠ (١ — ٦ر٠) = ٤٠

أى أن النسبة المئوية للثقة فى الارتباط الذى يساوى ٨ر٠ هى ٤٠٪ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لمعنى مدى الثقة فى الارتباط .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب الاغتراب مباشرة من جدول (١٥) المبين بالجداول الاحصائية النفسية والذى يدل على المقابلات

الاغترابية للارتباط • فاذا كانت ر = ٩٦ر٠ فان هذا الجدول يدلنا على أن غ = ٢٨ر٠ وهكذا بالنسبة لبقية القيم العددية الأخرى لمعاملات الارتباط •

الاغتراب والارتباط الجزئى :

بما أن الإرتباط الجزئى يهدف الى عزل أثر أحد المتغيرات من ارتباط المتغيرين الآخرين • اذن فالعلاقة بين الارتباط الجزئى والاغتراب علاقة وثيقة كما تدل على ذلك معادلة الارتباط الجزئى ، والتحليل التالى يوضح هذه الفكرة •

$$ر_{اب.ج} = \frac{ر_{اب} - ر_{اج} \times ر_{بج}}{\sqrt{[1 - (ر_{اج})^2]}\ \sqrt{[1 - (ر_{بج})^2]}}$$

لكن اغتراب الارتباط ر ا ج هو

$$غ_{اج} = \sqrt{1 - (ر_{اج})^2}$$

واغتراب الارتباط ر بج

$$غ_{بج} = \sqrt{1 - (ر_{بج})^2}$$

وهكذا ندرك مدى اعتماد معادلة الارتباط الجزئى على الاغتراب • فاذا عوضنا عن مقام تلك المعادلة بالمقابلات الاغترابية التى تساويه ، فان

$$ر_{اب.ج} = \frac{ر_{اب} - ر_{اج} \times ر_{بج}}{غ_{اج} \times غ_{بج}}$$

ولهذه المعادلة أهميتها الرياضية والمنطقية فى فهمنا للفكرة التى يقوم عليها هذا الارتباط الجزئى •

تمارين على الفصل الحادى عشر

١ ـ ما هى أهم الفروق الجوهرية بين الارتباط الجـــزئى ، والانحدار ، والاغتراب •

٢ ـ الى أى حد تعتمد الأبحاث النفسية على معاملات الارتبـاط الجزئى فى تحليل نتائج الاختبارات النفسية ، وفى الضبط الاحصـــائى للتجارب النفسية •

٣ ـ اذا علمت أن

راب = ٧٢ر• ، ساجـ = ٦٧ر• ، سبجـ = ٦١ر•

فاحسب معاملات الارتباط الجزئى التالية :

راب • ، راجـ•ب ، ربجـ•ا

وفسر نتائج هذه العملية •

٤ ـ وضح الأسس الاحصائية النفسية التى اعتمد عليها سبيرمان فى صياغته العلمية لنظرية العاملين ، وبين أهمية الارتباط الجزئى فى بناء هذه النظرية •

٥ ـ ما هى أهم التطبيقات النفسية لمعادلات الانحدار ، والى أى حد تختلف طريقة حساب انحدار س على ص عن طريقـة حســـاب ص على س •

٦ ـ اذا علمت أن

رس ص =٦١ر• ، ع س = ٦ر٧ ، ع ص = ٨٥ر٧ ، م س = ١٥ و٧٨

م ص=٢٨ر١١٥

فاحسب معادلة انحدار س على ص ، ومعادلة ص على س •

٧ـ الى أى حد يمكننا أن نعتمد على معاملات الاغتراب فى حكمنا على النسبة المئوية للارتباط •

٨ ـ احسب اغتراب معاملات الارتباط التالية :

داب = ٠ر٧٢ داجـ = ٠ر٧ دبجـ = ٠ر٩١ دس ص = ٠ر٦١

٩ ـ وضح علاقة الاغتراب بالارتباط الجزئى •

الفصل الثانى عشر

نظرية العينات والدلالة الاحصائية

مقدمـــة

بينا فى الفصول السابقة أهم مقاييس النزعة المركزية ، والتشتت، والارتباط ، والمعانى الاحصائية النفسية لتلك المقاييس ، وخواصـها الرئيسية وتطبيقاتها المختلفة .

ونستطيع أن نعتمد على تلك المقاييس اعتمادا مباشرا فى تصنيفنا للبيانات العددية التى تصف الظواهر المختلفة وفى تحليلنا لنتائج هذا التصنيف . ولذا يسمى هذا النوع الاحصاء الوصفى[١] لأنه يقتصر على وصف تلك الظواهر كما هى فى اطارها المحدود الذى رصدت فيه ، ولا يتعداها الى أصلها العام .

وعندما يحاول الباحث أن يعتمد على تلك البيانات الاحصائية فى استنتاج المميزات الرئيسية للأصل العام الذى اشتقت منه ، فانه ينحو بذلك نحو التعميم العلمى للظاهرة التى يبحثها ، ويهدف الى استنتاج خواصها الاحصائية فى صورتها العامة . ولذا يسمى هـذا النـــوع الاستدلال الاحصائى [٢]لأنه يستدل على الخواص الاحصائية للأصل[٣]

---

(١) الإحصاء الوصفى Descriptive Statistics

(٢) الاستدلال الإحصائى Statistical Inference

(٣) الأصل The Father Population or The Universe

من الخواص الاحصائية لاحدى أو بعض عيناته • أى إنه يستنتج صفات الكل من الجزء أو الأجزاء التى تنطوى تحت أطاره •

وعندما نستطيع أن نختار تلك العينات اختيارا احصائيا صحيحا فاننا نستطيع أن نقترب فى استنتاجنا من الأصل الذى نهدف اليه فى تحليلنا وفى تطبيقاتنا المختلفة •

والمشكلة لا تقف عند هذا الحد بل تمتد فى جوهرها الى الكشف عن مدى صحة ذلك الاستنتاج ودلالته الاحصائية ، حتى نستطيع أن ندرك مدى ثقتنا فى تعميم نتائج الأبحاث المختلفة التى نقوم باجرائها •

أ — نظرية العينات

معنى العينات واهميتها :

عندما نحاول أن نطبق احدى الاختبارات النفسية كاختبار الذكاء على طلبة المرحلة الابتدائية فاننا لا نستطيع أحيانا أن نطبق هذا الاختبار على جميع طلبة هذه المرحلة ، وانما نقتصر على اختيار عينة من الطلبة تتمثل فيها جميع الصفات الرئيسية لجميع طلاب هذه المرحلة • ثم نجرى الاختبار ، ونحسب المعايير ، ونستعين بعد ذلك بتلك النتائج فى الحكم على مستويات جميع طلبة هذه المرحلة • أى أننا نعتمد على تلك العينة التى أجرينا عليها الاختبار فى استنتاج وتحديد مستويات جميع طلبة تلك المرحلة ، ومثلنا فى ذلك كمثل تاجر القطن الذى يختار عينات متعددة من محصول القطن ثم يختبرها جيداً ليستدل بذلك على مدى جـودة ذلك المحصول • وهكذا ندرك اهمية هذه العملية فى توفير الجهد والمال والوقت •

هذا ويشترط فى العينة الجيدة أن تتمثل فيها جميع صفات الأصل

الذى اشتقت منه حتى يصبح استنتاجا صحيحا والا أخطأنا فى حكمنا على صفات ذلك الأصل • ولا تتحقق هذه الفكرة الا اذا تساوت احتمالات ظهور كل جزء من أجزاء ذلك الاصل فى العينة المختارة حتى تصبح العينة صورة صادقة لذلك الأصل فى جميع خواصها •

أنواع العينات :

تنقسم العينات الاحصائية الى نوعين رئيسيين :

١ ــ **العينات الصغيرة** ــ وهى التى لا يكاد يتجاوز عدد أفرادها ٣٠

٢ ــ **العينات الكبيرة** ــ وهى التى يزيد عدد أفرادها على ٣٠

وعندما يصل عدد أفراد العينة الى ٣٠ فردا أو ينقص عن ذلك القدر ، فان المقاييس الاحصائية لتلك العينات الصغيرة تبتعد الى حد كبير عن المقاييس الاحصائية للاصل الذى اشتقت منه • وتحتاج عملية الاستدلال الاحصائى الى وسائل خاصة فى تحديد مدى الحكم على صحة نتائج تلك العينات• ولذا تعتمد الطرق الاحصائيةفى تعميمها لنتائج العينات على نوعها • أى أن وسائل دراسة العينات الصغيرة تختلف فى بعض نواحيها عن وسائل دراسة العينات الكبيرة •

طرق اختيار العينات :

تتلخص أهم الطرق الاحصائية لاختيار العينـات فى الطـريقة العشوائية[١] والطريقة الطبقية[٢] ، والطريقة المقصودة [٣] ، والطريقة العرضية[٤] •

---

(١) الطريقة العشوائيةRandom Method (٢) الطريقة الطبقيةStratified Method
(٣) الطريقة المقصودةPurposiveMethod (٤) الطريقة العرضيةAccidentalMethod

أ — الطريقة العشوائية :

تعتمد هذه الطريقة على المساواة بين احتمالات الاختيار لكل فرد من أفراد الاصل . أى أنها تعتمد على فكرة الصدفة العشـــوائية أو القرعة . وتتلخص أبسط وسائلها فى كتابة أسماء جميع أفراد الأصـــل على بطاقات صغيرة ، وتطبق كل بطاقة حتى يختفى تماما الاسم الذى كتب عليها ثم تقلب هذه البطاقات حتى تختلط مع بعضها ، ثم نختار بالصدفة أو بالقرعة عدد الافراد الذى نحدده لتلك العينة .

ونستطيع أيضا أن نرمز لتلك الاسماء بأعداد ، ثم نكتب تلك الاعداد على قطع معدنية أو بطاقات صغيرة ونضعها فى اناء كبير ونقلبها جيدا ثم نسقط منها قطعة معدنية أو بطاقة ونسجل رقمها ثم نعـــود لنقلبها ونسقط قطعة أخرى ونسجل رقمها وهكذا نستمر فى هذه العملية حتى نصل الى الحجم الذى نقدره لتلك العينة .

وقد طبق بعض العلمـاء هذه الطريقة فى ترتيب الاعداد المختلفة ترتيبا عشوائيا وسجلوا نتائج بحثهم هذا فى جداول تسمى جـداول الاعداد العشوائية ، وبذلك تصبح طريقة اختيار العينة العشـــوائية واضحة دقيقة سريعة . وقد رصدنا احدى هذه الجداول فى الجـداول الاحصائية — جدول رقم (١٦) .

فاذا أردنا مثلا أن نختار ٦ أفراد بطريقة عشوائية من جمـاعة مكونة من ١٠ أفراد فاننا نقرأ السطر الاول من اليمين الى اليســار أو من اليسار الى اليمين ونقرأ الاسطر التى تليه ونسجل الاعداد التى

---

(١) Kendall, M. G. and Smith, B.B. Tables of Random Sampling Numbers, 1951.

تمتد من ١ الى ١٠ بالترتيب الذى يوضحه ذلك الجدول حتى نصل الى الحجم الذى نريده للعينة وهو فى مثالنا هذا يساوى م أفراد • واذا تكرر أى عدد أثناء الاختيار فعلينا أن نسجله مرة أخرى •

هذا وتدل الاعداد التالية على السطر الاول فى جداول الاعـــداد العشوائية •

٤٤٢٥ ٩٢٥٢ ٥١٥٥ ٨٦١٠ ٠٢١٠ ٣٨٦١ ٥٩٦٦ ٢٣١٧ ٤٢٢٨ ٢٠١٧

وبذلك يتلخص اختيارنا لتلك العينة فى الاعداد التالية •

٥ ، ٢ ، ٤ ، ٩ ، ١٠

وعندما نترجم هذه الاعداد الى الاسماء التى تدل عليها ، فاننا نصل بذلك الى الاختيار العشوائى لهؤلاء الافراد •

واذا أردنا مثلا أن نختار ١٠ أفراد من ٥٠ فـــردا فاننـــا نوزع الاختيار بالتساوى بين الاعداد التى تمتد من ١ الى ٥٠ وبذلك نختـــار من الاعداد التى تمتد من ١ الى ١٠ عددين ، ونختار من الاعداد التى تمتد من ١١ الى ٢٠ عددين ، وهكذا حتى نصل الى اختيار عـــددين من الاعداد التى تمتد من ٤١ الى ٥٠ •

وقد استعنا بجدول (١٦) فى هـــذا الاختيار • والاعداد التالية تدل على نتيجة هذه العملية •

٥ ، ٢ ، ١٧ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٦ ، ٤٠ ، ٣٨ ، ٤٩ ، ٥٤

ب — الطريقة الطبقية :

تعتمد هذه الطريقة على التقسيمات الطبقية للاصل الذى نختـــار منه العينة • فاذا اتبعنا الطريقة العشوائية مثلا فى اختيار عينة لمحصول

حقل زراعى ، فان هذه العينة قد لا تمثل جميع الصفات المختلفة لهذا الحقل ، فقد تكون أقسامه المتعددة مختلفة فى درجة خصوبتها تبعا لاختلاف موقعها ، فخصوبة الجزء المجاور لمياه الرى ، تختلف عن خصوبة الجزء المجاور للطريق الزراعى • وهذه بدورها تختلف عن خصوبة الجزء المجاور لحقل زراعى آخر ، أو عن خصوبة المنطقة الوسطى لذلك الحقل • وعندما نستطيع أن نقسم هذا الحقل الى أجزائه المختلفة ، ثم نختار من كل جزء عينة عشوائية تتناسب فى قدرها مع مساحات تلك الاجـزاء فاننا بذلك نكون قد قسمنا الحقل الى مستويات أو طبقات ثم مثلنا كل طبقة تمثيلا صحيحا فى العينة التى انتهينا اليها • وتسمى هذه الوسيلة بالطريقة الطبقية العشوائية •

وهكذا نستطيع أن ندرك أهمية هذه الطريقة وتطبيقاتها المباشرة فى ميادين علم النفس والتربية والنواحى الاجتماعيـة المختلفـة • ففى اختيارنا لعينة تمثل تلاميذ المرحلة الاولى يجب أن نراعى التقسيمات والصفات المختلفة لتلاميذ هذه المرحلة ، ونسبة عدد أفراد كل قسم الى المجموع الكلى للافراد • فمثلا يمكن أن نقسم هذه الصـفات الى مستويات الاعمار الزمنية ، والفرق الدراسية ، والنواحى الاجتماعيـة الاقتصادية ، والاعمار العقلية ، والجنس ذكرا كان أم أنثى ، وهـكذا بالنسبة للصفات الاخرى • وقد سبق أن بينا الاسس العلمية للتصنيف الاحصائى للصفات المختلفة فى الفصل الاول من هذا الكتاب •

ويمكن أن نلخص فكرة هذه الطريقة فى الخطوات التالية :

١ — يقسم الاصل الى صفاته الرئيسية المتصلة اتصالا مباشرا بهدف التجربة •

٢ — تحسب نسبة عدد أفراد كل قسم الى المجموع الكلى للافراد •

٣ — تختار العينات العشوائية الممثلة لتلك الاقسام المختلفة بحيث يتناسب قدرها مع درجة تركيز الصفة ، أو مجموع تكرار أفرادها •

٤ — تجمع هذه العينات الطبقية العشوائية فى عينة واحدة تمثل الاصل الذى اخترنا منه تلك العينة •

فاذا أردنا مثلا أن نختار عينة طبقية من مجموعة مكونة من ١٠٠٠ فرد ، ينقسمون الى ذكور واناث • وكان عدد الذكور يساوى ٤٠٠ وعدد الاناث يساوى ٦٠٠ فان نسبة الذكور للاناث تساوى ٤ : ٦ وأردنا أن نختار من هؤلاء الافراد ١٠٠ فرد فاننا نختار من الذكور ٤٠ بطريقة عشوائية ، ونختار من الاناث ٦٠ بطريقة عشوائية ، ثم نؤلف من هاتين المجموعتين عينة واحدة ، تشتمل على ١٠٠ فرد •

جـ — الطريقة المقصودة :

يعتمد بعض الباحثين على خبرتهم السابقة فى اختيار العينة التى يدرسونها • وقد تدل نتائج الابحاث السابقة على أن احدى المدارس تمثل المستوى العلمى لمدارس احدى المناطق التعليمية تمثيلا احصائيا صحيحا • وبذلك يسهل على الباحث تحديد اطار الاصل الذى نختار منه العينة • وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المقصودة لانها تعتمد على نوع من أنواع الاختيار المقصود •

وتقوم فكرة هذه الطريقة على أن المدرسة المختارة تمثل جميع مدارس المنطقة ، وأن اختيار عينة عشوائية من هذه المدرسة يمثلها تمثيلا احصائيا صحيحا ، وبما أن المدرسة تمثل مدارس المنطقة ، اذن فالعينة المختارة من تلك المدرسة تمثل جميع مدارس المنطقة •

هذا ويجب أن يتأكد الباحث من صدق تمثيل تلك المدرسة لمدارس المنطقة حتى تكون العينة التى يختارها بعد ذلك صحيحة .

د ــ الطريقة العرضية :

قد لا يستطيع الباحث أحيانا أن يستعين باحدى الطرق السابقة فيلجأ الى اختيار بعض المدارس القريبة منه بطريقة عرضية ثم يجرى عليها تجربته ، ويصل الى نتائجه الاحصائية من دراسة تلك العينة . ولا شك أن هذه النتائج لا تتعدى الاطار الضيق الذى خضع له الباحث فى اجراء تجربته . أى أن نتائجه تنطوى تحت الاحصاء الوصفى أكثر مما تنطوى تحت الاستدلال الاحصائى .

وعندما يستطيع الباحث أن يثبت صحة اختياره لعينته ، وذلك باختيار عينات أخرى . ومقارنة نتائجه الاولى بنتائجه التالية ، واثبات أن المقاييس الاحصائية المختلفة لتلك العينات لا تختلف فى جوهرها من عينة لاخرى ، فانه يستطيع بعد ذلك التحليل أن يتطور بنتائجه الى مستوى التعميم .

وهكذا ندرك أهمية قياس مدى صحة اختيار العينة التجريبية لاثبات مدى صلاحية الطرق المختلفة لاختيار العينات . وسنتناول فيما يلى الاسس العلمية لهذه الفكرة فى دراستنا للتحليل التتابعى لصحة الاختيار .

التحليل التتابعى لاختيار العينات :

العينة الصحيحة هى التى تمثل الاصل الذى تنتمى اليه تمثيلا صادقا . وتقترب العينة من أصلها كلما اقتربت مقاييسها الأحصائية من

مقاييس ذلك الاصل الذى انتزعت منه • فاذا أمكننا أن نقارن مقاييس النزعة المركزية للعينة بمقاييس النزعة المركزية للاصل ، وكان الفرق بين تلك المقاييس أقل من أن يؤثر فى هذا الاختلاف ، وهكذا بالنسبة للمقاييس الاحصائية الاخرى ، كانت العينة صورة صادقة لذلك الاصل •

لكن هذه المقارنة — فى الاغلب والاعم — شاقة صعبة ، ومستحيلة أحيانا ، وخاصة اذا كان الاصل الذى نختار منه العينات لا ينتهى الى حد معلوم أو اطار ثابت •

وتتلخص الطريقة العملية التى تؤكد مدى مماثلة العينة لاصلها فى اختيار عينات عدة من أصل واحد بحيث تتساوى جميعا فى عدد أفرادها، ثم مقارنة متوسطات تلك العينات وانحرافاتها المعيارية ومقاييسها الاحصائية الأخرى ، فان دلت تلك المقارنة على أن تلك الفروق أقل من أن تكون لها دلالة احصائية حكمنا على جميع تلك العينات بأنها تنتمى الى أصل واحد ، وأمكننا أن نطمئن اليها ، ونؤلف منها جميعا عينة واحدة تصح لدراسة الظاهرة التى نجرى عليها تجاربنا العلمية •

وعندما تختلف المقاييس الاحصائية لبعض تلك العينات ، فعلينا أن نختار عينات أخرى حتى نثبت تلك المقاييس وتختفى فروقها الاحصائية ، وهكذا نستطيع أن نعتمد على تلك العينات فى دراسة الاصل الذى تنتمى اليه •

هذا ويستطيع الباحث أن يختار عينة تجريبية باحدى الطرق السابقة ويحسب مقاييسها الاحصائية المختلفة ثم يضيف لتلك العينة عينة أخرى ، ويحسب المقاييس الاحصائية لتلك العينة الجديدة بعد الاضافة السابقة أى لمجموع أفراد العينة الاولى والثانية معا ثم يقارن المقاييس الاحصائية للعينة الاولى قبل الاضافة بمقاييس تلك العينة بعد اضافة

الثانية لها ، فان دلت المقارنة على أنه ليس للفروق القائمة دلالة احصائية، اطمأن الباحث الى صحة تمثيل تلك العينة للأصل الذى تنتمى اليه ، واطمأن أيضا على حجمها أى على عدد أفرادها وان دلت المقارنة على أن للفروق القائمة دلالتها الاحصائية ، فعلى الباحث أن يستمر فى تحليله التتابعى وذلك باضافة عينات أخرى الى عينته الاولى ثم عليه أن يقارن أثر تلك الاضافات على المقاييس الاحصائية للعينة حتى يثبت ذلك الاثر •

هذا ويمكن أن نلخص أهم وسائل التحليل التتابعى لاختيار العينات فى الوسيلتين التاليتين :

١ — اختيار عدد من العينات المتساوية فى عدد أفرادها ، من أصل عام ومصدر واحد ، ثم مقارنة متوسطاتها وانحرافاتها ومقاييسها الاحصائية الاخرى •

٢ — اختيار عينة واحدة ثم حساب مقاييسها الاحصائية المختلفة واضافة عينة أخرى الى العينة الاولى وحساب المقاييس الاحصائية للعينة الجديدة المكونة من العينتين الاولى والثانية وملاحظة مدى تغير القيم العددية لتلك المقاييس الاحصائية • وتستمر عملية الاضافة والمقارنة حتى تختفى تلك الفروق ويتلاشى التغير •

وتدل الطريقة الأولى على صحة مماثلة العينة لأصلها ، وتدل الطريقة الثانية على ما دلت عليه الطريقة الاولى • وتدل أيضا على الحجم المناسب للعينة •

---

(١) التحليل التتابعى Sequential Analysis.

ب — الدلالة الاحصائية

معنى الدلالة الاحصائية وأنواعها :

تعتمد علاقة العينة بأصلها على طريقة اختيار العينة وعلى عدد أفرادها . وقد سبق أن بينا الطرق الاحصائية لاختيار العينات الصحيحة التى تتمثل فيها صفات الاصل الذى انتزعت منه ، والوسائل الاحصائية لتقويم هذا الاختيار . ولخصنا هذه الوسائل التقويمية فى التحليل التتابعى للاختيار .

هذا ويزداد اقتراب المقاييس الاحصائية للعينات من مقاييس الأصل كلما ازداد عدد أفراد هذه العينات ، حتى تنطبق تلك المقاييس على بعضها تمام الانطباق وذلك عندما يصبح عدد أفراد العينة مساويا لعدد أفراد الاصل ، أى عندما تصبح العينة أصلا ، وتتحول بذلك مقاييسها لتدل فى جوهرها على الظاهرة الاحصائية فى صورتها العامة الصحيحة .

وتهدف الدلالة الاحصائية الى الكشف عن مدى هذا الاقتراب . ولذا تزداد ثقتنا فى مقاييس العينة كلما اقتربت من أصلها ، أو كلما كان تذبذبها حول هذا الاصل ضيقا . أو بمعنى آخر كلما كان انحرافها عن مقاييس الاصل صغيرا .

ويقاس هذا الانحراف بأهم مقياس للتشتت وهو الانحراف المعيارى للمتوسطات والمقاييس الاحصائية الاخرى ويسمى هذا النوع بالخطأ المعيارى [1] لانه يدل على مدى الخطأ المحتمل لتلك المقاييس فى ابتعادها أو اقترابها من أصلها الذى انتزعت منه .

هذا ونستطيع أن نحدد مدى الانحرافات المعيارية لتلك المقاييس

(١) الخطأ المعيارى . Standard Error

لنحدد بذلك مدى ثقتنا فيها ، فالمدى الذى يمتد من — ع الى + ع يختلف عن المدى الذى يمتد من — ٢ ع الى + ٢ ع ، وهكذا نستطيع أن نستطرد فى تحديد هذا المدى الى المستوى الذى يقرر حدود الثقة فى تلك المقاييس • وتسمى هذه الفكرة دلالة حدود الثقة (١) •

وعندما نقيس الدلالة الاحصائية لمعاملات الارتباط ، نستطرد فى فكرتنا لنقرر ما اذا كان الارتباط قائما فعلا أم أنه يرجع فى جوهره الى أخطاء العينات • فاذا كان الارتباط حقيقيا فانه لايساوى صفرا ، وان كان غير قائم فى حقيقته فهو اذن يساوى صفرا • أى أننا نقيس مدى ابتعاده أو اقترابه من الصفر ، وتسمى هذه الفكرة دلالة الفرض الصفرى (٢).

الخطأ المعيارى :

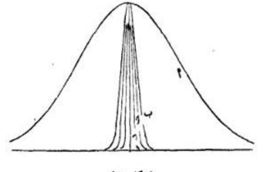
تعتمد فكرة الخطأ المعيارى للمقاييس الاحصائية المختلفة على التوزيع التكرارى لتلك المقاييس • فاذا اخترنا بعض العينات المتساوية فى عدد أفرادها ، وكان الاختيار من أصل واحد ، ثم حسبنا مثلا متوسطات تلك العينات ، فان التوزيع التكرارى لتلك المتوسطات يميل الى أن يكون اعتداليا فى توزيعه • وكلما كان حجم تلك العينات كبيرا ، أى كلما كثر عدد أفرادها ، صغر انحرافها المعيارى وضاق تبعا لذلك انحرافها عن متوسطها العام • والشكل رقم ٤٤ يوضح هذه الفكرة (٣).

---

(١) حدود الثقة Confidence Limits

(٢) الفرض الصفرى Null Hypothesis

(٣) Dawson, S. An Introduction to the Computation of Statistics, 1933 P, 96.



(شكل ٤٤)
علاقة التوزيع التكرارى لمتوسطات العينات بعدد أفرادها

ويدل المنحنى أ على التوزيع التكرارى للاصل ، ويدل المنحنى ب على التوزيع التكرارى لمتوسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ٤٩ فردا ، ويدل المنحنى جـ على التوزيع التكرارى لمتوسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ١٠٠ فرد ، ويدل المنحنى د على التوزيع التكرارى لمتوسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ٤٠٠ فرد . وهكذا نرى أن الانحراف المعيارى لتلك التوزيعات يضيق ويصغر كلما كثر عدد أفرادها . أى أن انحراف متوسطات العينات عن المتوسط الحقيقى يتناسب تناسبا عكسيا مع عدد أفراد تلك العينات .

وقد كشفت الابحاث الاحصائية الرياضية عن الصور المختلفة لهذا التناسب . وهكذا نستطيع أن نعتمد على نتائج تلك الابحاث فى قياسنا للاخطاء المعيارية للمتوسط وللمقاييس الاحصائية المختلفة .

الخطأ المعيارى للمتوسط :

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعيارى للمتوسط على الانحراف المعيارى للعينة وعلى عدد أفرادها • وهو يتناسب تناسبا طرديا مع الانحـــراف المعيارى ، وتناسبا عكسيا مع الجذر التربيعى لعدد أفراد العينة ، أى أن

$$\text{الخطأ المعيارى للمتوسط} = \frac{\text{الانحراف المعيارى للعينة}}{\text{الجذر التربيعى لعدد أفراد العينة}}$$

$$\therefore ع_م = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_م$ على الخطأ المعيارى **للمتوسط** •

فاذا كان متوسط درجات احدى العينات يساوى ٢٩٫٥٥

والانحراف المعيارى لهذه الدرجات يساوى ٨٫٩٨

وعدد أفراد العينة يساوى ٣٥٠

$$\therefore ع_م = \frac{٨٫٩٨}{\sqrt{٣٥٠}}$$

$$= \frac{٨٫٩٨}{١٨٫٧٠٨٣}$$

$$= ٠٫٤٨ \text{ تقريبــاً}$$

أى أن الانحراف المعيارى للعينات التى تنتمى الى الاصـــل الذى اخترنا منه هذه العينة يساوى ٠٫٤٨ • وبذلك يصبح الخطأ المعيارى لمتوسط هذه العينة يساوى ٠٫٤٨ • أى أن حدود هذا المتوسط هى :

المتوسط + الخطأ المعيارى = ٨٫٩٨ + ٠٫٤٨

= ٩٫٤٦

والمتوسط — الخطأ المعيارى = ٨٫٩٨ — ٤٨ر٠

= ٥٠ر٨ .

وبذلك تمتد القيمة العددية لمتوسط هذه العينة من ٥٠ر٨ الى ٤٦ر٩

وبما أن التوزيع التكرارى للمتوسطات يميل الى أن يكون اعتداليا فى شكله العام ، وبما أن المساحة الاعتدالية المحصورة بين — ع ، + ع فى التوزيع الاعتدالى تساوى ٦٨٪ كما يدل على ذلك جدول المساحات المعيارية المبين بالجداول الاحصائية النفسية (جدول ٤) أو جدول الارتفاعات المعيارية المبين أيضا بالجداول الاحصائية النفسية (جدول ٣) وبذلك تصبح نسبة المساحة الاعتدالية المحصورة بين — ع ، + ع الى المساحة الباقية المساوية لـ ٣٢ر٠ هى نسبة ٢ : ١ أى أن نسبة احتمال وجود متوسط المجتمع الاب فى هذا المدى الى احتمال عدم وجوده فى هذا المدى هى ٢ ثقة الى ١ شك .

ونستطيع أن نرتفع بحدود الثقة من ٢ : ١ الى ٩٥ : ٥ أى الى ٩٥ر٠ ثقة الى ٠٥ر٠ شك ، وذلك اذا ضربنا الخطأ المعيارى فى ٩٦ر١ لأن المساحة المعيارية التى تمتد من — ٩٦ر١ درجة معيارية الى + ٩٦ر١ درجة معيارية (أو انحراف معيارى فى المنحنى الاعتدالى) تساوى تقريبا ٩٥ر٠ من المساحة الكلية للمنحنى الاعتدالى المعيارى . وهكذا نرى أن المدى الذى يمتد من

المتوسط ± الخطأ المعيارى × ٩٦ر١

يحدد درجة ثقة وجود المتوسط فى ذلك المدى بـ ٩٥ر٠ ودرجة شك ٠٥ر٠ .

وبما أن المتوسط فى مثالنا هذا يساوى ٩٨ر٨ والخطأ المعيارى يساوى ٤٨ر٠

اذن مدى المتوسط لدلالة ٩٥ر٠ الى ٥٠ر٠ يحسب كما يلى :

٨,٩٨ ± ٠,٤٨ × ١,٩٦ = ٨,٩٨ ± ٠,٩٤

أى أن المدى الذى يقع فيه متوسط المجتمع الاب يمتد من ٠٤ر٨ الى ٩٢ر٩ .

وبالمثل يمكن أن نحسب مدى الثقة لحد الدلالة المساوى لـ ٩٩ر٠ الى ٠١ر٠ اذا علمنا أن المساحة المعيارية التى تمتد من — ٥٨ر٢ الى ٥٨ر٢ درجة معيارية تساوى تقريبا ٩٩ر٠ من المساحة الكلية للمنحنى الاعتـدالى .

أى أن المدى الذى يمتد من

المتوسط ± الخطأ المعيارى × ٥٨ر٢

يحدد درجة ثقة وجود متوسط المجتمع الاب فى ذلك المدى بـ ٩٩ر٠ ودرجة شك ٠١ر٠ .

ويمكن حساب ذلك المدى لمثالنا السابق كما يلى :

٨,٩٨ + ٠,٤٨ + ٢,٨٥ = ٨,٩٨ ± ١,٢٢٤

أى أن المدى الذى يقع فيه متوسط المجتمع الاب يمتد من :

٧٫٧٤ الى ١٠٫٢٢

بحد دلالة ٩٩ر٠ الى ٠١ر٠

هذا ويمكن أن نستخدم حدود الدلالة ٩٥ر٠ ثقة الى ٠٥ر٠ شك ، ٩٩ر٠ ثقة الى ٠١ر٠ بالنسبة للوسيط ولبقية المؤشرات الاحصـــائية التى نحسب لها الخطأ المعيارى فترتفع بذلك بحدود الدلالة من ٢ : ١ الى تلك الحدود التى أشرنا اليها .

الخطأ المعيارى للوسيط :

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعيارى للوسيط على نفس الفكرة التى أعتمدنا عليها فى قياسنا للخطأ المعيارى للمتوسط . أى على التوزيع

التكرارى للوسيط الذى نحسبه من العينات التى تنتمى فى جوهرها لاصل واحد ، وعلى الانحراف المعيارى لتوزيع ذلك الوسيط . أى أن هـذه الطريقة تعتمد على انحراف وسيط العينة عن المتوسط العام للعينات ، لأن التوزيع التكرارى للوسيط يميل الى أن يكون اعتداليا فى شكله العام . وبما أن الوسيط ينطبق على المتوسط فى التوزيع الاعتدالى . اذن يقاس انحراف وسيط العينة عن المتوسط العام كما قسنا انحـراف متوسط العينة عن المتوسط العام .

ولذا تشبه المعادلة التى تدل على الخطأ المعيارى للوسيط معـادلة الخطأ المعيارى للمتوسط مع تعديل بسيط فى بعض نواحيها .

وتتلخص هذه المعادلة فى الصورة التالية :

الخطأ المعيارى للوسيط = ١٫٢٥٣ × الخطأ المعيارى للمتوسط

$$\therefore\ ع_{ط} = ١٫٢٥٣ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{ط}$ على الخطأ المعيارى للوسيط

فاذا كان الوسيط = ٢٣٫٦

والانحراف المعيارى = ٥٫٧

وعدد أفراد العينة = ١٠٠

$$\therefore\ ع_{ط} = ١٫٢٥٣ \times \frac{٥٫٧}{\sqrt{١٠٠}}$$

$$= \frac{٧,١}{١٠}$$

$$\therefore \text{ع}_\text{و} = ٠,٧١$$

اذن حدود هذا الوسيط هى :

الوسيط + الخطأ المعيارى = ٥,٧ + ٠,٧١ = ٦,٤١

الوسيط ــ الخطأ المعيارى = ٥,٧ ــ ٠,٧١ = ٤,٩٩

وبذلك تمتد القيمة العددية لوسيط هذه العينة من ٤,٩٩ الى ٦,٤١ وثقتنا فى احتمال وقوع الوسيط فى هذا المدى الى وقوعه خارج هـــذا المدى هى ٢ الى ١ .

الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى :

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى على التوزيع التكرارى للانحرافات المعيارية التى نحسبها للعينات المختلفة التى تنتمى فى جوهرها الى أصل واحد . ويميل هذا التوزيع لان يكون اعتداليا ، ومثله فى ذلك كمثل التوزيعات التكرارية للمتوسط والوسيط .

وتتلخص معادلة الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى فى الصـــورة التالية .

$$\text{الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى} = \frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{الجذر التربيعى لضعف عدد افراد العينة}}$$

$$\therefore \text{ع}_\text{ع} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{٢\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز ع‌ع على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى ،

ويدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

فاذا كان الانحراف المعيارى = ٥٫٨٢

وكان عدد أفراد العينة = ٣٥٠

فان الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى يحسب بالطريقة التالية

$$ع_ع = \frac{٥٫٨٢}{\sqrt{٣٥٠ \times ٢}}$$

$$= \frac{٥٫٨٢}{\sqrt{٧٠٠}}$$

$$\therefore ع_ع = ٠٫٢٢$$

اذن فحدود هذا الانحراف المعيارى هى :

الانحراف المعيارى + الخطأ المعيارى = ٥٫٨٢ + ٠٫٢٢

= ٦٫٠٤

الانحراف المعيارى — الخطأ المعيارى = ٥٫٨٢ — ٠٫٢٢

= ٥٫٦٠

وبذلك تمتد القيمة العددية لهذا الانحراف المعيارى من ٥٫٦٠ الى ٦٫٠٤ ، وثقتنا فى احتمال وقوع الانحراف المعيارى فى هذا المدى الى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ الى ١ .

الخطأ المعيارى للنسبة :

اعتمدنا على النسب المختلفة فى حسابنا للارتباط الثنائى بنوعيه ، وفى تفسيرنا لبعض الظواهر النفسية ، ومن الأمثلة التى توضح فائدة النسبب

المختلفة فى الوصف والتحليل الاحصائى نسبة النجاح فى أى امتحان الى المجموع الكلى للافراد ، أو نسبة الأجابات الصحيحة على أى سؤال من أسئلة احدى الاختبارات الى المجموع الكلى للاجابات أو نسبة الاجابات الخاطئة الى هذا المجموع الكلى • وسنعتمد على هذه النسب بعد ذلك فى تحديد مستوى سهولة الاسئلة أو صعوبتها ، فاذا أجاب ٦٠ طالبا اجابة صحيحة على سؤال ما ، وكان عدد الطلاب يساوى ١٠٠ فان نسبة سهولة هذا السؤال تساوى $\frac{٦٠}{١٠٠}$ أو ٦ر٠ وبذلك تصبح نسبة الصعوبة مساوية لـ ٤ر٠ لان ٦ر٠ + ٤ر٠ = ١ •

ويقاس الخطأ المعيارى للنسبة بالمعادلة التالية :

$$\text{الخطأ المعيارى للنسبة} = \sqrt{\frac{\text{نسبة الاستجابات الصحيحة} \times \text{نسبة الاستجابات الخاطئة}}{\text{عدد الأفراد}}}$$

$$\therefore \quad ع_ا = \sqrt{\frac{ا \times ب}{ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_ا$ على الخطأ المعيارى للنسبة ا

ويدل الرمز ا على نسبة الاستجابات الصحيحة الى المجموع الكلى للاستجابات •

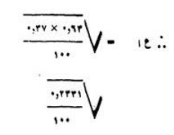
ويدل الرمز ب على نسبة الاستجابات الخاطئة الى المجموع الكلى للاستجابات •

وحيث أن ا + ب = ١

فاذا كانت نسبة الاجابات الصحيحة = ٦٣ر٠

∴ نسبة الاجابات الخاطئة = ١ — ٦٣ر٠ = ٣٧ر٠

وكان عدد الأفراد = ١٠٠



$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\frac{0,37 \times 0,63}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,2331}{100}}$$

$$\therefore \text{ع} = 0,048$$

هذا ويعتمد تفسير هذا الخطأ المعيارى على نفس الفكرة التى اعتمدنا عليها فى تفسيرنا للأخطاء المعيارية للمتوسط ، والوسيط والانحراف المعيارى •

الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات :

يميل التوزيع التكرارى لفروق المتوسطات الى أن يكون اعتداليا فى شكله العام • ويزداد هذا الميل نحو الصورة الاعتدالية كلما كثر عدد أفراد العينة ، وخاصة عندما يتجاوز هذا العدد ٣٠ فردا فى كل عينة من تلك العينات •

ولذا يخضع الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات لنفس التفسيرات الاحصائية التى خضعت لها الأخطاء المعيارية السابقة •

ولهذه الفروق أهميتها فى المقارنات النفسية والتربوية والاجتماعية كمقارنة القدرة العددية عند البنات بالقدرة العددية عند البنين ، ومقارنة احدى نتائج طرق التدريس بنتائج طريقة أخرى ، ومقارنة العلاقات الاجتماعية فى جماعة ما بالعلاقات الاجتماعية فى جماعة أخرى •

هذا وتختلف طريقة حساب الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات تبعا لاختلاف العلاقة القائمة بين العينات التى تقارن متوسطاتها • ولذا يحسب

الخطأ المعيارى لمتوسطات العينات المرتبطة بطريقة تختلف عن حســـاب الخطأ المعيارى لمتوسطات العينات غير المرتبطة .

الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات المرتبطة :

يحسب الخطأ المعيارى لفروق متوسطات العينات المرتبطة بالمعادلة التالية :

$$ع_{م_2 - م_1} = \sqrt{ع^2_{م_2} + ع^2_{م_1} - 2 \times ر \times ع_{م_2} \times ع_{م_1}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{م_2 - م_1}$ على الخطأ المعيارى لفــرق متوسط العينة الاولى من العينة الثانية .

ويدل الرمز $ع_{م_2}$ على الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الثانية .

ويدل الرمز $ع_{م_1}$ على الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الاولى .

ويدل الرمز ر على معامل ارتباط درجات العينة الأولى بدرجـــات العينة الثانية .

وسيدرك القارئ أن $ع_{م_2 - م_1}$ تساوى $ع_{م_1 - م_2}$ لأن نفس الرموز القائمة تحت علامة الجذر التربيعى تبقى كما هى اذا أعيـــد كتابة المعادلة السابقة فى الصورة التالية :

$$ع_{م_2 - م_1} = \sqrt{ع^2_{م_1} + ع^2_{م_2} - 2 \times ر \times ع_{م_1} \times ع_{م_2}}$$

$$\therefore ع_{م_2 - م_1} = ع_{م_1 - م_2}$$

وسنستعين بهذه المعادلة فى قياس أثر التدريب على القدرة الحسابية عند تلاميذ الفرقة الخامسة بالمرحلة الابتدائية . والبيانات التالية توضح نتائج هذه التجربة .

متوسط درجات الطلبة قبل التدريب م١ = ١٤٫٢

الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة قبل التدريب ع١ = ٣٫١

متوسط درجات الطلبة بعد التدريب م٢ = ١٦٫٤

الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة بعد التدريب ع٢ = ٣٫٨

معامل ارتباط درجات الطلبة قبل التدريب بدرجات الطلبة بعد التدريب ر = ٠٫٧٣

عدد أفراد الطلبة ن = ١٠٠

∴ الخطأ المعيارى لمتوسط الدرجات قبل التدريب عم١

$$= \frac{٣٫١}{\sqrt{١٠٠}} = ٠٫٣١$$

والخطأ المعيارى لمتوسط الدرجات بعد التدريب عم٢

$$= \frac{٣٫٨}{\sqrt{١٠٠}} = ٠٫٣٨$$

وبذلك يحسب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين بالطريقة التالية:

$$\therefore ع_{م١ - م٢} = \sqrt{ع^٢_{م٢} + ع^٢_{م١} - ٢ \times ر \times ع_{م٢} \times ع_{م١}}$$

$$= \sqrt{٠,٣٨^{٢} + ٠,٣١^{٢} - ٢ \times ٠,٧٣ \times ٠,٣٨ \times ٠,٣١}$$

$$= \sqrt{٠,٢٤٠٥ - ٠,١٧٢٠}$$

$$= \sqrt{٠,٠٦٨٥}$$

$$\therefore ع_{م٢ - م١} = ٠,٢٦$$

أى أن الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطات الدرجات بعد التدريب وقبله يساوى ٢٦ر٠

وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لفروق متوسطات تلك العينـات مساويا لــ ٢٦ر٠

لكن فرق المتوسطأت فى مثالنا هذا يحسب بالطريقة التالية

م ٢ — م ١ = ١٦ر٤ — ١٤ر٢

∴ الفرق = ٢ر٢

والمشكلة الاحصائية التى تواجهنا الآن هى الحكم على دلالة هذا الفرق ، والى أى حد يختلف عن الصفر • أى هل ترجع هذه القيمـة العددية المساوية لــ ٢ر٢ الى الصدفة وبذلك يصبح الفرق فى حقيقته مساويا للصفر ؟ أم أنها ترجع الى ناحية أساسية تدل على أثر ذلك التدريب ؟

وخير طريقة لمعالجة هذه المشكلة هى طريقة الفرض الصفرى •

فلنفرض أن متوسط التوزيعات التكرارية لهذه الفروق يساوى صفراً ولنحسب بعد ذلك مدى اقتراب أو ابتعاد الفرق المساوى لــ ٢ر٢ فى

مثالنا هذا من المتوسط الفرضى المساوى للصفر ، لندرك من ذلك دلالته الاحصائية .

لكن الانحراف المعيارى للتوزيعات التكرارية لتلك الفروق هو نفسه الخطأ المعيارى للفرق الذى حصلنا عليه تجريبيا بين المتوسطين . اذن نستطيع أن نحسب مدى الثقة فى هذا الفرق وذلك بتحويله الى درجات معيارية ونسبته الى المنحنى الاعتدالى المعيارى .

وبما أن الدرجة المعيارية = $\frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$

وبما أن هذه الدرجة فى مثالنا هذا = ٢ر٢

والمتوسط = صفر

والانحراف المعيارى = ٠ر٢٦

∴ الدرجة المعيارية لمقابلة لـ ٢ر٢ = $\frac{\text{٢ر٢ + صفر}}{\text{٠ر٢٦}}$

= ٨ر٥ تقريبا

لكن الدرجة المعيارية التى تساوى ٨ر٥ والتى قد تقع على يمين المتوسط فتصبح موجبة فتساوى + ٨ر٥ والتى قد تقع على يسار المتوسط فتصبح سالبة ، فتساوى — ٨ر٥ تستغرق تقريبا كل المساحة الاعتدالية التى تقع تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى . أى أننا نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق يرجع الى فرق أصيل ولا يرجع الى مجرد الصدفة .

وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ ٨ر٢ بدلا من ٨ر٥، فان المساحة الاعتدالية المعيارية التىتقع بين — ٨ر٢، + ٨ر٢ تصبح مساوية ٠ر٩٩٠٢ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيـارية المبين بالجداول الاحصائية النفسية فى جدول رقم (٣) ، الذى يوضح

الدرجات المعيارية والمساحات المحصورة بين تلك الدرجات والمتوسط •
وبما أن المساحة المحصورة بين الدرجة المعيارية المساوية لـ ٢٫٥٨ والمتوسط تساوى ٠٫٤٩٥١ كما يدل على ذلك جدول رقم (٣) الذى اشرنا اليه • اذن فالمساحة المحصورة بين — ٢٫٥٨ ، + ٢٫٥٨ تساوى ضعف تلك المساحة أى ٠٫٩٩٠٢ اذن فالمساحة التى تقع خارج تلك الحدود تصبح مساوية لـ ١ — ٠٫٩٩٠٢ = ٠٫٠١ •

وبذلك يصبح احتمال وجود الفرق الجوهرى الذى تدل عليه الدرجة المعيارية ٢٫٥٨ مساويا ٩٩٪ واحتمال عدم وجود هذا الفرق مساويا لـ ١٪ •

وتسمى هذه الأفكار التى استعنا بها فى فهم الدلالة الاحصائية لفروق المتوسطات بالفرض الصفرى لأننا اعتمدنا على صفر التوزيع الاعتدالى المعيارى فى الحكم على مدى انحراف الفرق التجريبى للمتوسطات عن هذا الصفر •

والفرض الصفرى فرض سالب • وهو يصاغ بالطريقة التى يمكن بها رفضه • والصياغة السالبة للفرض هى أنسب الصياغات لاختباره تجريبيا ، وتحليله احصائيات لأنها تقلل من احتمال تحيز الباحث لتبرهان على صحته •

ومن أمثلة الفرض الصفرى « لا يوجد فرق بين متوسط درجات الطلبة ودرجات الطالبات فى اختبار الذكاء » أو « لا يوجد فرق بين اتجاه الرجال واتجاه النساء نحو الدين » وهو بهذه الصورة فرض تلاشى الفروق • وكلما كان الفرق كبيرا بين استجابات الرجال واستجابات النساء على أسئلة الاستبيان الذي يقيس الاتجاه نحو الدين ، كان الفرض الصفرى خاطئا • وبالعكس كلما صغر الفرق حتى أصبح صفرا أو قريبا من الصفر كان الفرض الصفرى صحيحا •

ويقاس حجم الفرق بحساب دلالة الفروق بأحد الادوات الاحصائية الذى يحدد متى يصبح الفرق صفرا ومتى يزيد عن الصفر حتى يصبح فرقا حقيقيا .

وهكذا نستطيع عن طريق حساب الدلالة الاحصائية للفروق رفض أو قبول الفرض الصفرى ، كما سيأتى بيان ذلك .

وتسمى الخطوة التالية لذلك فى تحليلنا السابق بحدود الثقة ، لأننا اعتمدنا على تلك الحدود فى الحكم على قوة احتمال ثقتنا فى وجود الفرق أو احتمال ثقتنا فى عدم وجود الفرق .

وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ ١٫٩٦ بدلا من ٠٫٨ فان المساحة الاعتدالية المحصورة بين - ١٫٩٦ ، + ١٫٩٦ تصبح مساوية ٠٫٩٥٠ أى أن المساحة التى تقع خارج هذا النطاق تصبح مساوية لـ ١ — ٠٫٩٥٠ = ٠٫٠٥٠

وبذلك يصبح احتمال وجود الفرق الجوهرى الذى تدل عليه الدرجة المعيارية ١٫٩٦ مساويا ٩٥٪ واحتمال عدم وجود هذا الفرق مساويا لـ ٥٪

وهكذا يصطلح الاحصائيون على تلك الحدود فى الحكم على دلالة الفروق ، وبذلك تتلخص حدود الثقة فيما يلى :

١ — الحد الأدنى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ١٫٩٦ ويؤدى الى ٥٪ شك والى ٩٥٪ ثقة .

٢ — الحد العلوى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ٢٫٥٨ ويؤدى الى ١٪ شك والى ٩٩٪ ثقة .

وعندما تقل الثقة عن ٩٥٪ لا نستطيع أن نقرر مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر ، وعندما تزيد الثقة عن ٩٩٪ نستطيع أن نقرر بتأكيد أكثر من ٩٩٪ مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر .

وقد سميت الدرجة المعيارية لفروق المتوسطات بالنسبة الحرجة [1] لأنها تقرر دلالة تلك الفروق . أى أن :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{فرق المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين}}$$

$$= \frac{\text{م}_2 - \text{م}_1}{\text{ع}_{\text{م}_2 - \text{م}_1}}$$

وبذلك تصبح النسبة الحرجة فى مثالنا السابق مساوية لـ

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{١٦٫٤} - \text{١٤٫٢}}{\text{٫٢٦}}$$

$$= \frac{\text{٢٫٢}}{\text{٠٫٢٦}}$$

$$= \text{٨٫٥}$$

وهذه هى نفس الطريقة التى حسبنا بها الدرجة المعيارية المقابلة لـ ٢ر٣ . أى الدرجة المعيارية المقابلة لفرق المتوسط .

ب — الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات فى المرتبطة :

اذا كنا نقارن متوسط درجات طلبة فصل ما فى أحدى الاختبارات النفسية بدرجات طلبة فصل آخر فى نفس هذا الاختبار فاننا لا نستطيع

---

(1) النسبة الحرجة Critical Ratio وهى تساوى نسبة المؤثر الإحصائى متوسطاً كان أو فرق متوسطين إلى خطئه المعيارى .

أن نحسب الارتباط بين درجات الفصلين لأن هذا الارتباط يعتمد على مقارنة درجات كل طالب فى كل مرة تختبره فيها بدرجاته فى المرات الأخرى التى تلى هذا الاختبار أى أن الارتباط بين درجات طلبة الفصل الأول فى هذا الاختبار وطلبة الفصل الثانى فى نفس هذا الاختبار يصبح مساويا للصفر •

وبما أن معادلة الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات المرتبطة تتلخص فى :

$$\text{ع}_{\text{م}_2 - \text{م}_1} = \sqrt{\text{ع}^2_{\text{م}_2} + \text{ع}^2_{\text{م}_1} - 2 \times \text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}_2} \times \text{ع}_{\text{م}_1}}$$

وبما أن $\text{ر} = \text{صفر}$

$$\therefore 2 \times \text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}_2} \times \text{ع}_{\text{م}_1} = \text{صفر}$$

وبذلك تصبح معادلة الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات غير المرتبطة مساوية لـــ

$$\text{ع}_{\text{م}_2 - \text{م}_1} = \sqrt{\text{ع}^2_{\text{م}_2} + \text{ع}^2_{\text{م}_1}}$$

وسنستعين بهذه المعادلة فى حساب دلالة الفرق بين متوسط تحصيل الفصل الأول فى الحساب ، ومتوسط تحصيل الفصل الثانى فى نفس هذه المادة ، كما تدل على ذلك البيانات العددية التالية :

متوسط درجات طلبة الفصل الأول فى اختبار الحساب $\text{م}_1 = ١٤$

الانحراف المعيارى لدرجات الفصل الأول $\text{ع}_1 = ٢,١$

عدد تلاميذ الفصل الاول $\text{ن}_1 = ٤٩$

متوسط درجات طلبة الفصل الثانى فى اختبار الحساب م٢ = ١٧

الانحراف المعيارى لدرجات الفصل الثانى ع٢ = ٢٫٨

عدد تلاميذ الفصل الثانى ن٢ = ٤٩

∴ الخطأ المعيارى لمتوسط درجات الفصل الاول عم١ = $\frac{٢٫١}{\sqrt{٤٩}}$

$= \frac{٢٫١}{٧}$

$= ٠٫٣$

والخطأ المعيارى لمتوسط درجات الفصل الثانى عم٢ = $\frac{٢٫٨}{\sqrt{٤٩}}$

$= \frac{٢٫٨}{\sqrt{٧}}$

$= ٠٫٤$

∴ الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين عم٢−م١ = $\sqrt{٠٫٣^٢ + ٠٫٤^٢}$

$= \sqrt{٠٫٠٩ + ٠٫١٦}$

$= \sqrt{٠٫٢٥}$

$= ٠٫٥$

وبما أن الفرق بين المتوسطين هو م٢ − م١ = ١٧ − ١٤

$= ٣$

لكن النسبة الحرجة $= \frac{م٢ - م١}{ع م٢ - م١}$

$\therefore$ النسبة الحرجة $= \frac{٣}{٠٫٥}$

$= ٦$

وبما أن القيمة العددية لهذه النسبة تزيد عن الحد الأعلى للثقة بكثير ، وذلك لأن الحد الأعلى للثقة فى احتمال وجود فرق جوهرى هو ٩٩٪ أى عند الدرجة المعيارية أو النسبة الحرجة التى تساوى ٢٫٥٨ وبما أن هذه النسبة التى حصلنا عليها فى مثالنا هذا تساوى ٦ اذن نستطيع أن نقرر أن هناك فرقا جوهريا بين تحصيل تلاميذ الفصل الأول وتلاميذ الفصل الثانى فى مادة الحساب ، أى أن ذلك الفرق المساوى لـ ٣ لا يرجع الى الصدفة • أى أنه لا يساوى صفرا وذلك لأن لقيمته العددية دلالة احصائية كبيرة •

الخطأ المعيارى لفرق الانحرافات المعيارية :

تقاس الدلالة الاحصائية لفروق الانحرافات المعيارية بنفس الطرق التى استعنا بها فى قياس دلالة فروق المتوسطات • وبذلك يدل الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية على الثقة التى تساوى ٢ والشك الذى يساوى ١ أى أن نسبة احتمال الثقة الى الشك كنسبة ٢ الى ١ • وعندما نضرب هذا الخطأ المعيارى فى ١٫٩٦ فان هذا الاحتمال يرتفع الى ٩٥٪ ثقة ٥٪ شك • وعندما نضرب الخطأ المعيارى فى ٢٫٥٨ فان الاحتمال يرتفع الى ٩٩٪ ثقة ١٪ شك وبذلك تخضع حدود الدلالة الاحصائية لنفس فكرة حدود الثقة التى بيناها قبل ذلك فى تحليلنا لدلالة فروق المتوسطات •

الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية المرتبطة :

يقاس الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المرتبطة بالمعادلة التالية :

$$ع_{ع_2 - ع_1} = \sqrt{ع_{ع_2}^2 + ع_{ع_1}^2 - 2 \times ر^2 \times ع_{ع_2} \times ع_{ع_1}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{ع_2 - ع_1}$ على الخطأ المعيارى لفرق الانحرافين المعياريين $ع_2$ ، $ع_1$.

ويدل الرمز $ع_{ع_2}$ على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى $ع_2$

ويدل الرمز $ع_{ع_1}$ على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى $ع_1$

ويدل الرمز $ر^2$ على مربع معامل ارتباط الاختبارين أو المقياسين أو الظاهرتين .

ب ــ الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة

يقاس الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة بالمعادلة التالية :

$$ع_{ع_2 - ع_1} = \sqrt{ع_{ع_2}^2 + ع_{ع_1}^2}$$

وذلك لأن $ر^2$ = صفر

$\therefore$ $2 \times ر^2 \times ع_{ع_2} \times ع_{ع_1}$ = صفر

وهكذا تتحول معادلة الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة الى تلك الصورة التى يتلاشى فيها الحد المرتبط بـ $ر^2$.

الخطأ المعيارى للارتباط :

يختلف التوزيع التكرارى للارتباط عن التوزيع التكرارى للمتوسط والوسيط والانحراف المعيارى والنسبة . وذلك لأن الارتباطات العالية

تميل الى الالتواء الشديد فى توزيعها التكرارى وخاصة عندما تقترب قيمتها العددية من الواحد الصحيح ، ويتأثر شكل التوزيع أيضا بعدد أفراد العينة . وعندما يقل هذا العدد عن ٣٠ فان التوزيع يميل أيضا الى الالتواء .

ولذا تختلف طرق حساب الأخطاء المعيارية للارتباط تبعا لاختلاف نوع الارتباط وقيمته العددية . وسنقتصر فى تحليلنا التالى على الارتباط التتابعى لأنه أكثرها شيوعا وأدقها تقديرا .

ويقاس الخطأ المعيارى للارتباط العادى الذى لا يقترب من الصفر أو الواحد الصحيح بالطريقة العادية التى اتبعناها فى حساب الاخطاء المعيارية للمقاييس الاحصائية المختلفة . ويقاس الخطأ المعيارى للارتباط الكبير الذى يقترب من الواحد الصحيح بطريقة المقابلات اللوغاريتمية لهذا الارتباط لأن توزيعها أكثر اعتدالا من التوزيع التكرارى للارتباط .

ويقاس الخطأ المعيارى للارتباط الصغير الذى يقترب من الصفر بطريقة الفرض الصفرى لمعرفة ما اذا كان الارتباط فى جوهره يساوى صفرا أم أن لقيمته العددية الصغيرة دلالة احصائية تصلح للتفسير .

١ ــ الخطأ المعيارى للارتباط العادى :

يقاس الخطأ المعيارى لهذا الارتباط بالمعادلة التالية :

$$\text{الخطأ المعيارى للارتباط التتابعى} = \frac{\text{١ – مربع الارتباط}}{\text{الجذر التربيعى لعدد الأفراد}}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز ع ر على الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط

فاذا كان معامل الارتباط التتابعى = ٦ر٠

وكان عدد أفراد العينة = ٤٠٠

$$\therefore \text{ع}_{\text{ر}} = \frac{1 - ٠٫٦^{٢}}{\sqrt{٤٠٠}}$$

$$= \frac{1 - ٠٫٣٦}{٢٠}$$

$$= \frac{٠٫٦٤}{٢٠}$$

$$\therefore \text{ع}_{\text{ر}} = ٠٫٠٣٢$$

ويعتمد تفسير هذا الخطأ المعيارى على نفس الفكرة التى اعتمدنا عليها فى تفسيرنا للاخطاء المعيارية السابقة •

ب — الخطأ المعيارى للارتباط الكبير :

يقاس الخطأ المعيارى للارتباطات الكبيرة بطـــريقة المقــــابلات اللوغاريتمية ، لتلك الارتباطات • وتتلخص خطوات هذه الفكرة فى تحويل الارتباط ر الى المقابل اللوغاريتمى ز ثم حساب الخطأ المعيارى ع ز وبذلك نستطيع أن نحكم على الدلالة الاحصائية ع ز •

ويقاس الخطأ المعيارى للمقابلات اللوغاريتمية بالمعادلة التالية :

$$\text{ع}_{\text{ز}} = \sqrt{\frac{1}{\text{ن} - ٣}}$$

فاذا كان معامل الارتباط التتابعى ر = ٠٫٨٤

فان المقابل اللورغاريتمى ز = ١٫٢٢

كما يدل على ذلك جدول (١٣) المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية وكان عدد الافراد ن = ٦٧

فان الخطأ المعيارى للمقابل اللوغاريتمى بالطريقة التالية

$$ع ز = \frac{١}{\sqrt{٦٧ - ٣}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٦٤}}$$

$$= \frac{١}{٨}$$

$$\therefore ع ز = ٠٫١٢٥$$

وبذلك تصبح حدود هذا الخطأ المعيارى كما يلى :

المقابل اللوغاريتمى + الخطأ المعيارى = ١٫٢٢ + ٠٫١٢٥

= ١٫٣٤٥

والمقابل الورغاريتمى — الخطأ المعيارى = ١٫٢٢ — ٠٫١٣٥

١٫٠٩٥

أى أن القيمة الحدية للمقابل اللوغاريتمى تمتد من ١٫٠٩٥ الى ١٫٣٤٥ وثقتنا فى وقوع هذا المقابل اللورغايتمى فى هذا المدى الى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ الى ١ .

وبما أننا نهدف الى معرفة الأخطاء المعيارية وحدود الدلالة الاحصائية لعامل الارتباط • اذن فعلينا أن نجد القيم العددية التى تدل على تلك المقابلات اللوغاريتمية • وسنستعين بجدول ١٣ المبين بالجداول الاحصائية النفسية لهذا التحويل •

وبما أن الحد الأدنى للمقابل اللوغاريتمى = ١٫٠١٥
اذن الحد الادنى لعامل الارتباط = ٠٫٨٠
وبما أن الحد الاعلى للمقابل اللوغاريتمى = ١٫٤٤٥
اذن الحد الاعلى لعامل الارتباط = ٠٫٨٧

وبذلك تمتد القيمة العددية لعامل الارتباط الذى يساوى ٠٫٨٤ من ٠٫٨٠ الى ٠٫٨٧ وثقتنا فى وقوع الارتباط فى هذا المدى الى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ الى ١ •

د — الخطأ المعيارى للارتباط الصفرى :

يقاس الخطأ المعيارى للارتباطات الصغيرة بطريقة الفرض الصفرى، وتتلخص فكرة هذه الطريقة فى الخطوات التالية :

∵ الخطأ المعيارى لعامل الارتباط $= \frac{١ - ر^٢}{\sqrt{ن}}$

و ∵ أننا نفرض أن ر = صفر

∴ الخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر $= \frac{١}{\sqrt{ن}}$

فاذا كان عدد أفراد العينة = ١٠٠

∴ فالخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر $= \frac{١}{\sqrt{١٠٠}}$

$= ٠٫١$

فاذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى نحسب دلالتـــه الاحصائية أكبر من ١ر٠ فاننا نستطيع أن نقرر أن نسبة ثقتنا فى أن هذا الارتباط أكبر من أن يساوى صفرا الى احتمال مســاواته للصفر هى ٢ الى ١ .

واذا نقصت القيمة العددية للارتباط عن ١ر٠ فاننا نستطيع أن نقرر انه يساوى صفرا .

هذا وفى مقدورنا أن نمتد بحدود الدلالة الاحصائية الى ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك . وذلك بحساب القيمة العددية للخطأ المعيارى الذى يمتد الى ٩٦ر١ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لفكرة حدود الدلالة الاحصائية والفرض الصفرى لفروق المتوسطات .

وبما أن الخطأ المعيارى للارتباط يدل على الانحراف المعيارى لتوزيع معاملات الارتباط .

اذن فالخطأ المعيارى الذى يمتد الى ٩٦ر١ درجـــة معيـــارية
= ٩٦ر١ × ١ر٠
= ١٩٦ر٠

فاذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى تحسب دلالتـــه الاحصائية أكبر من ١٩٦ر٠ فاننا نستطيع أن نقرر أن ثقتنا فى أن هذا الارتباط لا يساوى صفرا هى ٩٥٪ واحتمال مساواته للصفر ٥٪ .

ونستطيع أيضا أن نمتد بحدود الثقة الى مستوى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شـــك ، أى أن الخطأ المعيـــارى الذى يمتد الى ٥٨ر٢ درجة معيـارية
= ٥٨ر٢ × ١ر٠
= ٢٥٨ر٠

فاذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى تحسب دلالتـــه الاحصائية أكبر من ٢٥٨ر٠ استطعنا أن نقرر أن ثقتنا فى أن هذا الارتباط لا يساوى صفرا هى ٩٩٪ واحتمال مساواته للصفر ١٪ .

وهكذا نرى أن فكرة حساب حدود الثقة للفرض الصفرى ترتبط ارتباطا مباشرا بعدد أفراد العينة وقد حسب والاس(1) H.A. Wallace وسنديكور G.W. Sendecor الدلالة الاحصائية للارتباط الذى يزيد فى قيمته العددية عن الصفر ، وبذلك نستطيع أن نقرر مباشرة الفرض الصفرى لمعاملات الارتباط كما يدل على ذلك جدول (١٧) المبين بالجداول الاحصائية النفسية .

والمثال التالى يوضح طريقة قراءة ذلك الجدول

اذا كان معامل الارتباط = ٤ر٠

وكان عدد الافراد = ٤٧

فان درجات الحرية = ٤٧ — ٢

= ٤٥

لأن حساب الارتباط يعتمد على ازدواج درجات المقيـاس الأول بدرجات المقياس الثانى بالنسبة لجميع الافراد ، أى أن عدد القيـود الاحصائية يساوى ٢ ولذا طرحنا ٢ من عدد الافراد لنحسب بذلك درجات الحرية ولنستطيع قراءة ذلك الجدول الذى يعتمد فى مدخـله على تلك الدرجات كما يدل على ذلك العمود الاول من جدول ١٧ المبين بالجداول الاحصائية .

هذا ويدل العمود الثانى على الدلالة الاحصائية التى تمتد حدودها الى ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك .

ويدل العمود الثالث على الدلالة الاحصائية التى تمتد حدودها الى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك .

---

(1) Wallace, H.A., and Sendecor G. W. Correlation and Machine Calculation, 1931

وهكذا نرى أنه عندما تصبح درجات الحرية مساوية ٤٠ فان الحد الادنى للدلالة الاحصائية الذى يقع عند ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تساوى ٢٨٨ر٠ أو تزيد عن هذه القيمة حتى نستطيع أن نقرر أن الارتباط أكبر من أن يساوى صفرا • ونرى أيضا أن الحد العلوى للارتباط الذى يقع عند ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تســاوى ٣٧٢ر٠ حتى نستطيع أن نقرر أن الارتباط أكبر من أن يساوى صفرا •

وبما أن القيمة العددية لمعامل الارتباط فى مثالنا هذا تساوى ٤ر٠ اذن نستطيع أن نقرر أنه لا يساوى صفرا ، وثقتنا فى هذا الحكم تصل الى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك •

تمارين على الفصل الثانى عشر

١ — لماذا يعتمد الباحثون على العينات فى أبحاثهم التجريبية ؟ وما معنى العينة وشروطها وأنواعها .

٢ — ما هى الاسس التى تعتمد عليها الطريقة العشوائية فى اختيار العينات ، وما هى وسائلها العلمية .

٣ — اذكر الخطوات الرئيسية التى تعتمد عليها الطريقة الطبقية فى اختيار العينات .

٤ — ما هى الوسائل الاحصائية التى تعتمد عليها الطريقة المقصودة، والطريقة العرضية فى اختيار العينات .

٥ — وازن بين الطرق المختلفة لاختيار العينات التجريبية .

٦ — ما هى الأسس العلمية التى يعتمد عليها التحليل التتابعى لاختيار العينات .

٧ — ما معنى الدلالة الاحصائية ؟

٨ — ناقش أهمية الدلالة الاحصائية للمقاييس المختلفة ، وبين أنواعها الرئيسية .

٩ — ما هى الفكرة التى يعتمد عليها الخطأ المعيارى فى قياسه للدلالة الاحصائية للمقاييس المختلفة .

١٠ — احسب الخطأ المعيارى لمتوسط درجات العينة التى :

متوسطها	= ١٥٫١٩	الوسيط	= ١٤٫٣
انحرافها المعيارى	= ٥٫٨٢	عدد الأفراد	= ٣٥٠

وضح معنى هذا الخطأ المعيارى

١١ ــ احسب الخطأ المعيارى لوسيط التمرين السابق ، ووضح معناه

١٢ ــ احسب الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى المبين بالتمرين رقم ١٠ ووضح معناه .

١٣ ــ اذا كانت نسبة سهولة احدى أسئلة اختبارات الذكاء ٧٢ر٠ فاحسب الخطأ المعيارى لتلك النسب اذا علمت أن عدد الأفراد يساوى ٥٠

١٤ ــ احسب الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين التاليين اذا علمت أن

متوسط درجات الطلبة بعد التدريب = ١٧

الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة قبل التدريب = ١ر٤

متوسط درجات الطلبة بعد التدريب = ١٩

ارتباط درجات قبل التدريب بدرجات بعد التدريب ر = ٦٥ر٠

عدد الافراد ن = ٦٤

١٥ ــ احسب الدلالة الاحصائية لفرق متوسطى التمرين السابق وبين الى أى حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضح حدود الثقة المختلفة لتلك الدلالة .

١٦ ــ احسب الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين التاليين :

متوسط درجات الفصل الاول = ٢١

الانحراف المعيارى ادرجات الفصل الاول = ٥ر٤

عدد أفراد الفصل الاول = ٨١

متوسط درجات الفصل الثانى = ٢٦

الانحراف المعيارى لدرجات الفصل الثانى = ٩ر٤

عدد أفراد الفصل الثانى = ٦٤

١٧ — احسب الدلالة الاحصائية لفرق متوسطى التمرين السابق وبين الى أى حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضح حدود الثقة المختلفة لتلك الدلالة .

١٨ — ما هى الأسس الاحصائية التى تعتمد عليها فكرة النسبة الحرجة وكيف تحسب وما هى أهم تطبيقاتها .

١٩ — احسب الأخطاء المعيارية لمعاملات الارتباط التالية :

ر = ٠,٩١ ن = ١٠٠
ر = ٠,٤٥ ن = ١٠٥
ر = ٠,١٢ ن = ٦٥

٢٠ — احسب الدلالة الاحصائية لمعاملات ارتباط التمرين السابق ووضح حدود الثقة لتلك الدلالات .

الفصل الثالث عشر

اختبار « ت » لدلالة فروق المتوسطات

مقدمـــة :

يعد اختبار « ت » من اكثر اختبارات الدلالة شيوعا فى الابحاث النفسية والتربوية . وترجع نشأته الأولى الى أبحاث ستودنت ، ولهذا سمى بأكثر الحروف تكرارا فى اسمه وهو حـــــرف التاء . ومن أهم المجالات التى يستخدم فيها هذا الاختبار الكشف عن الفروق الجنسية بين تحصيل الذكور وتحصيل الاناث فى مادة دراسية ما وذلك عن طريق حساب دلالة فرق متوسط تحصيل الذكور عن متوسط تحصيل الاناث ، والمفاضلة بين طريقتين من طرق التدريس ، ومعرفة مدى ما يحدث من تغير فى سلوك الافراد نتيجة لتعرضهم لمؤثر معين ، وتحديد حجـــــم العينة عن طريق التحليل التتابعى وذلك عندما يبدأ الباحث تجربته بعدد معين فى الافراد ثم يضيف الى ذلك العدد مجموعة أخرى من الافراد ثم يحسب دلالة فرق المتوسطين ليحدد بذلك حجم العينة المناسب للتجربة ، وذلك عندما يصبح فرق المتوسطين غير دال احصائيا .

وخلاصة القول أن اختيار « ت » يستخدم لقياس دلالة فروق المتوسطات غير المرتبطة والمرتبطة ، للعينات المتساوية وغير المتساوية .

وسنبين فيما يلى الشروط الواجب توافرها قبل استخدام « ت » وما يحدث عندما لا يتحقق أحـــد هذه الشروط ، والبدائل التى يمكن استخدامها لحساب دلالة الفروق عندما يتعذر استخدام « ت » .

شروط استخدام « ت » لدلالة فروق المتوسطات :

لا يحق للباحث أن يستخدم اختيار «ت» قبل أن يدرس خصائص متغيرات البحث من النواحى التالية : —

١ — حجم كل عينة

٢ — الفرق بين حجم عينتى البحث

٣ — مدى تجانس العينة

٤ — مددى اعتدالية التوزيع التكرارى لكل من عينتى البحث

وسنبين فيما يلى كيف يمكن التحقق من كل شرط من تلك الشروط :

١ — حجم كل عينة : الأصل فى اختبار « ت » أنه من مقاييس دلالة العينات الصغيرة ولكن هذا لا يحول دون استخدام « ت » للعينات الكبيرة واستخدام « ت » للعينات الصغيرة جدا أمر مشكوك فيه . والصغيرة هى التى يقل حجمها عن ٣٠ وفيما يميل توزيع « ت » الى أن يكون مدببا . والكبيرة هى التى يزيد حجمها عن ٣٠ ، وفيها يميل توزيع « ت » للاعتدالية ولذا تمتد جداول دلالة « ت » الى ١٠٠٠٠ ومن ١٠٠٠٠ الى مالا نهاية ، وهذا يبين صلاحيتها للعينات الكبيرة.ويمكن أن نعد العينات الصغيرة جدا هى التى ينقص عدد أفرادها عن ٥ ، ويمكن أن يستعاض عن اختبار « ت » فى هذا النوع من العينات الصغيرة جدا بأى اختبار آخر من الاختبارات اللابرمترية للدلالة التى تصلح للتوزيعات الحرة غير المقيدة باعتدالية التوزيع .

٢ — الفرق بين حجم عينتى البحث : من الأفضل أن يكون حجم عينتى المتغيرين متقاربا فلا يكون مثلا حجم أحد المتغيرين ٤٠٠ وحجم الآخر ٥٠ لأن للحجم أثره على مستوى دلالة « ت » لأن درجات الحرية ، وهى المدخل المباشر للكشف عن مستوى الدلالة ، تعتمد على

عدد أفراد كل عينة ، كما سيأتى بيان ذلك فى شرح طرق حساب « ت » ولأن للحجم أيضاً أثره على المؤشرات الاحصائية التى تستخدم فى حساب « ت » وهى المتوسط والتباين ٠

٣ — **مدى تجانس العينتين** : يقاس مدى التجانس بالفرق بين تباين العينتين ولا يقاس هذا الفرق بطرح التباين الأصغر من التباين الأكبر وانما يقاس بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر ، أى بالنسبة الفائية حيث ان

$$ف = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

$$= \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$$

حيث يدل الرمز $ع^2$ على التباين ، وحيث $ع_1^2$ أكبر من $ع_2^2$ ٠

ويتحقق الفرض الصفرى لتجانس بين العينتين عندما تصبح ف مساوية للواحد الصحيح ، أى عندما يصبح التباين الكبير مساويا للتباين الصغير ٠

ويقاس مدى تباعد قيمة ف عن الفرض الصفرى بالكشف عن دلالة ف وذلك بعد حساب درجات حرية كل متغير من المتغيرين للحصول على مداخل الكشف عن قيمة ف ٠ فمثلا اذا كان عدد أفراد العينة الاولى ٧٦ وعدد أفراد الثانية ٨١ فان درجات حرية العينة الاولى تساوى ٧٦ — ١ = ٧٥ وعدد درجات حرية العينة الثانية تساوى ٨١ — ١ = ٨٠ فاذا كان تباين العينة الاولى ١٦٫٢٥ وكان تباين العينة الثانية ١٢٫١٨ فان النسبة الفائية لهذين التباينين تصبح

$$ف = \frac{١٦٫٢٥}{١٢٫١٨} = ١٫٣٣$$

وبالكشف عن دلالة ف فى الجداول الاحصائية (جدول ٢٦ ص ١١٧) بدرجات حرية ٧٥ للتباين الاكبر ، ٨٠ للتباين الاصغر ، نجد أن ف تصبح دالة لمستوى ٠٥ر اذا كانت قيمتها ٤٥ر١ • وبما أن قيمة ف فى مثالنا هذا تساوى ٣٣ر١ اذن فهى غير دالة ، وبذلك يمكن حساب ت لفـــرق متوسطى المتغيرين لأن الفرق بين تباينهما غير دال •

٤ ـــ مدى اعتدالية التوزيع التكرارى لكل من عينتى البحث : ونعنى بمدى الاعتدالية فى هذه الحالة مدى تحرر التوزيع التكرارى من الالتواء• والالتواء اما أن يكون سالبا أو موجبا •

والتوزيع الاعتدالى لا التواء له • ويمتد الالتواء من ـــ ٣ الى + ٣ بمقياس الالتواء التالى

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط – الوسيط)}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$$

وكلما *اقترب الالتواء من الصـــفر كان التوزيع اعتداليا* ، لأن المتوسط فى التوزيع الاعتدالى يساوى الوسيط ، فاذا عوضـــنا عن تلك القيم المتساوية فى معادلة الالتواء السابقة فان بسط المعادلة يصبح مساويا للصفر ، وبالتالى يساوى الالتواء صفرا • ولذا فكلما اقترب الالتواء من الصفر اقترب التوزيع التكرارى من الاعتدالية • وحساب دلالة الالتواء عملية معقدة ، ولذا نكتفى هنا فى الكشف عن اعتدالية التوزيع التكرارى بالمدى المناسب أو المعقول لابتعاد الالتواء عن ـــ ٣ أو عن + ٣ وهذا يعنى مدى اقترابه من الصفر •

فاذا حسبنا مثلا المؤشرات الاحصائية للمتغير س ، ووجدنا أن

المتوسط = ٥٣ر٢٠

الوسيط = ٥٦ر٤٠

الانحراف المعيارى = ١٤ر٧٦

إذن فالالتواء $= \frac{٣ \, (٥٣,٢٠ - ٥٦,٤٠)}{١٤,٧٩}$

$= - ٠,٦٥$

وهذا الالتواء قريب جدا من الصفر ، وبذلك يصلح مثل هذا المتغير لحساب دلالة « ت » لأن التوزيع التكرارى يقترب جدا من التوزيع الاعتدالى •

هذا وكما حسبنا التواء المتغير س ، فعلينا أيضا ان نحسب التواء المتغير الآخر ص لنتأكد من صلاحية ص أيضا لحساب دلالة « ت » •

اثر الاخلال بالشروط على قيمة «ت» :

ما هى الحدود التى يمكن أن نتجاوز فيها عن الاخلال بأحد أو ببعض شروط استخدام «ت» ؟ أو بمعنى آخر ما هو نوع وقدر الاخطـــاء الناشئة عن الاخلال بأحد أو ببعض تلك الشروط التى تجعلنا نقبل دلالة «ت» أو نرفعها أو نصححها حتى تصبح مقبولة ؟

تتلخص أهم الأخطاء المتوقعة فى زيادة فروق التباين زيادة كبيرة ، وخاصة فى العينات الصغيرة والصغيرة جدا ، وزيادة الالتواء عن حـــدة المعقول •

وتصل نسبة الخطأ الى ١٪ فى قيمة «ت» لمستوى دلالة ٠,٠١ أو ٠,٠٥ فى العينات الصغيرة جدا التى لا يتجاوز حجمها ٥ أفراد عندما يصبح تباين أحد المتغيرات ٤ أمثال تباين المتغير الآخر ، وتقل نسبة هذا الخطأ حتى تصل الى ٠,١٪ اذا زاد حجم العينة حتى يصبح ١٥ بدلا من ٥ وهذا يؤكد ما ذكرناه سابقا من أفضلية العينات الصغيرة على الصغيرة جدا ، وأفضلية الكبيرة عليهما معا •

وتزداد أيضا نسبة الأخطاء فى قيمة «ت» عندما يزداد الفرق بين حجم العينتين كأن تكون احداهما صغيرة والاخرى صغيرة جدا ، وعندما يظل الفرق بين تباين الأولى وتباين الثانية كبيرا كما كان ، ومن أمثلة ذلك أن يكون عدد أفراد العينة الاولى ٥ وعدد أفراد العينة الثانية ١٥ • وتقل نسبة الأخطاء عندما يصبح حجم العينة الأولى مساويا لحجم العينة الثانية مثل زيادة الاولى من ٥ الى ١٥ أو انقاص الثانية من ١٥ الى ٥ ، والأفضل زيادة الأولى •

وللالتواء أيضا أثره البالغ على القيمة العددية لـ «ت» وعندما يصل الالتواء الى ٢ فانه لا يصل من قيم ت الى مستوى دلالة ٠٫٠٥ الا نسبة صغيرة ولا يصل الى مستوى دلالة ٠٫٠١ الا نسبة صغيرة جدا تكاد أن تكون نادرة • لكن هذا النوع من الالتواء قل ان يوجد فى الميادين النفسية والتربوية •

وللباحث أن يستخدم العينات الصغيرة لضبط أدوات قياسه قبل تطبيقها على العينات الكبيرة ، كما يحدث مثلا فى تجربة الاختبارات النفسية الجديدة على عينة صغيرة من الافراد لا يتجاوز عددها ٣٠ فردا لاكتشاف نواحى قصورها ولإصلاحها قبل استخدامها فى التجربة • لكن اذا اضطر الباحث الى قصر عينة بحثه على عينة صغيرة جدا كما يحدث أحيانا فى بعض الاختبارات الاسقاطية مثل اختبار تفهم الموضوع أو اختبار دورشاخ فان على الباحث فى مثل هذه الأحوال أن يرتفع بمستوى الدلالة من ٠٫٠٥ أو ٠٫٠١ الى ٠٫٠٠١ أو ٠٫٠٠٠١ هذا ويجب أن تعتمد القرارات العلمية المهمة على مثل تلك المستويات العليا للدلالة •

وقد أعدت جداول «ت» الحديثة لتصل الى مثل تلك المستويات ولتبعد المهنة الى ١٠٠٠٠ بعد أن كانت لا تتعدى ٣٠ •

الحالات المختلفة لحساب «ت»

مهما اختلفت طرق حساب «ت» فانها ترجع جميعا الى فكـرة واحدة وهى نسبة مدى انحراف فرق أى متوسطين من متوسـط التـوزيع الاحصائى لفروق المتوسطات أى الخطأ المعيارى لذلك الفرق • وبذلك يصبح بسط هذه النسبة هو :

(متوسط العينة الاولى ـ متوسط العينة الثانية) ـ متوسط التوزيع الاحصائى لفروق المتوسطات

لكن التوزيع الاحصائى لفروق المتوسطات اعتدالى التوزيع وبذلك يصبح متوسطه صفرا • وهكذا لا يبقى فى بسط النسبة الا فرق متوسط العينة الثانية عن متوسط العينة الاولى •

أما مقام تلك النسبة فهو مجرد الخطأ المعيارى لفرق المتوسطات المرتبطة وغير المرتبطة وفقا لخصائص كل حالة من الحالات التى تحسب دلالة فرق متوسطيها •

وتتلخص الحالات المختلفة لحساب دلالة فروق المتوسطات باختبار « ت » فيما يلى :

١ ـ دلالة فرق متوسطين غير مرتبطين لعينتين غير متساويتين فى عدد أفرادهما •

٢ ـ دلالة فرق متوسطين غير مرتبطين لعينتين متساويتين فى عدد أفرادهما •

٣ ـ دلالة فرق متوسطين مرتبطين وهذا يقتضى بالضرورة تساوى عدد أفراد العينتين •

٤ ـ دلالة فرق متوسطين لعينتين غير معجانستين •

وسنبين بعد ذلك طريقة حساب «ت» لكل حالة من تلك الحالات •

أ ــ حســاب «ت» لمتوسطين غير مرتبطين حيث $ن_1$ لا تســاوى $ن_2$:

تحسب دلالة ت لفرق متوسطين غير مرتبطين ومختلفين فى عــدد الافراد بالمعادلة التالية :

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\left[\frac{\text{ن}_1 \text{ع}_1^2 + \text{ن}_2 \text{ع}_2^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}\right]\left[\frac{1}{\text{ن}_1} + \frac{1}{\text{ن}_2}\right]}}$$

حيث يدل الرمز $م_1$ على متوسط المتغير الأول ، والرمز $م_2$ على متوسط المتغير الثانى •

ويدل الرمز $ن_1$ علىعدد أفراد المتغير الأول ، والرمز $ن_2$ على عدد أفراد المتغير الثانى ، والرمز $ع_1^2$ على تباين المتغير الأول والرمز $ع_2^2$ على تباين المتغير الثانى •

وسنبين فى المثال التالى كيفية التحقق من توفر الشروط اللازمــة لتطبيق المعادلة السابقة وطريقة حساب «ت» ويلخص الجدول رقم ١٤٠ البيانات الاحصائية لجماعة تجريبية وأخرى ضابطة فى احدى تجارب مقارنة نتائج التعلم الذاتى بالتعلم التقليدى •

وتدل بيانات هذه التجربة على صلاحية حجم كل جماعة لحساب ت وعلى أن الفرق بين حجمى الجماعتين لا يحول دون تطبيق المعادلة •

وعلينا الآن أن نحسب النسبة الفائية والالتواء لنتحقق من توفر الشروط الباقية • وبما أن

البيانات الإحصائية	الجماعة التجريبية	الجماعة الضابطة
عدد الأفــراد	١٠١	٨١
المتوسط	٥٥,٠٢	٥٣,٢٠
الانحراف المعيارى	١٦,٣٣	١٤,٦٧
الوسيط	٥٤,٠٠	٥٦,٤٠

جدول ١٤٠ ــ البيانات الاحصائية اللازمة لحساب «ت»

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}_1^2}{\text{ع}_2^2} \quad \text{حيث } \text{ع}_1^2 \text{ أكبر من } \text{ع}_2^2$$

$$\text{ف} = \frac{(١٦,٣٣)^2}{(١٤,٧٦)^2}$$

$$= ١,٢٢$$

و ∵ درجة حرية التباين الأكبر $\text{ع}_1^2 = ١٠١ - ١ = ١٠٠$

و ∵ درجة حرية التباين الأصغر $\text{ع}_2^2 = ٨١ - ١ = ٨٠$.

وبحساب قيمة ف من الجداول الاحصائية جدول ٢٦ لدرجات حرية ١٠٠ للتباين الكبير ، ٨٠ للتباين الصغير نجد أنها تساوى ١,٦٥ لمستوى دلالة ٠,٠١ اذن فقيمة ف المساوية لـ ١,٢٢ غير دالة عند هذا المستوى، ولذا يعد الفرق بين تباين الجماعة التجريبية والجماعة الضابطة فرقا صفريا ويتحقق بذلك التجانس •

$$\text{و ∵ الالتواء} = \frac{٣\ (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$\text{∴ التواء الجماعة التجريبية} = \frac{٣\ (٥٥,٠٢ - ٥٤)}{١٦,٣٣}$$

$$= ٠,١٩$$

وهذا الالتواء الموجب قريب جدا من الصفر الذى يدل على اعتدالية التوزيع التكرارى للجماعة التجريبية •

$$\text{وكذلك فإن التواء الجماعة الضابطة} = \frac{٣\ (٥٣,٢٠ - ٥٦,٤٠)}{١٤,٧٦}$$

$$= - ٠,٦٥$$

وهذا الالتواء السالب لا ينحرف كثيرا بالتوزيع التكرارى للجماعة الضابطة عن التوزيع الاعتدالى وبذلك يتحقق الشرط الاخير فى صلاحية البيانات الاحصائية السابقة لحساب «ت» .

وبالتعويض فى معادلة «ت» نجد أن

$$ت = \frac{٥٣٢٠ - ٥٥,٠٢}{\sqrt{\left[\frac{١٤,٧٦^{٢} \times ٨١ + ١٦,٣٣^{٢} \times ١٠١}{١٠١ + ٨١ - ٢}\right]\left[\frac{١}{١٠١} + \frac{١}{٨١}\right]}}$$

$$ت = \frac{١,٨٢}{\sqrt{\frac{١٧٦٤٦,٤٦٥ + ٢٦٩٣٣,٥٥٨}{١٨٠} \times ٠,٠٢٢٢}}$$

$$= \frac{١,٨٢}{٢,٣٤} \simeq ٠,٧٨$$

و ∵ درجات الحرية لـ ت $= (ن_{١} - ١) + (ن_{٢} - ١)$

$= ن_{١} + ن_{٢} - ٢$

$= ١٨٠$

و ∵ دلالة «ت» لدرجات حرية ١٨٠ ولمستوى ١٠ر تساوى ٦ر٢ من جدول ٢ لدلالة «ت» للطرفين ، اذن فقيمة «ت» المساوية لـــ ٧٨ر غير دالة لمستوى ١٠ر .

أى أن الفرق بين متوسط جماعة التعليم الذاتى والتعليم التقليدى لا دلالة له .

وهذا يعنى نجاح فكرة التعليم الذاتى لأنه ، وهو تعليم بلا معلم ، لم يختلف عن التعليم التقليدى اختلافا له دلالة .

دلالة ت للطرفين وللطرف الواحد :

تحسب دلالة «ت» للطرفين أو للطرف الواحد وفقا للفرض الذى يحدده البحث ، فهو اما أن يكون مجرد وجود فرق بين المتوسطين له دلالة ، أو أن يكون زيادة أحد المتوسطين عن الآخر زيادة دالة •

ففى اختبار الطرفين تستخدم «ت» لتحديد دلالة الفــرق بين المتوسطين من عدم وجود هذا الفرق ، وهذا لا يتضمن مسبقا توقعــا لاتجاه الفرق ، أى لزيادة أحد المتوسطين عن الآخر •

وتعتمد جداول ت للطرفين على مجموع المســاحتين الطرفيتين فى المنحنى الاعتدالى ، فمثلا يصبح مستوى ٠٫٠٥ فى الطرفين ٠٫٠٥ ÷ ٢ = ٠٫٠٢٥ للطرف الواحد كما يبين ذلك جدول ١٤١ •

ولذا يجب أن يحترس القارىء فى الكشف عن حدود الدلالة فلا يخلط بين دلالة الطرفين ، ودلالة الطرف الواحد •

وفى اختبار الطرف الواحد تستخدم «ت» لتحديد دلالة اتجــاه الفرق أى دلالة زيادة متوسط معين عن متوسط آخر ، وهذا ما يحدث مثلا عندما نختبر طريقة جديدة فنفترض زيادة متوسط درجاتها عن متوسط درجات الطريقة القديمة •

وتعتمد جداول «ت» للطرف الواحد على نصف مساحتى دلالــة الطرفين ، ويبين الجدول رقم ١٤١ دلالة ت للطرفين لحدود الشـــك المساوية لــ ٠٫١٠ ، ٠٫٠٥ ، ٠٫٠٢ ، ٠٫٠١ ودلالة «ت» للطرف الواحد لحدود الشك المساوية لــ ٠٫٠٥ ، ٠٫٠٢٥ ، ٠٫٠١ ، ٠٫٠٠٥ ويدل جدول ١٤١ على أن دلالة ٠٫١٠ للطرفين يقابلها تماما دلالة ٠٫٠٥ للطرف الواحد وأن دلالة ٠٫٠٥ للطرفين يقابلها ٠٫٠٢٥ وهكذا بالنسبة للحدود الأخرى للدلالة •

دلالة الطرفين		٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
دلالة الطرف الواحد		٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
درجـــات الحرية	١	٦,٣١	١٢,٧١	٣١,٨٢	٦٣,٦٦
	٢	٢,٩٢	٤,٣٠	٦,٩٧	٩,٩٢
	٣	٢,٣٥	٣,١٨	٤,٥٤	٥,٨٤
	٤	٢,١٣	٢,٧٨	٣,٧٥	٤,٦٠
	٥	٢,٠٢	٢,٥٧	٣,٣٧	٤,٠٣
	٦	١,٩٤	٢,٤٥	٣,١٤	٣,٧١
	٧	١,٨٩	٢,٣٦	٣,٠٠	٣,٥٠
	٨	١,٨٦	٢,٣١	٢,٩٠	٣,٣٦
	٩	١.٨٣	٢,٢٦	٢,٨٢	٣,٢٥
	١٠	١,٨١	٢,٢٣	٢,٧٦	٣,١٧
	١١	١,٨٠	٢,٢٠	٢,٧٢	٣,١١
	١٢	١,٧٨	٢,١٨	٢,٦٨	٣,٠٥
	١٣	١,٧٧	٢,١٦	٢,٦٥	٣,٠١
	١٤	١,٧٦	٢,١٤	٢,٦٢	٢,٩٨
	١٥	١,٧٥	٢,١٣	٢,٦٠	٢,٩٥
	١٦	١,٧٥	٢,١٢	٢,٥٨	٢,٩٢
	١٧	١,٧٤	٢,١١	٢,٥٧	٢,٩٠
	١٨	١,٧٣	٢,١٠	٢,٥٥	٢,٨٨
	١٩	١,٧٣	٢,٠٩	٢,٥٤	٢,٨٦
	٢٠	١,٧٢	٢,٠٩	٢,٥٣	٢,٨٥
	٢١	١,٧٢	٢,٠٨	٢,٥٢	٣,٨٣
	٢٢	١,٧٢	٢,٠٧	٢,٥١	٢,٨٢
	٢٣	١,٧١	٢,٠٧	٢,٥٠	٢,٨١
	٢٤	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٩	٢,٨٠
	٢٥	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٩	٢,٧٩

جدول ١٤١ دلالة ت للطرفين وللطرف الواحد

	دلالة الطرفين	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
	دلالة الطرف الواحد	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
درجـــات الحرية	٢٦	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٨	٢,٧٨
	٢٧	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٧
	٢٨	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٦
	٢٩	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٦	٢,٧٦
	٣٠	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٦	٢,٧٥
	٣١	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٥	٢,٧٤
	٣٢	١,٦٩	٢,٠٤	٢,٤٥	٢,٧٤
	٣٣	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٣
	٣٤	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٣,٧٣
	٣٥	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٢
	٣٦	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٣	٢,٧٢
	٣٧	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٣	٢,٧٢
	٣٨	١,٦٩	٢,٠٢	٢,٤٣	٢,٧١
	٣٩	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤٣	٢,٧١
	٤٠	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤٢	٢,٧٠
	٥٠	١,٦٨	٢,٠١	٢,٤٠	٢,٦٨
	٦٠	١,٦٧	٢,٠٠	٢,٣٩	٢,٦٦
	٧٠	١,٦٧	١,٩٩	٢,٣٨	٢,٦٥
	٨٠	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٧	٢,٦٣
	٩٠	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٧	٢,٦٣
	١٠٠	١,٦٦	١,٩٨	٢,٣٦	٢,٦٣
	٢٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٥	٢,٦٠
	٣٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩
	٤٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩
	٥٠٠	١,٦٥	١,٩٦	٢,٣٣	٢,٥٩

(تابع) جدول ١٤١ — دلالة ت للطرفين وللطرف الواحد

حساب « ت » لمتوسطين في مرتبطين حيث $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

عندما يصبح عدد أفراد العينة الاولى مساويا لعدد أفراد العينة الثانية أى عندما تصبح $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢} = \text{ن}$

فان معادلة «ت» تختصر من صورتها العامة

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_{١} - \text{م}_{٢}}{\sqrt{\left[\frac{\text{ن}_{١}\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ن}_{٢}\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} - ٢}\right]\left[\frac{١}{\text{ن}_{١}} + \frac{١}{\text{ن}_{٢}}\right]}}$$

الى الصورة المختصرة التالية

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_{١} - \text{م}_{٢}}{\sqrt{\frac{\text{ن}(\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ع}_{٢}^{٢})}{٢(\text{ن} - ١)} \times \frac{٢}{\text{ن}}}}$$

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_{١} - \text{م}_{٢}}{\sqrt{\frac{\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن} - ١}}}$$

ودرجات الحرية فى هذه الحالة [1] $= (\text{ن} - ١) + (\text{ن} - ١)$
$= ٢\text{ن} - ٢$

ففى المثال السابق اذا كانت
$\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢} = ٨١$

---

1 - Mc. Nemar Q. Psychalogical Statistics. 1963. P.104.

وكانت البيانات الاخرى اللازمة لحساب «ت» كما هى ، أى أن

م١ = ٥٥ر٠٢ ، م٢ = ٥٣ر٢٠

ع١ = ١٦ر٣٣ ، ع٢ = ١٤ر٧٦

$$\therefore \text{ت} = \frac{٥٥,٠٢ - ٥٣٢٠}{\sqrt{\frac{١٦,٣٣^{٢} + ١٤,٧٦^{٢}}{٨١ - ١}}}$$

$$\text{ت} = \frac{١,٨٢}{\sqrt{\frac{٢٦٦,٦٦٨٩ + ٢١٧,٨٥٧٦}{٨٠}}}$$

$$\text{ت} = \frac{١,٨٢}{٢,٤٦}$$

$$\text{ت} = ,٧٤$$

و ∵ درجات الحرية = ٢ × ٨١ — ٢

= ١٦٠

و ∵ دلالة ت للطرفين ولدرجات حرية ١٦٠ ولمستوى ٠١ر هى ٢ر٦١ ولمستوى ٠٥ر هى ١ر٩٧ .

∴ فقيمة ت المساوية لـ ٧٤ر. غير دالة لمستوى ٠٥ر. أو لمستوى ٠١ر. أى أنه لا دلالة للفرق بين المتوسطين .

حساب «ت» لمتوسطين مرتبطين :

يرتبط المتوسطان عندما نجرى اختبارا على مجموعة من الأفـراد

ثم نعيد اجراء نفس الاختبار على نفس المجموعة فى وقت آخر كما يحدث ذلك مثلا عندما نحسب ثبات الاختبارات ، أى أن العينة التى يجرى عليها الاختبار الاول هى نفسها العينة التى يجرى عليها الاختبار الثانى • وفى هذه الحالة لا تساوى ن١ فقط ن٢ بل تصبح هى نفسها •

والمعادلة التى تستخدم فى حساب «ت» تختلف عن المعادلات السابقة فى أنها تعتمد أساسا على فكرة الفروق ، كما توضح ذلك المعـــادلة التالية •

$$ت = \frac{م_ف}{\sqrt{\frac{مج\ ح^{٢}ف}{ن(ن-١)}}}$$

حيث يدل الرمز م ن على متوسط الفروق ، وهو يساوى أيضا فرق المتوسطين •

وحيث يدل الرمز مج ح٢ ف على مربعات انحرافات الفروق عند متوسط تلك الفروق •

ويدل الرمز ن على عدد الافراد •

ودرجة الحرية فى هذه الحالة ن ـــ ١ لأن هناك ن ن الازدواج

وسنوضح فكرة تطبيق هذه المعادلة بالمثال الذى يبينه الجـــدول رقم ١٤٢ •

الرقم	س١	س٢	ف	ح ف	ح٢ ف
١	١٠	٧	٣	١	١
٢	٥	٣	٢	٠	٠
٣	٦	٧	١−	٣−	٩
٤	٧	٥	٢	٠	٠
٥	١٠	٨	٢	٠	٠
٦	٦	٤	٢	٠	٠
٧	٧	٥	٢	٠	٠
٨	٨	٢	٦	٤	١٦
٩	٦	٣	٣	١	١
١٠	٥	٦	١−	٣−	٩
مج	٧٠	٥٠	٢٠ م ف = ٢		٣٦

جدول ١٤٢ – يبين البيانات الإحصائية اللازمة لحساب ت

حيث يدل العمود الاول على أرقام الافراد ، ويدل العمود الثانى س١ على درجة الأفراد فى الاختبار الأول، ويدل العمود الثانى س٢ على درجات نفس الأفراد فى الاختبار الثانى ، وتدل الأعمدة التالية على نتائج العمليات الاحصائية اللازمة لحساب «ت» •

و ∵ مجموع فروق الدرجات = ٢٠

وعدد الأفراد ن = ١٠

∴ متوسط فروق الدرجات م ف = ٢

ويدل العمود ح ف على انحراف كل فرق من فروق الدرجات (العمود ف) عن متوسط الفرق ٢

ويدل العمود ح٢ ف على مربعات تلك الانحرافات ومجموعها فى هذه الحالة = ٣٦

وبالتعويض فى معادلة ت نجد أن

$$ت = \frac{٢}{\sqrt{\frac{٣٦}{١٠\ (١٠-١)}}}$$

$$= \frac{٢}{٠,٦٣٢٥}$$

$$= ٣,١٦$$

و ∵ درجات الحرية = ١٠ — ١ = ٩

وحد دلالة ف للطرفين بدرجات حرية ٩ لمستوى ٠٥ر٠ هى ٢٦ر٢ ولمستوى ٠١ر هى ٢٥ر٣

كما يدل على ذلك جدول ١٤١ •

∴ فقيمة ت المساوية لـ ١٦ر٣ دالة لمستوى ٥ر٠ وليست دالة لمستوى ٠١ر٠

حساب « ت » لدلالة فرق عينتين غير متجانستين :

عندما يختلف حجم العينة فتصبح $ن_١$ لا تساوى $ن_٢$ وعندما يختلف تبـاين العينتين فتصـــبح $ع^٢_١$ لا تساوى $ع^٢_٢$ فإن ت تحسب أولا بالطريقة العادية ثم تحسب قيمة أخرى هى ت لنحدد الدلالة الاحصائية للاختبار الثانى •

والمثال التالى [1] يوضح طريقة حساب ت

1 - Edwards, A. L. Experimental Design in Psychological Research, N. Y. Holt, 1971, P,P. 191 - 103.

$\text{م}_1 = ٢٠,٦$ $\text{م}_2 = ١٦,٠$

$\text{ع}_1^2 = ٢٨,٤٢$ $\text{ع}_2^2 = ٦,٧٢$

$\text{ن}_1 = ١٠$ $\text{ن}_2 = ٢٠$

وعلينا أولا أن نحسب التجانس بالنسبة الفائية بالطريقة التالية

∵ أن النسبة الفائية = $\dfrac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

$$\text{ف} = \frac{٢٨,٤٢}{٦٧٢}$$

$$\text{ف} = ٤,٢٣$$

و ∵ درجات حرية العينة الأولى = ١٠ — ١ = ٩

ودرجات حرية العينة الثانية = ٢٠ — ١ = ١٩

وبالكشف فى جداول ف بالجداول الاحصائية جدول ٢٦ نجـد أن قيمتها الدالة بدرجات الحرية السابقة عند مستوى ٠٥ر٠ هى ٢ر٨٨ .

∴ قيمة ف فى مثالنا هذا تساوى ٤ر٢٣

∴ فالعينتين غير متجانستين لأن الفرق بين ع_1^2 ، ع_2^2 فرق دال عند مستوى ٠٥ر٠

وعلينا الآن أن نحسب ت من معادلتها التالية .

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\dfrac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \dfrac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}}$$

$$\text{ت} = \frac{٢٠,٦ - ١٦}{\sqrt{\dfrac{٢٨,٤٢}{١٠} + \dfrac{٦,٧٢}{٢٠}}}$$

ت = $\frac{٤,٦}{\sqrt{٢,٨٤٢ + ٠,٣٣٦}}$

= ٣,٥٨

والخطوة التالية هى حساب $ت_١$ للعينة الاولى ، $ت_٢$ للعينة الثانية وذلك بالاستعانة بجداول ت لدلالة الطرفين .

فاذا حددنا مستوى الدلالة بـــ ٠,٠٥ للعينة الاولى

و ∵ درجة حرية العينة الاولى ٩

∴ قيمة $ت_١$ لدلالة الطرفين ولدرجات حرية ٩

ومستوى دلالة ٠,٠٥ من جدول ١٤١ هى

$ت_١$ = ٢,٢٦٢

وبالمثل اذا حددنا مستوى الدلالة : ٠,٠٥ للعينة الثانية

و ∵ درجات حرية العينة الثانية ١٩

∴ قيمـــة $ت_٢$ لدلالة الطرفين ولدرجات حرية ١٩ ومستوى دلالة ٠,٠٥ من جدول ١٤١ هى

$ت_٢$ = ٢,٠٩٣

ثم نحسب بعد ذلك ت عن طريق $ت_١$ ، $ت_٢$ لنحدد مستوى دلالة ت وذلك بالمعادلة التالية

$$ت = \frac{ت_١ \frac{ع_١^٢}{ن_١} + ت_٢ \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

وبما أن ت_1 = ٢,٢٦٢

و $\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1}$ = ٢,٨٤٢

وبما أن ت_2 = ٢,٠٩٣

و $\frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}$ = ٠,٣٣٦

إذن ت = $\frac{\text{٢,٦٢} \times \text{٢,٨٤٢} + \text{٢,٠٩٣} \times \text{٠,٣٣٦}}{\text{٢,٨٤٢} + \text{٠,٣٣٦}}$

ت َ = $\frac{\text{٦,٤٢٨٦} + \text{٠,٧٠٣٢}}{\text{٣,١٧٨}}$

ت َ = $\frac{\text{٧,١٣١٨}}{\text{٣,١٧٨}}$

ت َ = ٢,٢٤

و ∵ قيمة ت فى مثالنا هذا ٢٫٥٨ أكبر من قيمة ت عند مستوى دلالة ٠٫٠٥ التى تساوى ٢٫٢٤ ، اذن فالفرق بين المتوسطين م_1 ، م_2 دال عند مستوى ٠٫٠٥

تمارين على الفصل الثالث عشر

١ — ما هى أهم الشروط الواجب تحققها قبل استخدام اختبار ت لدلالة فروق المتوسطات .

٢ — ما هو أثر الاخلال بتلك الشروط على قيمة ت

٣ — ما الفرق بين دلالة ت للطرفين ودلالة ت للطرف الواحد .

٤ — احسب ت لمتوسطين غير مرتبطين حيث

م١ = ٥٠,٠٣	م٢ = ٥٧,٢٥
ن١ = ١٠٠	ن٢ = ١١٠
ع١ = ١٨,١٢	ع٢ = ١٦,٢٥

٥ — احسب ت لمتوسطين غير مرتبطين حيث

م١ = ٥٦,٢٣	م٢ = ٥٧,٧٢
ن١ = ٨٠	ن٢ = ٨٠
ع١ = ١٥,٢٤	ع٢ = ١٦,١١

لاحظ أن ن١ = ن٢ فى هذا التمرين

٦ — احسب ت للمتوسطين المرتبطين حيث

س١	١٥	١٩	١٨	٢٠	١٦	١٩
س٢	١٢	١٦	١٧	٢٥	١٤	١٧

٧ — احسب ت لفــروق متوسطى عينتين مختلفتين فى الحجم والتجانس حيث :

م١ = ٨٤	م٢ = ٩٠
ن١ = ١٢	ن٢ = ٢٠
$ع_1^2$ = ٢٥	$ع_2^2$ = ٦٤

الفصل الرابع عشر

الدلالة الاحصائية اللابرمترية لبدائل اختيار (ت)

مقـــدمة :

زاد الاهتمام منذ الخمسينيات بالاحصـــاء اللابرمترى لأهميته البالغة فى حساب الدلالة الاحصائية وخاصة عندما لا تصلح المقاييس البرمترية لحساب تلك الدلالة لعدم توفر الشروط اللازمة لاستخدامها •

وقد شاع استخدام هذا النوع من الاحصاء فى العينات الصــغيرة والصغيرة جدا التى قد يلجأ اليها الباحث النفسى لاختبار أدوات قياسه بطريقة مبدئية وسريعة ، وفى التوزيعات الحرة غير المقيدة بالتــوزيع الاعتدالى •

هذا ولا يقتصر استخدام الاحصاء اللابرمترى على هاتين الناحيتين بل يمتد أيضا للعينات الكبيرة . وتقترب أغلب مقاييسه فى توزيعاتها من التوزيع الاعتدالى تبعا لزيادة حجم العينة • وهو لذلك ينفرد بالتحليل الاحصائى لمستويات القياس الوصفى والرتبى • ويمتد أيضا للمستويات الاخرى للقياس الدقيق مثل النسبى ، بينما يقتصر مجال اســتخدام الاحصاء البرمترى على المستويات العليا للقياس التى تتمثل فى مقياس الفئات المتفاوتة ، والمقياس النسبى كما سيأتى بيان ذلك •

اولا : الاحصاء البرمترى واللابرمترى

الاحصاء اللابرمترى هو الاحصاء الذى لا يتقيد بالشروط الواجب توافرها لاستخدام الاحصاء البرمترى ، ولذلك فهو يتحرر من القيود المسبقة لشكل التوزيع التكرارى ، وحجم العينة ويصلح لمســـتويات

القياس التى لا يصلح لها الاحصاء البرمترى وخاصة لمقاييس التى تعتمد على مجرد تصنيف الأفراد التى تجمعت أو ترتيبهم ترتيبا تنازليا أو تصاعديا • لكنه بالرغم من كل هذا يعد أضعف كفاءة من البرمترى • وسنبين فيما يلى علاقة الاحصاء البرمترى واللا برمترى بشكل التوزيع التكرارى ، وبحجم العينة ، وبمستويات القياس ، وبقوة كفاءة الاختبار الاحصائى ، ثم ننتهى من ذلك كله الى تقويم احصاء كل منهما وذلك عن طريق تحديد مجالات استخدام كل نوع •

وتقتضى معالجة موضوع الدلالة الاحصائية اللابرمترية ارســاء قواعد هذا النوع الجديد والمفيد من التحليل الاحصائى • ولذا سنبين فيما يلى أهم المعالم الرئيسية للاحصاء اللابرمترى التى تهم الباحث فى الميادين النفسية والتربوية ، وطرق حسا بالدلالة الاحصائية اللا برمترية للعينات غير المرتبطة وللعينات المرتبطة •

(أ) شكل التوزيع التكرارى :

الفرق الجوهرى بين الاحصاء البرمترى والاحصاء اللابرمترى ، أن الاحصاء البرمترى يفترض للعينة مجتمعاً تشتق منه هو المجتمع الأب ، وأن التوزيع التكرارى لذلك المجتمع الأب توزيع اعتدالى ، وأن احصاءات العينة تعد صورة مقربة للمعلمات الاحصائية للمجتمع الأب (١) وأن مدى ابتعاد احصاءات العينة على معلمات المجتمع الأب يقاس بالخطأ المعيارى ، وبحدود الثقة ، ومثال ذلك مدى تمثيل متوسط العينة لمتوسط المجتمع الأب ودور الخطأ المعيارى لمتوسط العينة فى تحديد مدى اقتراب هذا المتوسط أو ابتعاده من متوسط المجتمع الأب الذى اشتقت منه العينة •

---

(١) نعنى هنا بإحصاءات العينة statistics مقاييس النزعة المركزية والتشتت التى نصف بها العينة ونستنتج منها معلمات Parameters المجتمع الأب أى مقاييس النزعة المركزية والتشتت لذلك المجتمع؛

أما الاحصاء اللا برمترى فيسمى أحياناً « احصاء التوزيعات الحرة لأنه لا يفترض أو يتطلب فى حساب الدلالة الاحصائية خصائص معينة للمجتمع الأب ، ولذا فهو يتحرر من أغلب الشروط التى تخضع لها عملية حساب (ت) أو (ف) فيصلح لحساب الدلالة الاحصائية عندما لا تصلح (ت) أو غيرها من الاختبارات الاحصائية البرمترية التى تعتمد فى صحة استخدامها على اعتدالية التوزيع التكرارى للمجتمع الأب •

وهكذا يعتمد الاحصاء البرمترى على افتراض مسبق للتـــــوزيع التكرارى لمتغيرات مجتمعة الأب ، ولا يتطلب الاحصاء اللابرمترى ذلك الافتراض المسبق •

(ب) حجم العينة :

يصلح الاحصاء اللابرمترى للعينات الصغيرة والصغيرة جدا التى قد يحول صغر حجمها دون صحة استخدام الاحصاء البرسترى ، لأن ذلك الصغر يؤثر على خصائص التوزيع التكرارى للعينة الصغيرة فتبتعد بذلك عن اعتدالية التوزيع التكرارى للمجتمع الأب •

(ج) قوة كفاءة الاختبار الاحصائى[1]:

بالرغم من تحرر الاحصاء اللابرمترى من الشروط التى قد تعوق أحيانا استخدام الاحصاء البرمترى الا أنها ليست فى قوة كفاءتها

ويعتمد مفهوم قوة كفاءة الاختبار الاحصائى على مستوى الدلالة وحجم العينة ، فبالنسبة لحجم معين من العينة فان الاختبار الذى يعطى مثلا مستوى دلالة ٠١ر٠ يعد أقوى كفاءة من الاختبار الذى يعطى لنفس ذلك الحجم مستوى دلالة ٠٥ر.

---

(١) قوة الكفاءة Power efficiency

وبطريقة أخرى يمكن تثبيت مستوى الدلالة عند ١٠ر٠ مثلا ثم مقارنة حجم العينة اللازم للوصول الى هذا الحد بالاختبار الاحصائى ا وحجم العينة اللازم للوصول الى هذا الحد بالاختبار الاحصائى ب •

ولذا تستخدم قوة الكفاءة لمقارنة اختبارين احصـــائيين لعينتين متساويتين ، فاذا كان حجم العينة فى الحالتين مساويا لـــ ٣٠ فـــردا فقد يكون الاختبار الاحصائى ا أقوى كفاءة من الاختبار الاحصائى ب، لكن قد يكون نفس الاختبار الاحصائى ب أقوى كفاءة بالنسبة لحجم العينة المساوية لـــ ٣٠ من الاختبار الاحصائى ا لحجم العينة المساوى لـــ ٢٠ • أى أننا نستطيع بهذا المعنى أن نزيد من قوة كفاءة الاختبار الاحصائى عن طريق زيادة عدد أفراد العينة •

ويدل مفهوم قوة الكفاءة على مقدار زيادة حجـــم العينة اللازم ليجعل دلالة الاختبار الاحصائى ب فى قوة دلالة الاختبار الاحصائى أ ، وخاصة اذا كان الاختبار الاحصائى ا أقوى الاختبارات فى مجاله[1] •

فاذا علمنا أن الاختبار ب يحتاج لعينة مقدارها ب ليصـــبح فى مستوى دلالة الاختبار ا لعينة أصغر من عينة ب وحجمها $ن_١$ •

إذن فقوة كفاءة الاختبار ب = ١٠٠ × $\frac{ن_١}{ن_ب}$ حيث $ن_١$ أصغر من $ن_ب$

وعلى سبيل المثال اذا احتاج الاختبار ب لعينة حجمها ٢٥ ليصبح مساويا لقوة كفاءة لاختبار ا فى عينة حجمها ٢٠ •

إذن قوة كفاءة الاختبار ب = ١٠٠ × $\frac{٢٠}{٢٥}$ = ٨٠ ٪

1- Siegel, S. Nonparametric Statistics, N.Y. McGraw-Hill, 1956, P.P. 20—21

وهذا يعنى أن لكل ٨ حالات فى اختبار ا نحتاج الى ١٠ حالات فى اختبار ب ليصبح ب مساويا فى قوة كفاءته لـ ا وذلك لأن ٨٠٪ = ٨٠ : ١٠٠ أو ٨ : ١٠ .

وبذلك يصبح الاختبار الاحصائى الاقوى كفاءة هو الاختبار الاحصائى الأكثر حساسية لأنه يصل الى مستويات الدلالة بعينة أصغر من غيره .

وتتميز اختبارات الدلالة البرمترية عن اللابرمترية فى هذه الصفة . أى أن الاختبارات الاحصائية البرمترية أقوى كفاءة من الاختبارات الأحصائية اللابرمترية .

لكننا نستطيع أن نتغلب على قسوة بعض شروط الاختبارات الاحصائية البرمترية وذلك باستخدام الاختبار الاحصائى اللابرمترى البديل ثم نزيد من حجم العينة حتى نرتفع بقوة كفاءة الاختبار البديل اللابرمترى الى مستوى كفاءة الاختبار البرمترى .

مستويات القياس :

القياس فى معناه الدقيق هو تعيين أعداد للظواهر التى نلاحظها وذلك بالطريقة التى تيسر لنا تحليل تلك الاعداد وفقا لقواعد محددة ، على أن يؤدى بنا ذلك التحليل الى اكتشاف خصائص الظاهرة التى نخضعها للقياس ، ولن يتأتى هذا الا اذا كانت العلاقة بين الظاهرة والاعداد التى تدل عليها علاقة مباشرة . ولذا لا يحق لنا أن ننعت الظواهر نعتا عدديا الا اذا تحقق التناظر بين تلك الظواهر والأعداد التى ننعتها بها (١) . وبذلك يجب أن تكون لكل خاصية من خصائص الأعداد ما يقابلها ويناظرها فى الظواهر التى نبحثها ، حتى تصبح عملية تعيين أعداد لتلك الظواهر عملية صحيحة .

(١) يسمى هذا التناظر بين الظاهرة والأعداد isomarphism

لكن لا يعنى هذا ضرورة اتصاف الظواهر بجميع خصائص الأعداد؛ لأن تلك الخصائص متعددة من أمثلتها التصنيف كما هو الحال بالنسبة لفئة الأعداد الفردية ولفئة الأعداد الزوجية ، والترتيب الذى يحدد للعدد ١٤ رتبة تلى العدد ١٣ ، والتتابع ، والاستمرار ، والاضافة وما يتبع تلك الاضافة من عمليات عددية أساسية تتمثل فى الطرح والضرب والقسمة . ولذا يمكن أن تجتزىء الظاهرة خاصة واحدة أو خصائص قليلة محدودة من خصائص الاعداد . وعندئذ لا يصح أن نخضع أعداد تلك الظاهرة لأكثر من خصائصها العددية المحدودة ، فقد لا يقبل الظاهرة مثلا أكثر من التصنيف ، أو قد لا تتعدى الترتيب الذى يتطلب ضمنا التصنيف .

ولا يصلح الاحصاء البرامترى لمعالجة الظواهر التى يقف بها مستواها عند التصنيف أو الترتيب ، من أجل هذا نشأ الاحصاء اللابرمترى لتحليل مثل تلك الظواهر ، فهو لذلك يعد الاداة الاحصائية لدراسة مستوى القياس التصنيفى ، ومستوى القياس الترتيبى .

وهكذا نصل فى نهاية هذا التحليل الى أن القياس الذى يعتمد على تعيين أعداد للظواهر يختلف فى مستواه تبعا لاختلاف مستويات التناظر التى يمكن أن تقوم بين الظواهر والخصائص المنطقية للاعداد .

وتتلخص أهم مستويات القياس فى التصنيفى ، والترتيبى ، والفئات المتساوية ، والنسبى (١). وسنبين فيما يلى خصائص كل مستوى من هذه المستويات ومدى صلاحية الاحصاء اللابرمترى والاحصاء البرمترى لكل منها .

---

(١) التصنيفى normative ، الترتيبى ordinal ، الفئات المتساوية interrval ؛ النسبى ratio

ا — المقياس التصنيفى :

يعد هذا المقياس ادنى مستويات القياس وأضعفها ، بل ان تسميته مقياسا قد تعد أحيانا تسمية مجازية ، لأنه يستخدم الأعداد فقط لمجرد تصنيف الأشياء أو الأفراد أو الخصائص والصفات وذلك بأن يرمز لكل صنف بعدد وتصبح هذه الأعداد فى تناظرها لما ترمز له مجرد تصنيفات، ولا يتطلب هذا التصنيف حتى مجرد الترتيب .

ومن أمثلة القياس التصنيفى فى الاحصاء الوصفى التـكرار لأنه مجرد عد مرات وجود الشئ وما يمكن أن يصير اليه ذلك التكرار من نسب عشرية ومئوية . والمنوال لأنه يدل على التكرار الأكثر ظهورا .

ومن أمثلة القياس التصنيفى فى الاحصاء الاستدلالى اختبار كا^2 ، وهو اختبار لابرمترى يستخدم التكرار لحساب حدود الدلالة الاحصائية ولا يعتمد على شكل التوزيع بل يصلح للتوزيعات الحرة كما سيأتى بيان ذلك .

ويعد معامل الارتباط الاقترانى مقياسا تصنيفيا لأنه يعتمد على مجرد تصنيف التكرار الى خلايا ولا يشترط خصائص معينة للتوزيع التكرارى كما سبق أن بينا ذلك .

وهكذا نخلص من ذلك كله إلى أن المقياس التصنيفى مقياس لابرمترى ومن أمثلته التكرار ، والنسب العشرية والمئوية والمنوال ، وكا^2 ، ومعامل الارتباط الاقترانى .

(ب) المقياس الترتيبى :

تعتمد فكرة المقياس الترتيبى على امكانية اعادة تنظيم البيـانات فى مراتب متتالية تبدأ بأصغرها وتنتهى بأكبرها أو تبدأ بأكبرها وتنتهى بأصغرها .

ولا يعنى هذا أن المسافات البينية بين مراتب المقياس متساوية ، وبذلك لا يشترط أن تكون المسافة بين الأول والثانى مساوية للمسافة بين الثانى والثالث لأن اختلاف تلك المسافات البينية لا يغير من الترتيب .

ويرمز للرتب المتتابعة بدرجات متتالية مثل الأول والثانى والثالث أو ١ ، ٢ ، ٣ .

والفرق بين المقياس التصنيفى والمقياس الترتيبى ، أن التصنيفى يعتمد على العلاقة التى تربط كل فردين بحيث يصبح احداهما أكبر من الآخر أو أصغر منه . وهذا قد يعنى أحيانا أن أكثر من فرد قد يشتركان فى رتبة واحدة ، وبذلك يتضمن المقياس الترتيبى فكرة التساوى أيضا .

ومن أمثلة المقياس الترتيبى مقياس ليكرت لقياس الاتجاهات حيث يصبح رمز موافق ١ ، ولا أدرى ٢ ، ومعارض ٣ ، كما يمكن عكس هذا الترميز فتصبح موافق ٣ ومعارض ١ .

هذا ، وينتمى الوسيط ومشتقاته (الارباعى ، والاعشارى ، والمئينى) الى المقياس الترتيبى ..وهو لذلك يصلح للمعالجة الاحصائية اللابرمترية وذلك عندما تكون البيانات فى أصلها مجرد ترتيب ، أما اذا كانت البيانات فى صورة درجات متتابعة ثم حولت الى ترتيب فالدرجات المتتابعة تصلح للمعالجة البرمترية .

وعندما تكون البيانات مجرد ترتيب فقط فانها لا تصلح بتلك الصورة لحساب المتوسط والانحراف المعيارى . ويشترط لحساب المتوسط والانحراف المعيارى أن تكون البيانات فى صورة درجات لا لمجرد ترتيب ، كما سيأتى بيان ذلك فى مقياس الفئات المتساوية .

(ج) مقياس الفئات المتساوية :

مقياس الفئات المتساوية ، مقياس متدرج تتساوى فيه المسافة بين كل درجة والتى تليها بحيث تصبح المسافة بين ٤ ، ٥ مساوية للمسافة بين ٣ ، ٤ أو المسافة بين الفئة ٧ ـــ ٩ مساوية للمسافة بين الفئة ١٠ ـــ ١٢ ، كما هو الحال بالنسبة لقياس الاطوال أو لدرجات الافراد فى اختبار ما للذكاء أو للتحصيل فى الحساب .

وبذلك يتميز هذا المقياس بأن له وحدة للقياس ثابتة الطول ، وهى التى يقاس بها البعد بين كل درجة والتى تليها ، ولا يشترط فى تحديد وحدة القياس أكثر من مجرد الاتفاق أو الاصطلاح عليها ، فلا معنى مثلا للسنتيمتر الا ذلك المعنى الاصطلاحى ، وكذلك فلا معنى لدرجة الخام فى المقاييس النفسية الا ما يعطى للاجابة الصحيحة على سؤال ما .

وكذلك لا يشترط فى وحدة القياس أن تبدأ بصفر مطلق ، كما سيأتى بيان ذلك فى المقياس النسبى الذى يبدأ تدريجه بصفر مطلق .

ولا يتأثر هذا المقياس اذا أضيف عدد ثابت لكل درجة من درجاته أو طرح منها ولا يتأثر كذلك اذا ضربت كل درجة من درجاته فى عدد ثابت أو قسمت عليه .

ويعد هذا المقياس مقياسا كميا صحيحا وذلك بخلاف المقياسين السابقين ، أى التصنيفى والترتيبى فانهما ليسا مقاييس كمية بالمعنى الدقيق للقياس الكمى .

ولذلك فمقياس الفئات المتساوية يصلح لجميع عمليات الاحصاء البرمترى أي المتوسط والانحراف المعيارى والارتباط ، والاختبارات ف ، ت ، وما يماثلهما .

(د) المقياس النسبى :

المقياس النسبى هو المقياس الذى يعتمد فى بدئه على الصفر المطلق ، مثل المقياس العلمى للحرارة الذى يبدأ بصفر مطلق قيمته — ٢٧٣ ، وقد سبق أن بينا فى دراستنا للمعايير الاحصائية كيف يمكن الحصول على صفر مطلق للمقاييس النفسية ، وذلك بازاحة التوزيعات الاعتدالية حتى يصل بدء القياس الى نقطة تلاشى الفروق الفردية أو النهاية الصغرى لها .

ويسمى هذا المقياس مقياسا « نسبيا » لأن النسبة بين أى درجتين من درجاته لا تتأثر بوحدة القياس ، ومن أمثلة ذلك مقاييس الاوزان أيا كان نوع هذه المقاييس سواء أكانت بالجرام أم بالأوقية لأن صفر المقياس معناه عدم وجود حرارة لأنه مجرد اصطلاح . فاذا قدرنا وزن كتلتين بالجرام وبالأوقية فان النسبة بين وزنيهما بالجرام تساوى النسبة بين وزنيهما بالاوقية . ولا يشترط لتساوى هذه النسبة تساوى وحدة المقياسين أى الجرام والاوقية .

والاعداد التى يعتمد عليها المقياس النسبى أعداد حقيقية تعتمد فى بدئها على صفر مطلق . ووحدات المقياس النسبى وحدات اصطلاحية شأنها فى ذلك شأن مقياس الفئات المتساوية .

ويصلح المقياس النسبى لحساب المتوسط الهندسى .

مجالات الاحصاء اللابرمترى والاحصاء البرمترى :

يصلح الاحصاء اللابرمترى لجميع مستويات المقاييس السابقة أى التصنيفى ، والترتيبى وللفئات المتساوية ، والنسبى : بينما لا يصلح البرمترى الا للمستويين الاخيرين أى للفئات المتساوية وللنسبى فقط . وبذلك يصبح اللابرمترى أشمل من البرمترى .

لكن بما أن قوة كفاءة الاحصاء اللابرمترى أقل من قوة كفــاءة الاحصاء البرمترى اذن فعلينا أن نقصر استخـــدام اللابرمترى على التصنيفي والترتيبى • وعندما نستخدم الاحصاء اللابرمترى للفئــات المتساوية وللنسبى فعلينا أن نذكر أننا لا نستخدمه الا للتقدير المبدئى السريع على أن يتلوه بعد ذلك الاحصاء البرمترى • وعلينا أن نذكر أيضا أن استخدام الاحصاء اللابرمترى فيه اهدار لجزء كبير من البيانات التى نحللها لأنه لا يستخدم الا جزءا يسيرا من تلك البيانات كأن يقصر تحليله على مجرد زيادة أو نقصان ظاهرة عن ظاهرة أخرى ولا يتطلب استخدامه حتى مجرد القيمة الكمية أو العددية لتلك الزيادة أو ذلك النقصان •

هذا ويجب أن نذكر أن مستوى المقياس النسبى نادرا ما يستخدم فى الاحصاءات النفسية ، وبذلك يصبح مجال الاحصاء البرمترى محصورا فى مستوى مقياس الفئات المتساوية •

وبالرغم من ذلك فان استخدامه فى ذلك المستوى يكاد يمتد لجميع أبعاد القياس العقلى المعرفى • وأن خير ما يستخدم فيه الاحصــــاء اللابرمترى هو سمات الشخصية والاتجاهات النفسية •

وتعتمد اختبارات الدلالة الاحصائية المتحررة من افتراضــــات وقيود شروط التوزيع التكرارى للمجتمع الأب على الاحصاء اللابرمترى مثل اختبار كا٢ وبدائل كما سنبين ذلك فيما بعد • وعندما تتحقق تلك الشروط فالاجدر بالباحث أن يستخدم اختبارات الدلالة البرمترية مثل ف ، ت وما يماثلهما (١)• ولو اقتضى ذلك زيادة حجم العينة •

وعندما يلتوى التوزيع التكرارى التواء شديدا فيبتعد بذلك عن التوزيع الاعتدالى فانه يمكن تحويل مثل تلك التوزيعات الى توزيعات

اعتدالية عن طريق لوغاريتم المحور السينى أو لوغاريتم المحور الصادى أو هما معا كما سبق أن بينا ذلك فى تحويل المعايير الثائية غير الخطيـة الى معايير ثائية خطية •

وتستخدم المقاييس اللابرمترية للحصول على دلالة سريعة ، وفى الحالات التى يصعب فيها زيادة حجم العينة ، وتحويل التوزيعات الحرة الى توزيعات اعتدالية •

ثانيا ــ اختبارات الدلالة اللابرمترية

سنبين فيما يلى أهم اختبارات الدلالة اللابرمترية التى تستـخدم بدلا من اختبار (ت) وذلك عنـدما تتحقق الشروط الاحصائية اللازمة لاستخدام اختبار (ت) •

وأهم هذه الاختبارات اختبار مان وتينى للعينتين الصـــغيرتين والكبيرتين غير المرتبطتين ، واختبار ويلكوكسون للعينتين الصـــغيرتين والكبيرتين المرتبطتين •

اختبار مان وتينى Mann — Whitney

يستخدم اختبار مان وتينى للكشف عن دلالة الفـــروق بدلا من اختبار ت وذلك عندما تكون العينتان غير مرتبطتين •

وتتلخص الحالات التى يصلح لها اختبار مان وتينى تبديل من اختبار ت فيما يلى :

١ ــ عندما تكون البيانات التى حصل عليها الباحث لمتغيرات بحثه مجرد رتب ، أو درجات يمكن تحويلها لرتب •

٢ ــ وعندما يكون توزيع الدرجات غير اعتدالى ، وبذلك لا يشترط هذا الاختبار اعتدالية التوزيع بل تحرر تماما من هذا الشرط الذى يقيد استخدام اختبار ت •

٣ — وعندما لا تكون العينتان متجانستين ، أى عندما لا تصبح قيمة «ف» دالة .

والمثال التالى يوضح طريقة حساب دلالة الفـروق باختبـار مان ويتنى لدرجات عينتين صغيرتين . وسنرمز للعينة الاولى بالرمز ١ وللعينة الثانية بالرمز ٢ .

وتبدأ عملية حساب الدلالة بتسجيل درجات الافراد فى كل عينة من العينتين فى جدول مثل الجدول رقم ١٥٢ ، وتحويل هذه الدرجات الى رتب بحيث يكتب أمام كل درجة رتبتها فى العينتين وليس مجرد رتبتها فى عينتها التى تنتمى اليها .

العينة الثانية ن٢ ..			العينة الأولى ن١		
الرتبة	الدرجة	الرقم	الرتبة	الدرجه	الرقم
٥	٢٣	١	١	٣	١
٧	٣٧	٢	٢	٥	٢
٨	٦٤	٣	٩	٩٧	٣
٦	٢٤	٤	٣	١٢	٤
٤	١٤	٥			
			١٥	=	مجموع الرتب مج ب

جدول ١٥٢ يبين طريقة تسجيل البيانات لحساب الدلالة بطريقة مان ويتنى

وتدل بيانات هذا الجدول على أن الدرجة ٣ هى أقل درجات أفراد العينتين ولذلك أصبحت رتبتها ١ وقد سجلت هذه الرتبة أمامها . وهكذا تستمر عملية ترتيب درجات أفراد العينتين حتى تصل الى آخر تلك الرتب وهى ٩ فنسجلها أمام أكبر درجة فى العينتين وهى الدرجة ٩٧ .

فى مثالنا هذا العينة الاولى لأنها مكونة من ٤ أفراد فقط • بينما يبلغ عدد أفراد العينة الثانية ٥ أفراد • فاذا كان عدد أفراد العينتين متساويا فلنا أن نبدأ بأيهما دون تفضيل احداهما على الاخرى • وقد سجلنا حاصل جمع رتب العينة الاولى وهو ١٥ فى أسفل العمود الثالث من الجدول السابق • ورمزنا لهذا المجموع بالرمز مجـ ب •

ولا يبقى علينا بعد أن بينا فكرة الترتيب المشترك ، ومجموع رتب العينة الصغرى الا أن نسجل كل البيانات العددية التى نحتاجها لحساب دلالة الفروق بطريقة مان وتينى وهما كما يلى :

مجموع رتب العينة الصغرى $مج_{ب} = ١٥$

عـــدد أفراد العينة الصغرى $ن_{١} = ٤$

عـــدد أفراد العينة الكبرى $ن_{٢} = ٥$

وتتطلب حساب الدلالة معرفة القيمه العددية لـــ ى حيث أن

$$ى = ن_{١} \times ن_{٢} + \frac{ن_{١} (ن_{١} + ١)}{٢} - مج_{ب}$$

وبالتعويض فى المعادلة السابقة نحصل على القيمة العددية لـــ ى كما يلى :

$$ى = ٤ \times ٥ + \frac{٤ (٤ + ١)}{٢} - ١٥$$

$$= ٢٠ + \frac{٢٠}{٢} - ١٥$$

$$= ١٥$$

وتحسب الدلالة بالنسبة لأصغر القيمتين ى أو ىَ ، وبما أن القيمة العددية لـــ ىَ وهى ٥ أصغر من القيمة العددية لـــ ى •

فأساس مقارنة الدلالة هو العدد ٥ •

وللكشف عن دلالة الفروق نبحث فى جدول ١٥٣ أو ١٥٤ عن القيمة الجدولية التى تقابل ى للعينتين ن١ = ٤ ؛ ن٢ = ٥ فنجد أن القيمة الجدولية لـ ى َ تساوى ١ فى الجدول رقم ١٥٣ •

وتصبح الفروق دالة اذا كانت قيمة ى َالمحسوبة مساوية لقيمة ى الجدولية أو أصغر منها ، وبالعكس تصبح قيمة ى غير دالة اذا زادت قيمتها المحسوبة عن القيمة الجدولية لـ ى َ •

و ∵ قيمة ى المحسوبة = ٥

وقيمة ى َالجدولية = ١

∴ فالفروق غير دالة لمستوى ٥٠ر٠ (دلالة طرفين) •

ن١ / ن٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٤	—	—	صفر	—	—	—	—
٥	—	صفر	١	٢	—	—	—
٦	—	١	٢	٣	٥	—	—
٧	—	١	٣	٥	٦	٨	—
٨	صفر	٢	٤	٦	٨	١٠	١٣

جدول رقم ١٥٣ — قيم الدلالة الاحصائية
لاختبار ى لمستوى ٥ر٠ للطرفين (١)

Mann, H.B. and whitney, D.R., "On a test of whether (1) one of two random variables is stochastically larger than the other, annals of Mathmatical Statistics, 1947, V. 18, 52—4.

ن٢ / ن١	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٩		صفر	٢	٤	٧	١٠	١٢	١٥	١٧	٢٠	٢٣	٢٦	٢٨	٣١	٣٤	٣٧	٣٩	٤٢	٤٥	٤٨
١٠		صفر	٣	٥	٨	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣	٢٦	٢٩	٣٣	٣٦	٣٩	٤٢	٤٥	٤٨	٥٢	٥٥
١١		صفر	٣	٦	٩	١٣	١٦	١٩	٢٣	٢٦	٣٠	٣٣	٣٧	٤٠	٤٤	٤٧	٥١	٥٥	٥٨	٦٢
١٢		١	٤	٧	١١	١٤	١٨	٢٢	٢٦	٢٩	٣٣	٣٧	٤١	٤٥	٤٩	٥٣	٥٧	٦١	٦٥	٦٩
١٣		١	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٣	٣٧	٤١	٤٥	٥٠	٥٤	٥٩	٦٣	٦٧	٧٢	٧٦
١٤		١	٥	٩	١٣	١٧	٢٢	٢٦	٣١	٣٦	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥	٥٩	٦٤	٦٧	٧٤	٧٨	٨٣
١٥		١	٥	١٠	١٤	١٩	٢٤	٢٩	٣٤	٣٩	٤٤	٤٩	٥٤	٥٩	٦٤	٧٠	٧٥	٨٠	٨٥	٩٠
١٦		١	٦	١١	١٥	٢١	٢٦	٣١	٣٧	٤٢	٤٧	٥٣	٥٩	٦٤	٧٠	٧٥	٨١	٨٦	٩٢	٩٨
١٧		٢	٦	١١	١٧	٢٢	٢٨	٣٤	٣٩	٤٥	٥١	٥٧	٦٣	٦٧	٧٥	٨١	٨٧	٩٣	٩٩	١٠٥
١٨		٢	٧	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٥	٦١	٦٧	٧٤	٨٠	٨٦	٩٣	٩٩	١٠٦	١١٢
١٩		٢	٧	١٣	١٩	٢٥	٣٢	٣٨	٤٥	٥٢	٥٨	٦٥	٧٢	٧٨	٨٥	٩٢	٩٩	١٠٦	١١٣	١٢٥
٢٠		٢	٨	١٣	٢٠	٢٧	٣٤	٤١	٤٨	٥٥	٦٢	٦٩	٧٦	٨٣	٩٠	٩٨	١٠٥	١١٢	١١٩	١٢٧

جدول ١٥٤ قيم الدلالة الاحصائية الاختبـــارى لمستوى ٠٫٠٥ للطرفين (١)

اختبار مان ويتنى أو اختبار «ى» للعينات الكبيرة :

تعد العينات كبيرة بالنسبة لاختبار «ى» اذا جاوز حجم أكبر العينتين ٢٠ فردا لأن التوزيع التكرارى لـ«ى» يقترب جدا من التوزيع الاعتدالى عندما يقترب حجم أحد العينتين من ٢٠ ويصبح اعتداليا عندما يزيد عدد الأفراد عن ٢٠ ؛ من أجل هذا لم تعد جداول للدلالة الاحصائية لـ «ى» لعينة يزيد عدد أفرادها عن ٢٠ .

وتحسب الدلالة الاحصائية لاختبار «ى» للعينات الكبيرة وذلك عن طريق الخطأ المعيارى لـ «ى» أى $ع_{ى}$ من المعادلة التالية .

$$ع_{ى} = \sqrt{\frac{ن_{1} ن_{2} (ن_{1} + ن_{2} + 1)}{12}}$$

ثم نحسب بعد ذلك الدرجة المعيارية باستخدام ذلك الخطأ المعيارى واعتبار أنه انحراف معيارى فى معادلة الدرجة المعيارية التى يتكون بسطها من الانحراف ومقامها من الانحراف المعيارى . وبذلك تصبح معادلة الدرجة المعيارية لـ «ى» هى

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{ى - \frac{ن_{1} ن_{2}}{2}}{ع_{ى}}$$

ولا يتطلب استخدام هذه المعادلة من البيانات الا معرفة حجم العينتين $ن_{1}$ ، $ن_{2}$.

وحساب القيمة العددية لـ «ى» بنفس الخطوات التى اتبعناها فى حساب «ى» للعينات الصغيرة الاقل حجما من ٢٠ فردا .

Aube, D. "Extended tables for the Mann - Whitney (1) statistic", Bulletin of the 'Institule of Educational Research at Indiana University, 1953, N, N2.

هذا واذا جاوزت قيمة الدرجة المعيارية ١٫٩٦ عد الفرق دالا بحد دلالة ٠٫٠٥ لدلالة الطرفين • واذا جاوزت قيمة الدرجة المعيارية ٢٫٥٨ عد الفرق دالا بحد دلالة ٠٫٠١ لدلالة الطرفين .

اختبار ويلكوكسون Wilcoxon للعينات الصغيرة :

يعد هذا الاختبار الاحصائى هو الاختبار اللابرمترى المقابل لاختبار ت البرمترى لحساب دلالة فروق المتوسطات المرتبطة • ولذا فهو يصلح للمجموعات المتكافئة التى يناظر كل فرد فى احدى المجموعات فردا آخر فى المجموعة المتكافئة • ومن أمثلة هذه العينات المتكافئة تناظر أفراد العينة التجريبية مع أفراد العينة الضابطة •

ويصلح هذا الاختبار أيضا لقياس دلالة فروق متوسطات درجات مجموعة من الافراد فى اختبار ما ودرجات نفس المجموعة فى اختبار آخر •

وبما أن اختبار ويلكوكسون اختبار لابرمترى فهو لذلك يصلح للتوزيعات الحرة غير المقيدة بشكل التوزيع التكرارى للمجتمع الاب • ويصلح للعينات الصغيرة ، وللعينات غير المتجانسة كما سبق أن بينا ذلك فى مجالات استخدام اختبار «ى» لمان وتينى •

وتعتمد فكرة اختبار ويلكوكسون على فروق الدرجات وعلى الاشارة الجبرية لتلك الفروق وعلى ترتيب تلك الفروق كما سيأتى بيان ذلك بالتفصيل فى الطريقة التى سنوضح بها حساب الدلالة الاحصائية باستخدام اختبار ويلكوكسون •

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الدلالة الاحصائية لفروق درجات أفراد مجموعتين متناظرتين الاولى ضابطة والثانية تجريبية • والجدول رقم ١٥٥ يلخص البيانات العددية اللازمة لحساب دلالة الفروق •

درجات أفراد المجموعة الضابطة	درجات أفراد المجموعة التجريبية	الفروق	ترتيب الفروق
٣٠	٣١	١−	١
٣٢	٣٤	٢−	٢
١٦	٢٩	٧	٥
٣٢	٢٧	٥	٤
٥٤	٣٧	١٧	٦
٣٦	٣٣	٣	٣
٦٨	٣٢	٣٦	٧
١١٢	٣٢	٨٠	٨

جدول ١٥٥ يبين طريقة حساب دلالة الفروق باختبار ولكوكسون

وقد حسبت فروق درجات أفراد المجموعتين فى العمود الثالث من ذلك الجدول مع الاحتفاظ بالاشارة الجبرية لاتجاه الفرق سالبا كان أم موجبا ثم رتبت الفروق بعد ذلك ترتيبا تصاعديا من الاصغر الى الاكبر فى العمود الرابع • وقد تغاضينا فى ذلك الترتيب من الاشارات الجبرية ، وعلينا بعد ذلك أن نحسب مجموع رتب أقل الاشارات الجبرية تكرارا • والاشارة الاقل تكرارا فى مثالنا هذا هى الاشارة السالبة ومجموع رتبها ج يساوى ٣ أى أن

ج = ١ + ٢ = ٣

وبالكشف فى جدول ١٥٦ عن دلالة ج نجد أنه عندما يكون عدد الازواج ٨ تكون القيمة الجدولية لدلالة ج مساوية لـ ٤ •

وتصبح ج المحسوبة دالة اذا ساوت ج الجدولية أو قلت عنها •

وبما أن قيمة ج المحسوبة تساوى ٣ وهى أقل من القيمة الجدولية ٤ اذن فالفروق بين المجموعتين الضابطة والتجريبية دالة لمستوى ٠٥ر٠ دلالة طرفين •

ن	ج	ن	ج
٦	١	١٦	٣٠
٧	٢	١٧	٣٥
٨	٤	١٨	٤٠
٩	٦	١٩	٤٦
١٠	٨	٢٠	٥٢
١١	١١	٢١	٥٩
١٢	١٤	٢٢	٦٦
١٣	١٧	٢٣	٧٣
١٤	٢١	٢٤	٨١
١٥	٢٥	٢٥	٩٠

جدول ١٥٦ ويلكوكسون لحساب دلالة الفروق لمستوى **٥٠ر٠ دلالة طرفين**

اختبار ويلكوكسون للعينات الكبيرة :

يقترب التوزيع الاحصائى لـــ ج من التوزيع **الاعتدالى كلما زاد** حجم العينة • ويكاد يصبح هذا التوزيع اعتداليا عندما يصـــل عدد الازواج الى ٨ زوجا •

وتحسب دلالة الفروق فى مثل تلك الحالات عن طريق **الخطـــأ** المعيارى لـــ ج وسنرمز لهذا الخطأ المعيارى بالرمز عج **ونحسب قيمته** العددية من المعادلة التالية :

$$\text{ع}_{\text{ج}} = \sqrt{\frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(2\text{ن}+1)}{24}}$$

وعلينا بعد ذلك أن نحسب الدرجة المعيارية وذلك **بقسمة الانحراف** على الخطأ المعيارى • ونحسب القيمة العددية لهذه **الدرجة من المعادلة التالية :**

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{ج} - \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)}{4}}{\text{ع}_{\text{ج}}}$$

وتصبح ج دالة فى اختبار الطرفين ولمستوى دلالة ٠٥ر٠ اذا زادت قيمتها عن ١٫٩٦ وتصبح دالة لمستوى دلالة ٠١ر٠ اذا زادت قيمتها عن ٢٫٥٨ .

تمارين على الفصل الرابع عشر

١ — احسب دلالة الفروق لمجموعتين غير مرتطبتين ، احداهمـــا تجريبية وعدد أفرادها ٣ ودرجاتهم ٩ ، ١١ ، ١٥ والاخرى ضـــابطة وعدد أفرادها ٤ ودرجاتهم ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٣ .

٢ — احسب دلالة الفروق لمجموعتين مرتبطتين ، والجدول التالى يبين البيانات الاحصائية لدرجات الافراد فى الطريقة الاولى ودرجات نفس الافراد فى الطريقة الثانية والمطلوب

رقم الفــرد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الدرجة فى الطريقة الأولى	٨٢	٦٩	٧٣	٤٣	٥٨	٥٦	٧٦
الدرجة فى الطريقة الثانية	٦٣	٤٢	٧٤	٣٧	٥١	٤٣	٨٠

هو المفاضلة بين الطريقتين .

٣ — احسب دلالة الفروق لمجموعتين غير مرتبطتين تجريبية وضابطة وعدد أفراد كل منها ٢٢ وذلك باستخدام اختبار مان وتينى للعينـــات الكبيرة وبيان درجات الافراد كما يلى :

التجريبية	١٩	١٩	٢٦	١٥	١٨	٣٠	١٨	٣٠	٢٦	٢٨	١٣
الضابطة	١٧	٢٢	٢٥	١٤	١٩	٣٤	١٢	٢٥	٢٨	٢٢	١٢
التجريبية	٢٣	٣٤	١٧	٣٣	٢٤	٣٢	٣٤	٢٩	١٨	٢١	٢٣
الضابطة	٢١	٣٧	٢٠	٣٠	٢١	٠٩	٣١	٢٥	٢٠	٣١	٢٤

٤ — احسب دلالة الفروق للدرجات المبينة فى التمرين رقم ٣ مع افتراض أن هذه هى درجات نفس الافراد فى طريقتين مختلفتين وذلك باستخدام اختبار ويلكوسون للعينات الكبيرة .

الفصل الخامس عشر

اختبار كا² للدلالة الاحصائية اللابرمترية

ترجع النشأة الاولى لـ كا² الى البحث الذى نشره كارل بيرسون فى أوائل القرن ، وهى تعد من أهم اختبارات الدلالة الاحصائية وأكثرها شيوعا لأنها لا تعتمد على شكل التوزيع التكرارى ، ولذا فهى تعد من المقاييس اللابرمترية أى مقاييس التوزيعات الحرة ، ولأنها تحسب لكل خلية من خلايا أى جدول تكرارى ثم تجمع القيم الجزئية للحصـــــول على القيمة الكلية لـ كا² .

وتستخدم كا² لحساب دلالة فروق التكرار أو البيانات العددية التى يمكن تحويلها الى تكرار مثل النسب والاحتمالات .

وسنتناول فيما يلى الفكرة الرئيسية التى تعتمد عليها عملية حساب كا² ، والطريقة العامة لحسابها التى تصلح لأى نوع من أنواع الجداول التكرارية ، والطرق المختصرة التى تصلح لبعض حالات حســـاب كا² وأهمها حساب دلالة فرق تكرارين ، ودلالة فروق تكرار الجدول الرباعى

أساس الطريقة العامة لحساب كا² :

الأصل فى كا² أنها مقياس لمدى اختلاف التكرار المشاهد أو الواقعى عن التكرار المحتمل أو المتوقع وهى فى الواقع مجموع مربعات انحرافات التكرار الواقعى عن التكرار المتوقع ثم تنسب مربعات الانحراف بعد ذلك الى التكرار المتوقع .

هذا وكلما زاد هذا الانحراف زادت تبعا لذلك دلالة الفـــرق بين التكرارين ، الواقعى والمتوقع. وأصبح طبقا لهذه الزيادة متمايزا عن الصفر الاحصائى .

وتبين المعادلة التالية الطريقة العامة لحساب كا٢

$$\text{كا}^{2} = \text{مجـ} \frac{(\text{ت و} - \text{ت م})^{2}}{\text{ت م}}$$

حيث يدل الرمز مجـ على المجموع ، ومعنى هذا حساب القيمـــة الجزئية لـ كا٢ لكل خلية من خلايا الجداول التكرارية مهما كانت صورة هذه الجداول ثم تجمع تلك النتائج للحصول على القيمة النهائية لـ كا٢

ويدل الرمز ت‌و على التكرار الواقعي .

ويدل الرمز ت‌م على التكرار المتوقع ، وتختلف طريقة حســابه لخلايا الجدول التكرارى ١ × ن عن طريقة حسابه لخلايا الجـــدول التكرارى ن × ن كما سيأتى بيان ذلك .

ويدل بسط هذه المعادلة (ت‌و ـ ت‌م)٢ على مربع انحراف التكرار الواقعى عن التكرار المتوقع .

الطريقة العامة لحساب كا٢ للجدول التكرارى ١ × ٢ :

يتكون الجدول التكرارى ١ × ٢ من سطر واحد يحتـــوى على تكرارين مثل تكرار نعم وتكرار لا فى الاجابة على سؤال معين ، ويحسب التكرار المتوقع بقسمة حاصل جمع التكرارين على ٢ ثم تحسب كا٢ من المعادلة العامة .

فمثلا اذا أجاب ٨٠ فردا على سؤال فى استبيان وكان تكرار القبول ٦٠ وتكرار الرفض ٢٠ فان :

$$\text{التكرار المتوقع} = \frac{٦٠ + ٢٠}{٢} = ٤٠$$

وبالتعويض فى المعادلة $$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{مج}\,(\text{ت و} - \text{ت م})^{٢}}{\text{ت م}}$$

نجد أن $$\text{كا}^{٢} = \frac{(٦٠ - ٤٠)^{٢}}{٤٠} + \frac{(٢٠ - ٤٠)^{٢}}{٤٠}$$

$$= \frac{٤٠٠}{٤٠} + \frac{٤٠٠}{٤٠}$$

$$= ٢٠$$

وعلينا بعد ذلك أن نكشف عن دلالة هذه القيمة المساوية لـ ٢٠ من جدول كا^{٢} وهذا يتطلب حساب درجات الحرية باعتبار أن لدينا فئتين عن التكرار أى تكرار القبول وتكرار الرفض ، وبما أن تحديد القيمة العددية لإحدى الفئتين يحدد الأخرى اذا عرف المجموع .

∴ درجات الحرية = ٢ ـ ١ = ١

وبالكشف عن دلالة كا^{٢} فى الجداول الاحصائية (جدول رقم ٢ ص ٢) نجد أن قيمة كا^{٢} المساوية لـ ٢٠ تزيد عن قيمة كا^{٢} لحد دلالة ٠٠١ر بدرجة حرية واحدة تساوى ١٠٫٨٢٧ . اذن كا^{٢} المساوية لـ ٢٠ دالة لأكثر من ٠٠١ر.

الطريقة المختصرة لحساب كا^{٢} للجدول التكرارى ١ × ٢ :

أبسط طريقة لحساب كا^{٢} لدلالة الفرق بين تكرارين هى خارج قسمة مربع فرق التكرارين على مجموعهما . أى أن :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(\text{ت}_{١} - \text{ت}_{٢})^{٢}}{\text{ت}_{١} + \text{ت}_{٢}}$$

حيث يدل الرمز ت$_{١}$ على التكرار الاول والاكبر .

ويدل الرمز ت٢ على التكرار الثانى والاصغر •

وبتطبيق هذه المعادلة على المثال السابق حيث كان تكرار القبول ٦٠ وتكرار الرفض ٢٠ ومجموع التكرارين ٨٠ ، نجد أن

$$كا^٢ = \frac{(٦٠ - ٢٠)^٢}{٨٠} = ٢٠$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها فى المثال السابق باستخدام التكرار الواقعى ، والتكرار المتوقع •

الطريقة العامة لحساب كا٢ لجداول تكرار ١ × ن :

سبق أن بينا طريقة حساب التكرار المتوقع وبالتالى كا٢ لجداول التكرارين أى لجداول ١ × ٢ •

ولا تختلف طريقة حساب التكرار المتوقع مهما اختلفت قيم ن • فمثلا عندما تصبح ن مساوية لـ ٣ ويصبح الجدول التكرارى ١ × ٣ فان التكرار المتوقع يساوى خارج قسمة مجموع التكرارى على ٣ كما يوضح ذلك الجدول رقم ١٥٧ • وبما أن مجموع

الاستجابات	موافق جداً	لا أدرى	أعارض جداً	مجموع التكرار
التكرار	١٢	٢	١٦	٣٠

جدول ١٥٧ — بين تكرار الاستجابات
على سؤال فى استبيان

التكرار يساوى ٣٠ ، اذن .

$$التكرار\ المتوقع = \frac{٣٠}{٣} = ١٠$$

وبالتعويض فى المعادلة :

$$\text{كا}^{2} = \text{مج}\ \frac{(\text{ت و} - \text{ت م})^{2}}{\text{ت م}}$$

نجد أن

$$\text{كا}^{2} = \frac{(١٢ - ١٠)^{2}}{١٠} + \frac{(٢ - ١٠)^{2}}{١٠} + \frac{(١٦ - ١٠)^{2}}{١٠}$$

$$= ٠,٤ + ٦,٤ + ٣,٦$$

$$= ١٠,٤$$

وبما أن درجات الحرية فى هذه الحالة هى ٣ — ١ = ٢

وبما أن حد الدلالة لدرجات حرية ٢ بدرجة ثقة ٩٩ر٠ وشك ٠١ر هو ٩,٢١ (من الجداول الاحصائية) • اذن فالفـــــروق بين تكرارات استجابات ذلك السؤال دالة بدرجة ثقة ٩٩ر٠

الطريقة العامة لحساب كا² للجدول التكرارى ٢ × ٢ :

يتكون الجدول التكرارى ٢ × ٢ من سطرين وعمودين ، ولذلك يسمى الجـــدول الرباعى ، ويحسب التكرار المتوقع لكل خليـــة بضرب التكرارات الهامشية الافقية والرأسية لتلك الخلية ثم قسمة الناتج على مجموع التكرار أو عدد الإفراد • ثم تحسب قيمة كا² لكل خلية بعد ذلك وتجمع هذه القيم الجزئية لنحصل من ذلك على القيمة النهائية لـــ كا² •

والجدول رقم ١٥٨ يبين فكرة الجدول الرباعى وطريقة حســاب التكرار المتوقع لكل خلية من خلاياه •

	ص −	ص +	مج
س −	ا	ب	ا + ب
س +	جـ	د	جـ + د
مج	ا + جـ	ب + د	ن

جدول ١٥٨ — يبين التكرار الثنائى والهامشى

ويحسب التكرار المتوقع للخلية ا بضرب التكرار الهامشى الأفقى لتلك الخلية (ا + ب) فى التكرار الهامشى الرأسى (ا + جـ) ثم قسمة الناتج على ن .

أى أن التكرار المتوقع للخلية ا = $\frac{(\text{ا} + \text{ب})(\text{ا} + \text{جـ})}{\text{ن}}$

والتكرار المتوقع للخلية ب = $\frac{(\text{ا} + \text{ب})(\text{ب} + \text{د})}{\text{ن}}$

وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا الرباعية .

فمثلا اذا كانت خلايا الجدول الرباعى كما يبينها الجدول رقم ١٥٩ فان خطوات حساب كا^2 تصبح كما يلى :

	ص −	ص +	مج
س −	ا ٣٥	ب ٣٧	٧٢
س +	جـ ١٤	د ٣٤	٤٨
مج	٤٩	٧١	١٢٠

جدول ١٥٩ يبين القيم العددية للتكرار الثنائى والتكرار الهامشى

التكرار المتوقع للخلية ا = (٤٩ × ٧٢) / ١٢٠ = ٢٩,٤٠

كا٢ للخلية ا = (٣٥ − ٢٩,٤٠)٢ / ٢٩,٤٠ = ١,٠٧

بتطبيق المعادلة العامة لحساب كا٢ .

التكرار المتوقع للخلية ب = (٧١ × ٧٢) / ١٢٠ = ٤٢,٦٠

كا٢ للخلية ب = (٣٧ − ٤٢,٦٠)٢ / ٤٢,٦٠ = ٠,٧٤

التكرار المتوقع للخلية حـ = (٤٩ × ٤٨) / ١٢٠ = ١٩,٦

كا٢ للخلية حـ = (١٤ − ١٩,٦)٢ / ١٩,٦ = ١,٦٠

التكرار المتوقع للخلية د = (٧١ × ٤٨) / ١٢٠ = ٢٨,٤

كا٢ للخلية د = (٣٤ − ٢٨,٤)٢ / ٢٨,٤ = ١,١٠

القيمة النهائية لـ كا٢ = ١,٠٧ + ٠,٧٤ + ١,٦٠ + ١,١٠ = ٤,٥١

و ∵ أن درجات الحرية للجدول الرباعى = (٢ − ١) × (٢ − ١) = ١

و ∵ قيمة كا٢ لدرجة حرية ١ تساوى ٣,٨٤ عند حد دلالة ٠,٠٥

اذن كا٢ المساوية لـ ٤,٥١ فى هذا المثال دالة عند حد ٠,٠٥

الطريقة المختصرة لحساب كا^{٢} للجدول التكرارى ٢ × ٢ :

تعتمد الطريقة المختصرة لحساب كا^{٢} على علاقتها بمعامل ارتباط فاى . والمعادلة التالية توضح هذه العلاقة .

$$\text{كا}^{٢} = \text{فاى}^{٢} \times \text{ن}$$

ويحسب معامل فاى من الجدول الرباعى رقم ١٦٠ من المعادلة التالية :

س \ ص	-	+	مج
-	ا	ب	ا + ب
+	حـ	د	حـ + د
مج	ا + حـ	ب + د	ن

جدول ١٦٠ يبين التكرار الثنائى والهامشى للجدول الرباعى

$$\text{فاى} = \frac{\text{ا د} - \text{ب حـ}}{\sqrt{(\text{ا} + \text{ب})(\text{حـ} + \text{د})(\text{ا} + \text{حـ})(\text{ب} + \text{د})}}$$

وبتطبيق هذه المعادلة على خلايا المثال السابق التى يبينها الجدول رقم ١٦١ نجد أن .

س \ ص	-	+	مج
-	٣٥	٣٧	٧٢
+	١٤	٣٤	٤٨
مج	٤٩	٧١	١٢٠

جدول ١٦١ يبين القيم العددية للتكرار الثنائى والهامشى

$$\text{فاى} = \frac{\text{(١٤ × ٣٧) - (٣٤ × ٣٥)}}{\sqrt{\text{٧١ × ٤٩ × ٤٨ × ٧٢}}}$$

$$= \frac{\text{٥١٨ - ١١٩٠}}{\text{٣٤٦٧,٤٨}}$$

$$= \text{٠,١٩}$$

$$\text{و ∵ كا}^{٢} = \text{فاى}^{٢} \times \text{ن}$$

$$\text{∴ كا}^{٢} = \text{٠,١٩}^{٢} \times \text{١٢٠}$$

$$= \text{٤,٣٣}$$

وهى قريبة جداً من القيمة التى حصلنا بالطريقة العامة ، ويرجع الفرق الصغير بين القيمتين الى التقريب .

الطريقة العامة لحساب كا٢ للجدول التكرارى ن × ن :

الشرط الرئيسى لاستخدام الطريقة العامة لحساب كا٢ للجـدول التكرارى ن × ن هو ألا تقل القيمة العددية للتكرار المتوقع لأية خلية من خلايا هذا الجدول عن ٥ ، عندما يقل التكرار المتوقع عن ٥ تضم بعض صفوف الجدول أو بعض أعمدته الى بعضها البعض حتى يزيد تكرارها المتوقع عن ٥ أو يساويه .

والمثال الذى يدل عليه الجدول رقم ١٦٢ يوضح هذه الفكرة :

	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض نوعاما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	٥	٣٧	١٣	٢٨	٥	٨٨
إناث	٣	١٧	٨	٢٠	٥	٥٣
المجموع	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

جدول ١٦٢ يبين استجابات الذكور والاناث على سؤال استبيان

وعلينا قبل أن نبدأ حساب القيم الجزئية لـ كا² أن نحسب التكرار المتوقع لكل خلية من خلايا الجدول السابقة والتي تتلخص في قسمة حاصل ضرب الخلايا الأفقية الهامشية والرأسية الهامشية على عدد الأفراد .

فمثلا التكرار المتوقع للخلية ذكور موافق جداً = $\frac{٨٨ \times ٨}{١٤١}$ = ٥

والتكرار المتوقع للخلية ذكور موافق نوعاً ما = $\frac{٨٨ \times ٥٤}{١٤١}$ = ٣٣٫٧

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا جدول التكرار الثنائي الواقعي . ويبين جدول ١٦٣ نتائج التكرار المتوقع ، وبذلك تتضح الخلايا التي يقل

	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدري	أرفض نوعاً ما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	٥٫٠	٣٣٫٧	١٣٫١	٣٠٫٠	٦٫٢	٨٨٫٠
إناث	٣٫٠	٢٠٫٣	٧٫٩	١٨٫٠	٣٫٨	٥٣٫٠
المجموع	٨٫٠	٥٤٫٠	٢١٫٠	٤٨٫٠	١٠٫٠	١٤١

جدول ١٦٣ يبين التكرار المتوقع لخلايا التكرار الواقعي

تكرارها عن ٥ وهي خلية (اناث — موافق جدا) وتكرارها المتوقع ٣ وخلية (اناث — أرفض جدا) وتكرارها المتوقع ٣٫٨ . اذن فعلينا الآن أن نجمع خلايا عمود موافق جدا مع خلايا عمود موافق نوعا ما لنحصل بذلك على عمود موافق . وعلينا أيضا أن نجمع خلايا عمود أرفض نوعا ما مع خلايا عمود أرفض جدا لنحصل بذلك على عمود أرفض ، وذلك نحصل على الجدول رقم ١٦٤ الذي يبين خلايا جدول التكرار الواقعي بعد ضم تلك الاعمدة ، والذي يصلح لحساب كا² .

استخدام كا٢ لحساب دلالة فروق النسب المرتبطة :

تستخدم كا٢ لحساب دلالة فروق النسب المرتبطة كما استخدمت من قبل لحساب دلالة فروق التكرار غير المرتبط أو النسب غير المرتبطة ، والنسب قد تكون عشرية أو مئوية ٠ ومن أمثلة النسب المرتبطة النسب المئوية لاستجابات نفس الافراد فى موقفين ثم مقارنة استجاباتهم الاولى باستجاباتهم الثانية للكشف عن دلالة الفروق بين الاستجابتين ٠

ومن المعلوم أنه اذا كانت النسب مرتبطة كانت المتغيرات التى نشأت منها تلك النسب مرتبطة أيضا ٠

ولتوضيح فكرة دلالة فروق النسب المرتبطة نفرض أننا حصلنا على اجابات جماعة من الافراد على سؤالين فى اختبار ما ٠ وكان عدد الافراد ١٠٠ حتى يصبح التكرار نسبة مئوية وحتى نوفر عملية حسابها ٠ وكانت النسبة المئوية للذين أخطأوا فى السؤال الاول وأصابوا فى السؤال الثانى ١٥ والنسبة المئوية للذين أصابوا فى السؤال الاول وأخطأوا فى السؤال الثانى ٥ كما يدل على ذلك جدول رقم ١٦٥ الذى يمثل الخلايا الرباعية للخطأ والصواب فى السؤالين الاول والثانى ٠ حيث يدل الرمز س على السؤال الاول والرمز ص على السؤال لثانى والرموز أ ، ب ،

		ص −	ص +	مج
س	−	أ ٢٥	ب ١٥	٤٠
س	+	جـ ٥	د ٥٥	٦٠
مج		٣٠	٧٠	١٠٠

جدول ١٦٥ يبين النسب المئوية للاجابات عن السؤالين س ، ص

جـ ، د ، حـ على النسب المئوية للتكرار الثنائى . والنسب المئوية التى تصلح لحساب $كا^2$ للذين أخطأوا فى السؤال الأول وأصابوا فى السؤال الثانى أى بَ التى تساوى ١٥ فى هذه الحالة كما سبق أن ذكرنا ذلك ، وللذين أصابوا فى السؤال الأول وأخطأوا فى السؤال الثانى أى حَ التى تساوى ٥ فى هذه الحالة .

ومعادلة $كا^2$ التى تصلح لحساب $كا^2$ هى

$$كا^2 = \frac{(بَ - حَ)^2}{بَ + حَ}$$

وهى فى الواقع صورة من صور حساب $كا^2$ لتكرارين بالطريقة المختصرة كما سبق أن بينا ذلك .

وبالتعويض فى المعادلة السابقة [1] نجد أن

$$كا^2 = \frac{(١٥ - ٥)^2}{١٥ + ٥}$$

= ٥

وبما أن درجات الحرية فى هذه الحالة = (٢ − ١)(٢ − ١) = ١

وبالكشف عن قيمة $كا^2$ المساوية لـ ٥ بدرجات حرية ١ نجد أنها دالة لمستوى ٠٥ر .

---

(1) Guilfard, J.P. and F ruchter. B. Fundamental Statishics in Psychology and Education. N.Y. McGraw-Hill, 1973, P.P. 209—210.

تمارين على الفصل الخامس عشر

١ ــ أجاب ١٢٠ تلميذا عن سؤال فى استبيان وكان تكرار القبول ٩٠ وتكرار الرفض ٣٠ احسب باستخدام كا٢ دلالة فروق هذا التكرار لمستوى ٠٫٠٥

٢ ــ احسب كا٢ لدلالة استجابات ١٤٠ فردا على سؤال فى استبيان حيث كان تكرار استجابات موافق جدا ٨٠ ولا أدرى ٢٠ وأعارض جدا ٤٠ لمستوى ٠٫٠٥

٣ ــ احسب كا٢ لجدول التالى

٤٠	٧٠
٨٠	٩٠

لمستوى ٠٫٠٥

٤ ــ احسب كا٢ للجدول التالى

ذكور	٤	٦	٨	٣	٦
إناث	٢	١٠	٢٥	٩	١٤

٥ ــ احسب كا٢ لدلالة فروق النسب التالية المرتبطة

٣٠	١٠
٢٠	٤٠

الفصل السادس عشر

الثبات

مقدمة :

تقوم فكرة الاختبارات النفسية على قياس عينات من السلوك الانسانى ، ثم تستطرد من هذا القياس الى استنتاج المميزات الرئيسية لهذا السلوك • ولذا تعتمد على الاستدلال الاحصائى أكثر مما تعتمد على الاحصاء الوصفى •

والاختبارات بهذا المعنى وسائل لقياس النواحى النفسية المختلفة، كما يقيس المتر النواحى الطولية ، والكيلو النواحى الوزنية ، والساعة النواحى الزمنية •

وتعتمد صحة القياس على مدى ثبات [1] نتائجه وصدقها [2] •

فالمقياس الثابت يعطى نفس النتائج اذا قاس نفس الشىء مرات متتالية • فاذا قسمت طول قطعة من القماش ودل القياس على أن طولها ٥ر١ مترا ، ثم أعدنا عملية القياس ودلت النتائج للمرة الثانية على أن الطول يساوى ٥ر١ مترا استنتجنا من ذلك أن نتائج هذا القياس ثابتة • وبما أن المقياس المترى يقيس الأطوال ولا يقيس شيئا آخر غير هذه الأطوال فهو اذن صادق فيما يقيس لأنه يقيس الصفة التى يهدف الى قياسها • فاذا قاس المتر صفة الوزن بدل قياسه لصفة الطول لم يصبح صادقا فى قياسه للطول • وصدق المقاييس المادية أوضح

(١) الثبات Reliability

(٢) الصدق Validity

من أن يدرس علميا ، لكن صدق المقاييس النفسية يحتاج الى كثير من الدراسة والتحليل ، فقد لا ندرى مثلا مدى صدق اختبارات الذكاء فى قياسها لصفة الذكاء الا اذا أقمنا الدليل العلمى على صحة هذا الزعم وذلك بحساب وتقدير تلك الاختبارات .

وسنتناول فى هذا الفصل دراسة المعالم الرئيسية للمفهوم الاحصائى النفسى للثبات، والطرق العلمية لقياس هذا الثبات والعوامل المؤثرة فيه . وسنرجىء دراسة الصدق للفصل التالى .

معنى الثبات :

اذا أجرى اختبار ما على مجموعة من الأفراد ورصدت درجات كل فرد فى هذا الاختبار ثم أعيد اجراء نفس هذا الاختبار على نفس هذه المجموعة ورصدت أيضا درجات كل فرد ، ودلت النتائج على أن الدرجات التى حصل عليها الطلبة فى المرة الأولى لتطبيق الاختبار هى نفس الدرجات التى حصل عليها هؤلاء الطلبة فى المرة الثانية ، استنتاجا من ذلك أن نتائج الاختبار ثابتة تماما لأن نتائج القياس لم تتغير فى المرة الثانية بل ظلت كما كانت قائمة فى المرة الأولى .

وخير طريقة لمقارنة هذه الدرجات هى حساب معامل ارتباط درجات الاختبار فى المرة الأولى بدرجات هذا الاختبار فى المرة الثانية . وعندما تثبت الدرجات فتصبح واحدة فى المرتين يصبح معامل الارتباط مساويا للواحد الصحيح .

لكن المقاييس النفسية لا تصل الى هذه الدقة المثالية التى قد نقترب منها فى قياسنا العلمى للصفات المادية المختلفة كالطول والوزن

والزمن . ولذا يقترب معامل ارتباط الاختبار بنفسه من الواحد الصحيح لكنه لا يساوى هذا الواحد الصحيح . وينشأ هذا الفرق من الأخطاء المختلفة التى تتصل من قريب أو بعيد بنتائج المقاييس النفسية والتى لا تخضع فى جوهرها للضبط العلمى أو التحكم الدقيق فى الظاهرة التى نخضعها للقياس ، وذلك لأن نتائج القياس تتأثر الى حد ما بالحالة النفسية للفرد وبحالته الجسمية وبالتغيرات الجوية والأصوات المفاجئة وبغيرها من العوامل التى تؤثر بطريق مباشر فى ثبات تلك النتائج .

وعندما نحسب معامل ارتباط الاختبار بنفسه ونحصل على قيمة عددية تدل على هذا الارتباط فاننا بذلك نحسب الجزء الثابت من هذا الاختبار ، أى الجزء الذى لا يتأثر بتلك الأمور الخارجية .

وهكذا نستطيع أن نقسم درجة أى فرد فى هذا الاختبار الى جزءين جزء جوهرى ثابت لا يتأثر بالعوامل الخارجية المختلفة . وجزء لا يتأثر بهذه العوامل ، وبما أن هذا الجزء الأخير الذى لا يتأثر بالعوامل الخارجية يختلف تبعا لاختلاف هذه العوامل اذن فهو لا يرتبط ببعضه فى المرات المتتالية التى نجرى فيها هذا الاختبار على نفس الفرد ، أى أنه الجزء الخاطىء من الدرجة الذى يتلاشى ويختفى عندما نحسب معامل ارتباط الدرجات . أى أن معامل ارتباط تلك الأجزاء الخاطئة يساوى صفرا ، أو بمعنى آخر :

الدرجة التجريبية = الدرجة الحقيقية + الدرجة الخاطئة .

أى أن

سـج = سـق + سـخ

حيث يدل الرمز $س_ج$ على الدرجة التجريبية التى نحصل عليهـا فعلا عند اجراء الاختبار .

ويدل الرمز $س_ق$ على الدرجة الحقيقية التى نفترض ثباتها .

ويدل الرمز $س_خ$ على الدرجة الخاطئة التى نفترض تغيرها .

وعندما نعيد اجراء هذا الاختبار على نفس هذا الفرد فان الدرجة التى يحصل عليها فى المرة الثانية تختلف عن الدرجة التى حصل عليها فى المرة الأولى وذلك لتغير قيمة الدرجة الخاطئة فى المرة الثانية عن قيمتها فى المرة الأولى . وهكذا بالنسبة للمرة الثالثة والرابعــة وغير ذلك من المرات المتتالية .

$$\therefore \quad س_{ج١} = س_ق + س_{خ١}$$

$$س_{ج٢} = س_ق + س_{خ٢}$$

$$س_{ج٣} = س_ق + س_{خ٣}$$

$$س_{ج٤} = س_ق + س_{خ٤}$$

وهكذا بالنسبة لأى عدد من المرات التى يجرى فيها هذا الاختبار على نفس هذا الفرد . وكذلك بالنسبة لأى عدد من الأفراد .

وبما أن معامل ارتباط الدرجة الخاطئة $س_{خ١}$ بالدرجة الخاطئة $س_{خ٢}$ يساوى صفرا ، اذن فالارتباط القائم بين $س_{ج١}$ ، $س_{ج٢}$ يعتمد فى جوهره على $س_ق$ التى لم تتغير فى المرتين . أى أن الثبات يقيس الجزء الحقيقى من الدرجة التجريبية . ولذا تعتمد فكرة هذا الثبات على أن :

$س_ق$ لا تساوى ولا ترتبط بـــ $س_{خ٢}$

وأن $س_{خ١}$ لا تساوى ولا ترتبط بـــ $س_{خ٢}$

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الخاطئة .

وعندما يقيس الثبات مدى ارتباط الاختبار بنفسه فى المرتين التى يطبق فيهما على نفس مجموعة الأفراد فانه أيضا يقيس عدم ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر يقيس الاغتراب .

وهكذا تعتمد فكرة الثبات على مدى انحراف درجة كل فرد فى التطبيق الأول للاختبار عنها فى التطبيق الثانى لنفس هذا الاختبار . وبما أن هذا الانحراف يقاس بالانحراف المعيارى ومربع هذا الانحراف المعيارى المسمى بالتباين . اذن فتباين الاختبار ينقسم الى التباين الحقيقى للدرجات والى تباين خطأ المقياس .

∴ تباين درجات الاختبار = التباين الحقيقى للدرجات + تباين الخطأ

$$\therefore \text{ع}^2_{\text{ت}} = \text{ع}^2_{\text{ق}} + \text{ع}^2_{\text{خ}}$$

حيث يدل الرمز ع²ت على التباين التجريبى للدرجات
ويدل الرمز ع²ق على التباين الحقيقى لهذه الدرجات

ويدل الرمز ع²خ على تباين الخطأ .

وهكذا يعرف الثبات أنه الجزء الحقيقى من التباين العام للاختبار وهذا الجزء الحقيقى هو الذى يعطينا القيمة العددية لارتباط الاختبار بنفسه .

الثبات والدلالة الاحصائية :

ترتبط فكرة الثبات بفكرة الدلالة الاحصائية التى بيناها فى الفصل

السابق من هذا الكتاب ، وذلك لأن الثبات يتأثر بالأخطاء التجريبية كما تتأثر بها أيضا الدلالة الاحصائية للمقاييس المختلفة •

لكن الثبات يدل على أخطاء القياس فى تقديره للجزء الحقيقى الثابت للاختبار • وهو لهذا يعتمد فى نتائجه على تطبيق الاختبار أكثر من مرة على نفس مجموعة الأفراد • أى أنه يقارن مدى اختلاف نتائج الاختبار فى المرات المتتابعة ، فهو لهذا يرتبط ارتباطا مباشرا بخطأ القياس •

وتقيس الدلالة الاحصائية خطأ العينات ، لأنها تعتمد فى جوهرها على مقارنة مدى اختلاف نتائج القياس بالنسبة لعدد كبير من مجموعات الأفراد أو بالنسبة لعينات كثيرة من الأفراد ، لتقيس بذلك مدى اتصال هذه العينات بالأصل الذى إنتزعت منه •

وبذلك تقور الدلالة الاحصائية لمتوسط احدى العينات الخطأ المعيارى لهذا المتوسط ومدى ابتعاده أو اقترابه من متوسط الأصل الذى انتزعت منه هذه العينة • وهكذا بالنسبة لدلالة المقاييس الاحصائية الأخرى •

الطرق الاحصائية لقياس الثبات :

تعتمد جميع طرق حساب ثبات نتائج الاختبارات النفسية اعتمادا مباشرا على فكرة معاملات الارتباط كما سبق أن أشرنا الى ذلك فى تحليلنا لمعنى الثبات • واذا كان الارتباط يدل على الثبات فان الاغتراب يدل على عدم الثبات أو على الشوائب التى تحول بين الاختبار ودقة القياس (١) •

It may be noted that the Coefficent was termed by (١) Spearman a "Reliablity Coefficient" and was taken to indicate the degree to which the measurements had been freed from disturbing factors .

ويمكن أن نلخص أهم الوسائل الاحصائية لقياس الثبات فى الطرق التالية : ـ

أ ـ طريقة اعادة الاختبار (١) .

ب ـ طريقة التجزئة النصفية (٢) .

جـ ـ طريقة تحليل التباين (٣) .

د ـ طريقة الاختبارات المتكافئة (٤) .

أ ـ طريقة اعادة الاختبار :

تقوم فكرة هذه الطريقة على اجراء الاختبار على مجموعة من الأفراد ثم اعادة اجراء نفس الاختبار على نفس مجموعة الأفراد بعد مضى فترة زمنية ، وهكذا يحصل كل فرد على درجة فى الاجراء الأول للاختبار ، وعلى درجة أخرى فى الاجراء الثانى للاختبار ، وعندما نرصد هذه الدرجات ونحسب معامل ارتباط درجات المرة الأولى بدرجات المرة الثانية فاننا نحصل بذلك على معامل ثبات الاختبار .

وتصلح هذه الطريقة للاختبارات الموقوتة ذات الزمن المحدد والتى تعتمد الى حد كبير على السرعة . وتصلح أيضا للاختبارات غير الموقوتة التى لا تخضع للتحديد الزمنى السابق وتقوم فى جوهرها على قياس قوة الاستجابات الفردية أكثر مما تعمد على قياس سرعة تلك الاستجابات .

See, Burt, C. the **Reliability** of **Teachers**, Assessment **of Their Pupils**. B. J. Edu. P. Vol. XV. 1945 P.P. 80-92.

١ ـ إعادة الاختبار — Test — Retest.

٢ ـ التجزئة النصفية — Split — half.

٣ ـ تحليل التباين — Analysis of variance

٤ ـ الاختبارات المتكافئة — **Parallel Tests**

ولا تصلح هذه الطريقة لحساب ثبات الاختبارات التى تهدف الى قياس التذكر أو ترتبط ارتباطا مباشرا بهذه العملية العقلية وذلك لتأثر عملية التذكر تأثرا مباشرا بالفاصل الزمنى الذى يمضى بين اجـــراء الاختبار للمرة الأولى واعادة اجرائه للمرة الثانية •

وقد دلت نتائج الأبحاث التجريبية (١) على أن الحـــد المناسب للفاصل الزمنى الذى يمضى بين اجراء الاختبار فى المرة الأولى والثانية يجب ألا يتجاوز أسابيع قليلة بالنسبة للأطفال أو طلبة المرحلة الأولى وطلبة المرحلة الاعدادية وألا يتجاوز ستة أشهر بالنسبة لكبار البالغين كطلبة المرحلة الثانوية وطلبة الجامعات •

ومهما يكن من هذا التحديد الزمنى فان العوامل المؤثرة على الموقف التجريبى فى الاجراء الأول للاختبار تختلف الى حد ما عن العـــوامل المؤثرة على الموقف التجريبى فى الاجراء الثانى ، وهذا يؤدى الى ضعف الضبط التجريبى ولذا تتأثر النتائج النهائية لتلك الطريقة بالشـــوائب الكثيرة التى يصعب اخضاعها للظروف التجريبية الدقيقة وهكذا ندرك مدى قصور هذه الطريقة عن مستوى الدقة العلمية التى نهدف اليها فى أبحاثنا المختلفة • وقد يعاب عليها أيضا أنها تكلف الباحث جهدا ومالا ووقتا •

ب — طريقة التجزئة النصفية :

تتلخص أهم معادلات طريقة التجزئة النصفية فيما يلى :

١ — معادلة سبيرمان وبراون •

Anastasi, A Psychological Testing 1954, P.P. 105-106. (١)

٢ — معادلة رولون •

٣ — معادلة جتمان •

٤ — معادلة جلكسون •

وسنبين فيما يلى مميزات كل معادلة من تلك المعادلات ، وتطبيقاتها المختلفة ونواحى قصورها •

١ — معادلة سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية :

بين سبيرمان C.Spearman(١) وبراون W. Brown (٢) سنة ١٩١٠ أنه يمكن التنبؤ بمعامل ثبات أى اختبار اذا علمنا معامل ثبات نصفه أو أى جزء منه • فمثلا اذا أمكننا أن نقسم أى اختبار الى جزءين متكافئين ثم حسبنا معامل ارتباط الجزءين فاننا نستطيع أن نستعين بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون فى معرفة معامل ثبات الاختبار الكلى الذى يتكون من هذين الجزءين وهكذا نستطيع أن نتغلب على الصعوبات التجريبية التى حالت بيننا وبين دقة حساب الثبات بالطريقة السابقة التى تعتمد على فكرة اعادة اجراء الاختبار •

وتعتمد فكرة تكافؤ الاختبارات على تساوى القيم العددية لمقاييسها الاحصائية المختلفة ، فمثلا اذا أمكننا أن نقسم الاختبـــار الى ثلاثة أجزاء ، فان هذه الأجزاء تصبح متكافئة عندما تتحقق الشروط التالية •

---

(١) Spearman, C. Gorrelation Calculated from faulty Data. B. J. 1910, p.p. 271—295.

(٢) Brown, W. Some Exprimental Results in the Correlation of Mental Abilties. B. J. P., 1910, p.p. 296—322.

$$م_1 = م_2 = م_3$$

$$ع_1 = ع_2 = ع_3$$

$$ر_{12} = ر_{13} = ر_{23}$$

حيث يدل الرمز ١ على الجزء الأول ، ويدل الرمز ٢ على الجزء الثانى ، ويدل الرمز ٣ على الجزء الثالث . وحيث تتساوى أيضـــا مستويات صعوبة الأسئلة فى هذه الأجزاء ، أى أن صعوبة السؤال الأول فى الجزء الأول تساوى صعوبة السؤال الأول فى الجزء الثانى وهـذه بدورها تساوى صعوبة السؤال الأول فى الجزء الثالث .

وتتلخص الفكرة العامة لمعادلة التنبؤ فى الصورة التالية .

$$ر_{11} = \frac{ن ر}{1 + (ن - 1) ر}$$

حيث يدل الرمز ر ١١ على معامل ثبات الاختبار .

ويدل الرمز ن على عدد الأجزاء

ويدل الرمز ر على معامل ارتباط هذه الاجزاء أو بمعنى آخـر معامل ارتباط أى جزءين .

لأن $ر_{12} = ر_{13} = ر_{23} =$ معامل ارتباط أى جزءين .

وتعتمد الطريقة التجريبية العملية لحساب الثبات على تجزئة الاختبار الى جزءين فقط بحيث يتكون الجزء الأول من الدرجات الفردية للاختبار ويتكون الجزء الثانى من الدرجات الزوجية للاختبار وبذلك تتحـــول معادلة التنبؤ الى الصورة التالية :

$$ر_{11} = \frac{٢\,ر}{١ + ر}$$

حيث ان ن أصبحت مساوية لـ ٢

والجدول رقم ١٦٦ يوضح طريقة تجزئة درجات الاختبار إلى نصفين بحيث يقوم النصف الأول على درجات الأسئلة الفردية ويقوم النصف الثانى على درجات الأسئلة الزوجية .

الأفراد	الأسئلة								درجات الأسئلة الفردية	درجات الأسئلة الزوجية
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨		
١	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٣	٢
٢	١	١	١	١	١	١	٠	٠	٣	٣
٣	١	١	٠	١	١	٠	٠	٠	٢	٢
٤	١	١	١	٠	١	١	١	١	٤	٣
٥	١	١	١	٠	٠	١	٠	٠	٢	٢
٦	١	١	١	١	٠	٠	١	١	٣	٣
٧	١	١	١	٠	١	١	٠	٠	٣	٢
٨	١	١	١	١	١	١	١	٠	٤	٣
٩	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠	٢	٢
١٠	١	١	١	١	١	١	١	١	٤	٤

جدول ١٦٦

طريقة تجزئة درجات الاختبار الى جزئين ، فردى ، وزوجى

حيث يدل العمود الأول على الأفراد ، وتدل أعمدة الأسئلة على اجابات كل فرد على كل سؤال من أسئلة الاختبار ، فمثلا الفرد أ أجاب اجابات صحيحة على الأسئلة ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وأجاب اجابات خاطئة

على الأسئلة ٦ ، ٧ ، ٨ أى أن مجموع الاجابات الصحيحة على الأسئلة الفردية يساوى ٣ ومجموع الاجابات الصحيحة على الأسئلة الزوجية يساوى ٢ وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد •

ومعادلة التنبؤ التى تصلح لحساب معامل ارتباط الدرجات الفردية بالدرجات الزوجية • هى معادلة الارتباط التتابعى • وقد سبق أن بينـــا فى الفصل التاسع من هذا الكتاب طريقة حساب هذا الارتباط • وهــو يحسب فى مثالنا هذا بالطريقة التالية :

$$\therefore \text{معامل الارتباط} = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{[\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2][\text{ن مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2]}}$$

∴ معامل ارتباط الجزء الفردى بالجزء الزوجى

$$= \frac{٢٦ \times ٣٠ - ٨٢ \times ١٠}{\sqrt{[٧٧٦ - ٧٢ \times ١٠][٩٠٠ - ٩٦ \times ١٠]}}$$

$$= \frac{٤٠}{\sqrt{٢٦٤٠}}$$

$$= \frac{٤٠}{٥١٫٣٨}$$

∴ معامل الارتباط = ٠٫٧٨ تقريبا

وهكذا نستطيع أن نستعين بارتباط الجزءين الذى يدل على ثبات نصف الاختبار فى التنبؤ بمعامل ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر

معامل ثبات الاختبار ، وذلك بالاستعانة بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون كما يدل على ذلك التحليل التالى .

$$\therefore \text{ر}_{\text{اا}} = \frac{\text{٢ر}}{\text{١ + ر}}$$

وبما أن ر = ٠,٧٨ فى مثالنا هذا

$$\therefore \text{ر}_{\text{اا}} = \frac{\text{٢} \times \text{٠,٧٨}}{\text{١ + ٠,٧٨}}$$

$$= \frac{\text{١,٥٦}}{\text{١,٧٨}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{اا}} = \text{٠,٨٨ تقريبا}$$

أى أن معامل ثبات الاختبار يساوى ٨٨ر٠

هذا وقد حسبت معاملات ثبات الاختبار لكل القيم العددية الدالة على معاملات ارتباط النصف الفردى بالنصف الزوجى ورصدت هذه القيم فى جدول (١٨) المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية . وبذلك نستطيع أن نقرأ مباشرة معامل الثبات الذى يقابل ارتباط النصفين المساوى لـ ٧٨ر٠ وسنرى أنه يساوى ٨٨ر٠ وهكذا تصبح عملية حساب الثبات عملية سريعة وسهلة .

ولا تصلح طريقة سبيرمان وبراون لحساب ثبات الاختبار التى لا تنقسم الى أجزاء متكافئة ، وخاصة عندما تختلف القيم العددية للتباين اختلافا كبيرا . أى عندما تختلف القيمة العددية لتباين الجزء الفردى عن القيمة العددية ، لتباين الجزء الزوجي اختلافا واضحا . وذلك لأن

البرهان الرياضى لمعادلة التنبؤ يفترض تساوى الأجـــزاء فى بقائه الاحصائى لتلك المعادلة كما يدل على ذلك البحث الذى نشره سبيرمان وبراون •

ولا تصلح هذه الطريقة أيضاً لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التى تعتمد اعتمادا كبيرا على سرعة الاستجابات لأن كثرة الأسـئلة المتروكة فى آخر كل اختبار تؤثر على الارتباط بين الجزءين ، ويتغـير بذلك معامل الثبات •

وقد حاول هورست P. Horst (١) أن يحسب معامل ثبـات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وذلك عندما لا تكون أطوال الأجـزاء التى ينقسم لها الاختبار متساوية كأن يمثل الجزء الأول ربع الاختبار وأن يمثل الجزء الثانى ثلاثة أرباع الاختبار واستعان على ذلك بمعـادلة جديدة لتحقيق الفكرة ، وبما أن عملية قسمة الاختبار تخضع لاختبار الباحث ، فلا ضرورة اذن لهذا التعقيد ، اللهم الا فى الحالات النادرة التى قد تدعو الى مثل ذلك التقسيم •

وقد حاول موســـيير I. Mosier (٢) أيضـاً أن يحسب معامل ثبات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وأقام فكرته على معامل ارتباط أى جزء من جزئى الاختبار بالاختبار كله ، وكان يهـدف من هـذا الى حساب معامل ارتباط الجزءين • ومهما يكن من أمر طريقة موسيير فهى فى جوهرها لا تعدو أن تكون احدى الصور الرياضية لمعادلة سبيرمان وبراون ، ولكنها لا تسرع بالعملية كما كان يظن موسيير •

---

(١) Horst, P. Estimating Test Reliability from Parts of unequal length. Edu. P. Meas. 1951, 11. PP. 398—371.

(٢) Mosier. C. I. A Short Cut in Estimation of Split - Halves Coeficients. Edu P. Meas. 1941, p.p. 407—408.

وقد نجح رولون p. J. Rulo في الكشف عن أحدى الصور الرياضية الجديدة التى تؤدى الى حساب معامل الثبات بطريقة أسهل وأسرع من طريقة سبيرمان وبراون .

٢ — معادلة رولون المختصرة للتجزئة النصفية :

تهدف هذه الطريقة الى تبسيط معادلة ســـبيرمان وبراون وذلك بحساب تباين فروق درجات النصفين ، وحساب تباين درجات الاختبار . وتتلخص فكرة رولون P.J. Rulon في المعادلة التالية :

$$ر_{١١} = ١ - \frac{ع^{٢}ق}{ع^{٢}}$$

حيث يدل الرمز ر ١١ لى معامل الثبات .

ويدل الرمز ع^{٢} ق على تباين فروق درجات النصفين .

ويدل الرمز ع^{٢} على تباين درجات الاختبار .

والجدول رقم ١٦٧ يوضح طريقة حساب معامل الثبات بهـــذه الطريقة .

---

(١) Rulon, P.J.A Simplified Procedure for Determining the Reliability of a Test by Split-Halves. Harv Educ. Rev 1939. 9. P.P. 99—103.

الأفراد	درجات الأسئلة الفردية	درجات الأسئلة الزوجية	فروق الدرجات الفردية – الزوجية	درجات الاختبار الفردية + الزوجية
١	٣	٤	١–	٧
٢	٥	٦	١–	١١
٣	٩	٧	٢+	١٦
٤	٨	٤	٤+	١٢
٥	٢	٣	١–	٥
عدد الأفراد ن = ٥	المجموع = ٢٧ مربع الدرجات = ٧٢٩ مجموع المربعات = ١٨٣	المجموع = ٢٤ مربع الدرجات = ٥٧٦ مجموع المربعات = ١٢٦	المجموع = ٣ مربع الدرجات = ٩ مجموع المربعات = ٢٣	المجموع = ٥١ مربع الدرجات = ٢٦٠١ مجموع المربعات = ٥٩٥

جدول ١٦٧

حساب معامل الثبات بطريقة رولون

حيث يدل العمود الرابع على فروق درجات الأسئلة الزوجية من درجات الأسئلة الفردية . هذا ولا تختلف النتيجة النهائية لهذه العملية إذا حسبنا فروق درجات الأسئلة الفردية من درجات الأسئلة الزوجية . وعلى القارىء أن يقوم بحساب هذه الفروق ليرى أن تباين فروق الحالة الأولى يساوى تباين فروق الحالة الثانية .

وبما أن التباين يدل على مربع الانحراف المعيارى . إذن فتباين الفروق يحسب بالمعادلة التالية :

$$\text{بما أن الانحراف المعيارى} = \frac{\text{١}}{\text{ن}} \sqrt{\text{ن مجـ س}^{\text{٢}} - (\text{مجـ س})^{\text{٢}}}$$

لكن التباين = مربع الانحراف المعيارى

$$\therefore \text{التباين} = \frac{\text{١}}{\text{ن}^{\text{٢}}} \left[\text{ن مجـ س}^{\text{٢}} - (\text{مجـ س})^{\text{٢}} \right]$$

$$\therefore \text{تباين الفروق ع}^{\text{٢}}\text{ـه} = \frac{\text{١}}{\text{٢٥}} (\text{٥} \times \text{٢٣} - \text{٩})$$

$$= \frac{\text{١٠٦}}{\text{٢٥}}$$

$$\text{ع}^{\text{٢}}\text{ـه} = \text{٤٫٢٤}$$

$$\text{وتباين درجات الاختبار ع}^{\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\text{٢٥}} (\text{٥} \times \text{٥٩٥} - \text{٢٦٠١})$$

$$= \frac{\text{٣٧٤}}{\text{٢٥}}$$

$$\text{ع}^{\text{٢}} = \text{١٤٫٩٦}$$

$$\therefore \text{معامل الثبات ر}_{\text{١١}} = \text{١} - \frac{\text{٤٫٢٤}}{\text{١٤٫٩٦}}$$

$$= \text{١} - \text{٠٫٢٨٣٤}$$

$$\text{ر}_{\text{١١}} = \text{٠٫٧٢ تقريباً}$$

وعلى القارىء أن يحسب معامل ثبات هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وسيرى أنه يساوى ٠٫٨٠ وهكذا ندرك مدى اقتراب طريقة رولون فى حسابها للثبات من طريقة سبيرمان وبراون •

٣ — معادلة جتمان العامة للتجزئة النصفية :

سبق أن بينا فى دراستنا لمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون لحساب معامل الثبـات الى عدم صلاحية هذه المعادلة لحساب الاختبارات التى لاتتساوى الانحرافات المعيارية لجزءيها وقد توصل جتمان .Guttman,L(١) الى معادلة عامة (٢) تصلح لحساب الثبات عندما لا تتساوى الانحرافات المعيارية لجزئى الاختبار ، وتصلح أيضا لحساب هـذا المعـامل عندما تتساوى هذه الانحرافات المعيارية • وتتلخص هذه الفكرة فى المعـادلة التالية :

$$\text{ر}_{\text{اا}} = ٢ \left(١ - \frac{\text{ع}_١^٢ + \text{ع}_٢^٢}{\text{ع}^٢} \right)$$

حيث يدل الرمز $\text{ع}_١$ على تباين درجات الأسئلة الفردية

ويدل الرمز $\text{ع}_٢^٢$ على تباين درجات الأسئلة الزوجية •

---

(١) Guttman. L.A Basis for Analysing Test-Retest Reliability. Psychom. 1945, P.P. 255—282.

(٢) تصلح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات عندما تنقسم الى عدد من الاجزاء وقد تصل هذه الاقسام الى الحد الذى يصبح فيه كل سؤال من أسئلة الاختبار جـــزءا من هذه الاجـزاء . والصورة العامة لهذه المعادلة هى :

$$\text{ر}_{\text{اا}} = \frac{\text{ن}}{\text{ن} - ١} \left(١ - \frac{\text{مج ع}^٢ \text{ج}}{\text{ع}^٢} \right)$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الاجزاء التى ينقسم لها الاختبار .
ويدل الرمز مج ع ٢ ج على مجموع تباين هذه الأجزاء .
ويدل الرمز ع٢ على تباين الاختبار .

وعندما نحسب معامل ثبات درجات الاختبار المبينة فى الجدول السابق (جدول ١١٢) نرى أن

تباين درجات الأسئلة الفردية $ع_{١}^{٢} = \frac{١}{٢٥}$ (٥ × ١٨٣ − ٧٢٩)

$= \frac{٩١٥ - ٧٢٩}{٢٥}$

$= \frac{١٨٦}{٢٥}$

$ع_{١}^{٢} = ٧,٤٤$

وتباين درجات الأسئلة الزوجية $ع_{٢}^{٢} = \frac{١}{٢٥}$ (٥ × ١٢٦ − ٥٧٦)

$= \frac{٦٣٠ - ٥٧٦}{٢٥}$

$= \frac{٥٤}{٢٥}$

∴ $ع_{٢}^{٢} = ٢,١٦$

وتباين درجات الاختبار $ع^{٢} = ١٤,٩٦$

كما سبق أن حسبناه فى طريقة رولون

∴ $ر_{١١} = ٢ \left(١ - \frac{٧,٤٤ + ٢,١٦}{١٤,٩٦} \right)$

$= ٢ \left(١ - \frac{٩,٦٠}{١٤,٩٦} \right)$

$= ٢ (١ - ٠,٦٤١٧)$

$= ٢ × ٠,٣٥٨٣$

∴ ر = [illegible] تقريباً

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها لنفس هذا المثال وذلك عندما طبقنا طريقة رولون المختصرة لحساب معامل الثبات .

٤ ـ معادلة جلكسون للاختبارات الموقوتة :

تتأثر معادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون بالزمن المحدد للاختبار ، ولذا لا تصلح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التى تحول بين أغلب الأفراد وبين تكملة الاختبار فى الزمن المحدد للاجابة . هذا وكلما قل الزمن المحدد للاختبار زادت تبعا لذلك نسبة الأسئلة المتروكة فى آخر الاختبار أو الأسئلة التى لا يستطيع أغلب الأفراد الاجابة عنها لضيق الوقت ، وبذلك يزداد التشابه القائم بين نصفى الاختبار وترتفع القيمة العددية لمعامل ارتباط الأسئلة الفردية بالأسئلة الزوجية ويزداد تبعا لذلك معامل ثبات الاختبار . ولذا يجب أن نصحح القيمة العددية لهذا الثبات حتى يدل على الثبات الحقيقى الذى لا يخضع لهذا العامل الزمنى . وقد اقترح جلكسون H. Gullikson [١] المعادلة التالية لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة .

$$ر'_{11} = ر_{11} - \frac{م_{ت}}{ع^{2}_{ك}}$$

حيث يدل الرمز ر" ١١ على معامل ثبات الاختبارات الموقوتة . أو معامل الثبات بعد تصحيح أثر السرعة .

ويدل الرمز ر١١ على معامل الثبات الذى حسب بطريقة سبيرمان براون .

---

(١) Gulliksen, H. The Reliability of Speeded Tests. Psychometrika, 1950, 15, P.P. 259—269.

ويدل الرمز م ن على متوسط الأسئلة المتروكة في آخر الاختبار ،
ويحسب هذا برصد عدد الأسئلة المتروكة عند كل
فرد ، ثم تجمع الأسئلة المتروكة عند كل فـــرد ،
ويقسم هذا المجموع على عدد الأفراد لحســـاب
متوسط الأسئلة المتروكة •

ويدل الرمز ع^٢ـ على تباين الخطأ • ويحسب برصد عدد الاستجابات
الخاطئة عند كل فرد ويضاف الى هذا المجموع عدد
الأسئلة المحذوفة ، أى الأسئلة التى حذفها الفـــرد
أثناء اجابته على الاختبار دون أن يجيب عليها • ثم
يحسب تباين هذه الأعداد بالنسبة لكل الأفراد •

وبذلك تعتمد فكرة هذه المعادلة على الأنواع الرئيسية لاجـابات الأفراد على أسئلة الاختبارات الموقوتة والتى تتلخص فيما يلى :

١ ــ الاجابات الصحيحة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النـــوع بالرمز ص

٢ ــ الاجابات الخاطئة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النـــوع بالرمز خ

٣ ــ الأسئلة المحذوفة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز و

٤ ــ الأسئلة المتروكة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز ك

والمثال رقم ٩٦٨ يوضح هذه الأنواع الرئيسية بالنسبة لاجابة الفـــرد على اختبار موقوت •

الأفراد	الأسئلة								مج ص	مج خ + ر	مج ك
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨			
أ	ص	ص	و	خ	ص	و	ك	ك	٢	٣	٢

جدول ١٦٨

طريقة رصد الانواع المختلفة لاستجابات الفرد على أسئلة اختبار موقوت

وعندما نرصد جميع استجابات الأفراد بهذه الطريقة نستطيع أن نحسب متوسط الأسئلة المتروكة ، وتباين الخطأ .

فاذا فرضنا مثلا أننا حصلنا على القيم التالية

∴ ر ١١ = ٠,٨ ؛ م ت = ٢ ؛ ع^{2} خ = ١٠

فاننا نستطيع تطبيق معادلة جلكسون فى حساب ثبات الاختبــار الموقوت بالطريقة التالية :

ر ١١ = ٠,٨ − $\frac{٢}{١٠}$

= ٠,٨ − ٠,٢

= ٠,٦

هذا ولا تصلح هذه المعادلة للاختبارات التى تعتمد اعتمادا كليا على السرعة والتى يقل زمنها عن الزمن المناسب للاختبار لأن القيمــة العددية لمتوسط الأسئلة المتروكة قد تزداد عن القيمة العددية لتبــاين الخطأ . وبذلك يصبح الكسر $\frac{م ت}{ع^{2} خ}$ أكبر من الواحد الصحيح : وتتحول قيمــة ر ١١ الى قيمة سالبة .

وإذا تستخدم طريقة اعادة الاختبار أو طريقة الاختبارات المتكافئة لحساب ثبات مثل هذا النوع من الاختبارات .

جـ ـ طريقة تحليل التباين

استعان كودر G, F. Kuder وريتشاردسن M. W. Richardson (١) فى دراستهما للثبات بتحليل أسئلة الاختبار ودراسة تباين تلك الأسئلة . ولذلك تعتمد طريقتهما على الدراسة التفصيلية لهذا التباين ، وقد تمكن الباحثان من استنتاج بعض المعادلات التى تصلح لقيـاس الثبـات . وتحتاج أغلب هذه المعادلات الى وقت طويل وجهد شديد لحساب الثبات من المقاييس الاحصائية لأسئلة الاختبار . ولذا لم تلق صدى قويا بين المشتغلين بالدراسات الاحصائية النفسية . وقد حاول الباحثان تبسيط طريقتهما فى معادلة عامة لحساب التباين بطريقة سهلة سريعة . وتتلخص فكرة هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$\text{ر}_{11} = \frac{\text{ن ع}^{2} - \text{م}(\text{ن} - \text{م})}{(\text{ن} - 1)\,\text{ع}^{2}}$$

حيث يدل الرمز	ر_{11}	على معامل ثبات الاختبار .
ويدل الرمز	ن	على عدد أسئلة الاختبار .
ويدل الرمز	ع^{2}	على تباين درجات الاختبار
ويدل الرمز	م	على متوسط درجات الاختبار

---

(١) Kuder, G.F. and Richardson, M. W. The Theory of the Estimation of Test Reliability. Psychometrika, 1937,2. P.P. 151-160.

— Richardson, M.W., and Kuder, G.F., The Calculation of Test Reliabilily Coefficients based upon the Method of Rationai Equivalence, V, Edc, Psy. 1939, 30, P.P. 681-687.

هذا ويعتمد البرهان الرياضي لهذه المعادلة على الفروض التالية :

١ — أن تتقارب صعوبة أسئلة الاختبار .

٢ — أن يجيب كل فرد على جميع أسئلة الاختبار .

٣ — أن يقيس الاختبار قدرة واحدة ، أو صفة واحدة .

٤ — أن تتساوى معاملات ارتباط الأسئلة ، أى أن يصبح معامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثانى مساويا لمعامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثالث ، وهكذا بالنسبة لبقية ارتباطات الأسئلة .

ولذا يضيق النطاق التطبيقى لهذه المعادلة الى الحد الذى يجعلها غير صالحة فى كثير من الأحوال .

وقد استطاع بيرت C. Burt [١] أن يبرهن على صحة هذه المعادلة بطريقة تحليل التباين دون أن يخضع برهانه للفروض السابقة . ولذا أصبحت تلك المعادلة صالحة لقياس ثبات الاختبارات الموقوتة وغير الموقوته بشرط ألا يكون عدد الأسئلة المتروكة كبيرا ، أى أن يستطيع أغلب الأفراد الوصول الى نهاية الاختبارات فى الزمن المحدد له .

وعندما نستعين بهذه المعادلة فى حساب معامل ثبات الاختبار المبين بجدول ١٦٧ والذى سبق أن حسبنا ثباته بطريقة رولون ، نرى أن :

الدرجات : ٧ ، ١١ ، ١٦ ، ١٢ ، ٥

مجموع الدرجات = ٥١

عدد الأفراد = ٥

---

(١) Burt, C. The Reliability of Teachers, Assessment of their puplis. B.J. Edu. Psy, 1945, P.P. 80—92.

∴ المتوسط م = $\frac{\text{٥١}}{\text{٥}}$ = ١٠,٢

الانحراف المعيارى ع = ٣,٨٧

التباين ع$^{\text{٢}}$ = ١٤,٩٦

ولنفرض أن عدد الأسئلة ن = ٢٠

$$\therefore \text{ر ١١} = \frac{\text{٢٠} \times \text{١٤,٩٦} - \text{٩,٠٢} \left(\text{٢٠} - \text{١٠,٢} \right)}{\left(\text{٢٠} - \text{١} \right) \times \text{١٤,٩٦}}$$

$$= \frac{\text{٢٩٩,٢} - \text{٩,٩٩٦}}{\text{٢٨٤,٢٤}}$$

$$= \frac{\text{١٩٩,٢٤}}{\text{٢٨٤,٢٤}}$$

∴ ر ١١ = ٠,٧٠ تقريبا

وقد سبق أن حسبنا القيمة العددية لثبات هذا الاختبار بطريقة رولون وبينا أنها تساوى ٠,٧٢ ، وحسبناها أيضا بطريقة سبيرمان وبراون وبينا أنها تساوى ٠,٨٠ .

وهكذا نرى أن القيمة العددية لمعامل الثبات بطريقة كودر وريتشاردسن أقل قيمة نحصل عليها فى قياسنا لهذا الثبات ، وأن القيمة العددية لثبات نفس هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون تمثل أعلى قيمة نحصل عليها فى قياسنا لهذا الثبات .

ولذا يرى بعض العلماء أن طريقة سبيرمان وبراون تدل على الحد الأعلى لثبات الاختبار ، وأن طريقة كودر وريتشاردسن تدل على الحد الأدنى لهذا الثبات ، ولهذه الحدود أهميتها القصوى فى صحة الحكم على الثبات .

د ـ طريقة الاختبـــارات المتكافئة :

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة على نفس الفكرة التى اعتمدت عليها طريقة التجزئة النصفية لسبيرمان وبراون فى تقسيم الاختبار الى اختبارين متكافئين أو أكثر وفى التحقق من هذا التقسيم بدراسة للفروق القائمة بين الانحرافات المعيارية • وقد سبق أن بينا فى دراستنا لتلك الطريقة الشروط الأساسية للتكافؤ ولخصناها فيما يلى :

١ — م١ = م٢ = م٣

٢ — ع١^٢ = ع٢^٢ = ع٣^٢

٣ — ر٢١ = ر٢٢ = ر٣١

٤ ـ تماثل تدريج الصعوبة فى كل الأجزاء •

وذلك بالنسبة للأجزاء الثلاثة التى يمكن أن ينقسم لها الأختبـار الأصلى وقد بين جاكسون H.Gullikson[1] وثورنديك[2] R.h, Thorndike أن أقل عدد من الأجزاء المتكافئة التى يمكن أن ينقسم اليه الاختبـار الأصلى هو ثلاثة حتى نتأكد من تساوى معاملات الارتباط •

وعندما نستطيع تقسيم الاختبار الأصلى الى هذه الأجزاء فاننا نتمكن أن نحسب ثبات أى جزء منها ، وذلك بحساب معامل ارتبـاطه بأى جزء من الأجزاء الأخرى ، وبذلك نحسب ثبات الاختبارات الجزئية مباشرة من معاملات الارتباط ، وبما أن معاملات ارتبـــاط الاختبارات الجزئية المتكافئة متساوية ، اذن فثبات أى اختبار منها يدل على ثبـات أى اختبار آخر •

---

(١) Gullikson, H. Theory of Mental Tests. 1950, P.P. 173—191.

(٢) Thorndilke, R.H., Reliability. In Lindquist' E.F. Educational Measurement, 1951, P.P. 861—862.

هذا وفى مقدورنا أن نزيد القيمة العددية لمعامل الثبات وذلك بضم الاختبارين جزئيين معا فى اختبار واحد وحساب معامل ثبات هذا الاختبار الجديد بطريقة سبيرمان وبراون • ونستطيع أيضا أن نقسم الاختبار الكلى الى أجزاء متكافئة ونستمر فى تقسيمنا هذا حتى يصبح كل سؤال من أسئلة الاختبار جزءا من هذه الأجزاء •

أهم العـوامل التى تؤثر على الثبات :

تتلخص أهم العوامل التى تؤثر على ثبات نتائج الاختبـارات فيمـا يلى :

أ — عدد الأسئلة

ب — زمن الاختبار •

جـ — التبـاين

د — التخمين

هـ — صياغة الأسئلة

و — حالة الفرد

وستبين أثر كل عامل من هذه العوامل على الثبات وأهم الطرق التى يستعين بها الباحث للتحكم فى هذه النواحى توطئة لزيادة القيمة العددية لهذا الثبات •

أ — عـدد الأسـئلة :

ترتفع القيمة العددية لمعامل الثبات تبعا لزيادة عدد أسئلة الاختبار • أى أن معامل ثبات الاختبار الطويل أكبر من معامل ثبات هذا الاختبار عندما ينقص عدد أسئلته الى النصف أو الثلث أو أية نسبة أخرى • وقد سبق أن بينا فى دراستنا لطريقة التجزئة النصفية لسبيرمان وبراون أن معامل ثبات نصف الاختبار يقل عن معامل ثبات الاختبار الكلى • هـذا

ويمكن أن نستعين بتلك المعادلة فى التنبؤ بالطول المناسب للاختبار حتى نحصل على معامل ثبات معين . فمثلا اذا كان معامل ثبات الاختبار يساوى ٠ر٧ وأردنا أن نزيده الى ٠ر٩ فان علينا أن نزيد من عدد الأسئلة لنحصل على هذا الثبات . وبما أن الصورة العامة لمعادلة سبيرمان وبراون تقوم فى جوهرها على عدد الأجزاء التى ينقسم اليها الاختبار ، اذن نستطيع أن نحسب مضاعفات الاختبار للحصول على معامل ثبات معين ، وذلك بحساب قيمة عدد هذه الأجزاء أو بمعنى آخر حساب قيمة ن فى المعادلة التالية .

$$ر_{11} = \frac{ن ر}{1 + (ن - 1) ر}$$

ويمكن أن نعيد صياغة رموز هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$ر_{ب ب} = \frac{ن ر_{11}}{1 + (ن - 1) ر_{11}}$$

حيث يدل الرمز ر$_{11}$ على معامل ثبات الاختبار كما هو قائم فعلا قبل الزيادة .

ويدل الرمز ر$_{ب ب}$ على معامل ثبات الاختبار كما يجب أن يكون بعد الزيادة .

فاذا كان معامل الثبات = ٠ر٧

وأردنا أن نرفع هذا الثبات الى ٠ر٩

$$\therefore \quad ر_{11} = ٠ر٧$$

$$ر_{ب ب} = ٠ر٩$$

$$٠,٩٠ = \frac{\text{ن} \times ٠,٧}{١ + (\text{ن} - ١)\ ٠,٧}$$

$$٠,٩ = \frac{\text{ن} \times (٠,٧)}{\text{ن} \times ٠,٧ + ٠,٣}$$

$$\text{ن} = \frac{٠,٢٧}{٠,٠٧}$$

$$= ٣,٨$$

$$= ٤ \text{ تقريبا}$$

وهكذا نرى أن عملية زيادة الثبات من ٧ر٠ الى ٩ر٠ تتطلب زيادة عدد أسئلة الاختبار الى أربعة أمثالها .

ب ــ زمن الاختبـــار :

يتأثر ثبات الاختبارات الموقوتة بالزمن المحدد لها . وقد أكدت أبحـــاث ليندكويست F.F. Lindguist وكوك[1] W.W. Cook هذه الفكرة .

وبذلك يزداد الثبات تبعـا لزيادة الزمن حتى يصـــل الى الحد المناسب للاختبار فيصل الثبات الى نهايته العظمى ثم يقل الثبات بعد ذلك كلما زاد الزمن عن ذلك الحد .

جـ ــ التبـــاين :

يرتبط الثبات ارتباطا مباشرا بتباين درجات الاختبار ، وقد سبق أن بينا علاقة التباين التجريبي بالتباين الحقيقي وبتباين الخطـــأ في

(١) Lind quist, E.F., and Cook W.W., Experimental Procedures in Test Evaluation. J. Exp. Edue., 1933. P.P. 163—185.

دراستنا لمعنى الثبات • ولذا ينقص ثبات الاختبار عندما ينقص التباين، ويزداد الثبات تبعا لزيادة التباين • وبما أن التباين يدل على فـروق الأفراد فى درجات الاختبار ، اذن فالأسئلة المتناهية فى الصعوبة أو السهولة تؤدى الى خفض الثبات ، والأسئلة المتدرجة فى صعوبتها تدريجا متزنا متصلا تؤدى الى رفع الثبات • ويصل الثبات الى نهـايته العظمى عندما تصل صعوبة الأسئلة الى ٥ر٠ لأن ذلك يدل على النهاية العظمى لتمييز الأسئلة كما سنوضح ذلك فى دراستنا التحليلية لأسئلة الاختبار (1) •

وهكذا نرى أن معامل ثبات درجات اختبار مجموعة متجانسـة من الأفراد ينقص فى قيمته العددية عن معامل ثبات درجات نفس الاختبار على مجموعة أخرى أقل تجانسا من المجموعة الأولى •

فاذا طبقنا اختبارا ما على مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ١٠ ووجدنا أن معامل الثبات يساوى ٨ر٠ فاننا نستطيع أن نتنبأ بمعامل ثبات هذا الاختبار عندما نعيد تطبيقه على مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ٢٠ وذلك بتطبيق المعادلة التالية :

$$ر_{٢٢} = \frac{١ - ع_{١}^{٢} (١ - ر_{١١})}{ع_{٢}^{٢}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{٢٢}$ على معامل ثبات المجموعة الثانية

ويدل الرمز $ر_{١١}$ على معامل ثبات المجموعة الأولى

ويدل الرمز $ع_{١}$ على تباين المجموعة الأولى

ويدل الرمز $ع_{٢}^{٢}$ على تباين المجموعة الثانية

---

(1) التمييز = السهولة × الصعوبة

وعندما تصبح الصعوبة مساوية ٥ر٠ تصبح السهولة مساوية لـ ١ – ٥ر٠ = ٥ر٠ وبذلك يصبح التمييز مساوياً ٥ر٠ × ٥ر٠ = ٢٥ر٠ • ولو فرضنا مثلا أن الصعوبة تساوى ٧ر٠ اذن فالسهولة تساوى ١ – ٧ر٠ = ٣ر٠ وبذلك يصبح التمييز مساوياً ٧ر٠ × ٣ر٠ = ٢١ر٠ وهذا أقل من القيمة السابقة التي كانت صعوبتها مساوية ٥ر٠

وبما أن :

ر١١ = ٠,٨ ، ع١ = ١٠ ، ع٢ = ٢٠

إذن يمكننا أن نتنبأ بالقيمة العددية لمعامل ثبات المجموعة الثانية وذلك بالتعويض فى المعادلة السابقة .

$$ر_{٢٢} = \frac{١ - ١٠٠ \, (١ - ٠,٨)}{٤٠٠}$$

$$= ١ - \frac{٢٠}{٤٠٠}$$

$$= ١ - ٠,٠٥$$

$$ر_{٢٢} = ٠,٩٥$$

وهكذا نرى مدى زيادة القيمة العددية لمعامل ثبات الاختبار تبعا لزيادة تباين درجاته . ولذا يجب أن نرصد تباين الاختبار عند رصدنا لمعامل ثباته .

د ـــ التخمين

ينقص الثبات تبعا لزيادة التخمين ، وذلك لأن الاجابة التى تعتمد على التخمين فى المرة الأولى لاجراء الاختبار لا تعتمد على نفس هذا التخمين فى المرة الثانية لاجراء ذلك الاختبار على نفس المجموعة وبذلك تضعف الصلة بين نتائج المرة الأولى ونتائج المرة الثانية ، وتنخفض تبعا لذلك القيمة العددية لمعامل الثبات . وهكذا يؤثر الغش والتخمين تأثيرا ضارا على ثبات الاختبار .

وتختلف الاختبارات فى مدى تأثرها بالتخمين تبعا لنوعها ، وأكثر هذه الأنواع تأثرا بالتخمين الاختبارات التى تعتمد على الاختيار من متعدد ، وبذلك يختار الفرد الاجابة الصحيحة من اجابتين أو أكثر . والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

(١) ٧×٤=٢١ أو ٢٨   ٢٤ اختبار من احتمالين

(٢) ٧×٤=١٨ أو ٢٨ أو ٢٤ اختبار من ثلاث احتمالات

(٣) ٧×٤=١٦ أو ١٨ أو ٢٦ أو ٢٨ اختبار من أربعة احتمالات

وسندرس هذه الأنواع دراسة وافية فى الفصل الخاص بتحليل أسئلة الاختبارات .

وقد أكدت أغلب الدراسات (١) التى بحثت معاملات ثبات هـذه الأنواع أن الثبات يرتفع تبعا لزيادة عدد الاحتمالات ، والجدول رقم ١٦٩ يوضح نتائج احدى هذه الدراسات .

عدد الاحتمالات	معامل الثبات
٢	٠,٨٤
٣	٠,٨٩
٧	٠,١٩

جدول ١٦٩
علاقة الاحتمالات بالثبات

هـ — صياغة الأسئلة

الأسئلة الغامضة ، الخادعة ، العاطفية ، الطويلة تقلل الثبات . والأسئلة الواضحة المبنى ، الموضوعية ، القصيرة تزيد الثبات ، ولذا يجب أن يدقق الباحث فى اختيار ألفاظ الأسئلة وعباراتها ونوعها حتى يصل بذلك الى الثبات الحقيقى للاختبار .

---

(١) Adkins, D. C, and others, Construction and Analysis of Achievement Tests. 1947. P. 159,

و — حالة الفرد

يتأثر الثبات بحالة الفرد الصحية والنفسية وبمدى تدربه على الموقف الاختبارى ، ولذا يؤدى المرض والتعب والتوتر الانفعالى الى نقصان الثبات .

الثبات والخطأ المعيارى للمقياس

سبق أن بينا فى مستهل هذا الفصل أن الدرجة فى أى مقيــاس أو اختبار يمكن أن ينقسم الى درجتين حقيقية وخاطئة . وأن الاثبــات يقيس الجزء الحقيقى من الدرجة . وعلينا الآن أن نحدد العــلاقة بين معامل الثبات والخطأ المعيارى للمقياس ، ولا شك أن هذا الخطأ المعيارى يرتبط بتشتت درجات المقياس كما يدل على ذلك الانحــــراف المعيارى للدرجات .

وهكذا يصل بنا هذا التحليل الى معادلة الخطأ المعيارى للمقياس وهى :

الخطأ المعيارى للمقياس = $ع \sqrt{١ - ر_{١١}}$

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعيارى للمقياس

ويدل الرمز ر١١ على معامل ثبات المقياس

وعلى سبيل المثال اذا كان الخطأ المعيارى للمقياس يساوى ٢ فاننا نســتطيع أن نقرر أن « الدرجة التى تساوى ٣٥ مثلا يمتد نطاقها من ٣٥ — ٢ = ٣٣ الى ٣٥ + ٢ = ٣٧ بدرجة ثقة ٢ الى شك ١ وهذه هى المساحة الاعتدالية المحصورة بين أول درجة معيارية سالبة وأول درجة معيارية موجبة من درجات المنحنى الاعتدالى المعيارى .

ونستطيع أن نمتد بدرجة الثقة الى ٥٪ شك و ٩٥٪ ثقة وذلك بضرب الخطأ المعيارى فى ١٫٩٦ ثم طرح الناتج من درجة الاختبــــار

لنحصل بذلك على الحد الادنى للمدى • وجمع الناتج على درجة الاختبار لنحصل بذلك على الحد الاعلى للمدى •

و ∵ الخطأ المعيارى للمقياس فى مثالنا السابق = ٢

∴ ٢ × ١٫٩٦ = ٣٫٩٢

∴ الحد الادنى للمدى = ٣٥ − ٣٫٩٢ = ٣١٫٠٨

والحد الاعلى للمدى = ٣٥ + ٣٫٩٢ = ٣٨٫٩٢

وهكذا أيضا بالنسبة لدلالة ١٪ شك الى ٩٩٪ ثقة وذلك بضرب الخطأ المعيارى للمقياس فى ٢٫٥٨

تمارين على الفصل السادس عشر

١ — بين الأسس الاحصائية النفسية التى تقوم عليها فكرة الثبات

٢ — وضح أهمية تقسيم الدرجة التجريبية الى أجزائها الحقيقية والخاطئة وتقسيم التباين التجريبى الى هذه الأقسام ، وأهمية هـذا التقسيم فى فهمنا العلمى لمعنى الثبات .

٣ — ما هى الفروق الجوهرية بين الثبات والدلالة الاحصائية .

٤ — ما هى أهم مميزات وعيوب حساب الثبات بطريقة اعـــادة الاختبار .

٥ — اشرح أهم الطرق التى تعتمد فى حسابها الثبات على طريقة التجزئة النصفية وبين مميزات وعيوب كل طريقة من هذه الطرق .

٦ — اذا كان معامل ارتبـــاط النصف الفردى بالنصف الزوجى للاختبار يساوى ٨ر٠ فما هو معامل ثبات الاختبار .

٧ — اذا كان تباين فروق درجات النصف الفـــردى والزوجى للاختبار يساوى ٦ر٥ وكان تباين الاختبار الكلى يساوى ٤ر١٢ فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .

٨ — اذا كان تباين الجـــزء الفردى للاختبار يساوى ٢ر٨ وتباين الجزء الزوجى يساوى ٣ر٤ دتباين درجات الاختبار يساوى ٥ر١١ فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .

٩ — اذا كان معامل ثبات اختبار موقوت ٧ر٠ وتوسط الأسئلة المتروكة يساوى ٣ وتباين الخطأ يساوى ٨ فما هو معامل الثبات بعد تصحيح أثر السرعة .

١٠ — بين الأسس والتطبيقات المختلفة لحساب الثبات بطـــريقة التبـــاين .

١١ — اختبار عدد أسئلته ٤٠ ومتوسطه ١٨٫٢ وانحرافه المعيارى ٨ فما هو معامل ثباته .

١٢— ما هى الأسس العلمية التى تعتمد عليها طريقة الاختبارات المتكافئة فى حساب الثبات ، وما هى عيوب ومميزات هذه الطريقة .

١٣— بين أهم العوامل التى تؤثر على الثبات ووضح أثر كل عامل من هذه العوامل .

١٤— احسب القيمة العددية لـ ن التى تزيد ثبات الاختبار من ٠٫٦ الى ٠٫٩ .

١٥— احسب ثبات درجات مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ١٢ اذا علمت أن ثبات درجات هذا الاختبار يساوى ٠٫٧ لمجموعة أخرى من الأفراد انحرافها المعيارى يساوى ٨ .

الفصل السابع عشر

الصـــدق

معنى الصـــدق وأهميته :

الاختبار الصادق يقيس ما وضع لقياسه ، فاختبـار الذكاء الذى يقيس الذكاء فعلا اختبار صادق ، مثـله فى ذلك كمثـل المتر فى قياسه للأطوال ، والكيلو فى قياسه للأوزان ، والساعة فى قياسها للزمن .

وتختلف الاختبارات فى مستويات صدقها تبعا لاقترابها أو ابتعادها من تقدير تلك الصفة التى تهدف الى قياسها ، فاختبار الذكاء الذى يصل فى قياسه لتلك القدرة الى مستوى ٠٫٨ أصـدق فى هـذا القياس من أى اختبار آخر للذكاء لا يصل الى هذا المستوى ، أى أنه أصدق مثلا من الاختبار الذى يصل فى قياسه للذكاء الى مستوى ٠٫٥

ويحسب مستوى صدق الاختبار بمقارنة نتائجه بنتائج مقيـاس آخر دقيق لتلك الصفة ، ويسمى هذا المقياس بالميزان (١) اذ به نزيد صدق الاختبار .

فاذا فرضنا مثلا أن اختبار بينيه Binet (٢) هو أصدق اختبار لقياس الذكاء فاننا نستطيع أن نحسب صدق أى اختبار للذكاء وذلك بمقارنة نتائج هذا الاختبار بنتائج اختبار بينيه ، وهذا يعنى اتخـاذ مقياس بينيه للذكاء ميزانا نقيس به صدق اختبارات الذكاء الأخرى .

---

(١) الميزان Critrëion

ويعرف الميزان بأنه علامة ظاهرة أو باطنة بها نبين الأشياء والمعانى ونستطيع الحكم عليها (راجع مصطلحات المجمع اللغوى فى الفلسفة)

(٢) اختبار بينيه للذكاء هو أول اختبار دقيق لقياس الذكاء .

والصدق بهذا المعنى صفة نسبية وذلك لأن الاختبار الذى يصدق فى قياسه لأية قدرة كالقدرة اللغوية لا يصدق غالبا فى قياسه لقـــدرة أخرى كالقـــدرة العددية أى أن الاختبار الصادق بالنسبة لقدرة ما ، غير صادق بالنسبة لقدرة أخرى ، شأنه فى ذلك شأن المتر الذى يصدق فى قياسه للأطوال ولا يصدق فى قياسه للأوزان . أى أنه نسبى أيضا فى صدقه .

وهكذا نرى أن الصدق يعتمد فى جوهره على مقارنة أداء الأفراد فى الاختبار بأدائهم فى الميزان ، أيآ كان نوع هذا الميزان .

وللصدق أهميته القصـــوى فى بنـــاء الاختبارات النفسية وذلك بالكشف عن محتـــــوياتها الداخلية ، وفى الافادة من تلك الاختبارات فى الاختبـــار التعليمى والمهنى . أى فى التنبؤ بمستويات الأفراد فى حياتهم التعليمية والمهنية ، توفيراً للجهد والمـــال والتدريب حتى يطمئن كل فرد الى أنه يعمل فى الميدان الذى يتفق مع استعداداته ومواهبـــه ومهاراتـــه المختلفة .

أنواع الصـــــدق :

تتلخص أهم أنواع الصدق (١) فيما يلى :

(أ) الصدق الوصفى ، ويشتمل على الأنواع التالية :

١ — الصدق الفرضى .

٢ — الصدق السطحى .

٣ — الصدق المنطقى .

---

(١) الصدق الوصفى Descriptive Valtdity ، الصدق الإحصائى Statistical Validity
الصدق الفرضى Validity by assumption ، الصدق الذاتى Intrinsic Validity
الصدق السطحى Face Validty — الصدق التجريبى Empirical Validity
الصدق المنطقى Logical Validity — الصدق العاملى Factorial Validity

(ب) الصدق الاحصائى ويشتمل على الأنواع التالية :

١ — الصـــدق الذاتى •
٢ — الصدق التجريبى •
٣ — الصدق العاملى •

ويعتمد الصدق الوصفى على الدراسة التمهيدية للاختبار لمعرفة مدى صلاحيته للتجريب ، ويعتمـد الصدق الاحصائى على تحليل نتائج الاختبار بعد تجربته • وقد سبق أن بينا معنى الصدق وقصرناه على النـوع الثانى أى على الصدق الاحصائى لأنه هـو المفهوم العلمى الدقيق للصدق •

ا — الصـــــدق الوصفى

١ — الصـــدق الفـــرضى :

لا يدل اسم الاختبار ، فى الأغلب والأعم ، على صدقه ، فهنـاك اختبارات أطلق عليها الناس أسماء لا تمت الى صدقها بصلة وثيقـة لأنها لم تخضع للتحليل العلمى الاحصائى الذى يكشف بوضوح عن هذا الصدق • وهكذا يفترض الناس أن اختبارا ما يقيس الذكاء فيطلقون عليه ذلك الاسم ظنا منهم أنه فعـــلا يقيس هـذا الذكاء • وأغلب الامتحانات المدرسية تنطوى تحت هذا النوع لأنها افتراضية ، ولم يقم الدليل العلمى على ما تقيسه ولذا لا يصلح هذا النوع للحكم على مدى صدق الاختبار •

٢ — الصـــدق السطحى :

يدل الصدق السطحى على المظهر العام للاختبار كوسـيلة من وسائل القياس العقلى • أى أنه على مدى مناسبة الاختبار للمختبرين ، ويبدو ذلك فى وضوح تعليماته وصحة ترتيبها للخطوات الأساسية التى

يتبعها المختبر فى فهمه للأسئلة واجابته عنها ، وعلى دقة تحديد الزمن المناسب للاختبارات الموقوتة التى تعتمد على السرعة ، وعلى تحـديد مستويات الصـعوبة للاختبارات غير الموقوتة التى تعتمد على القوة ، وعلى نوع الأسئلة ومدى صلاحيتها لإثارة الاستجابات المناسبة مـن المختبرين • فالاختبار الحسابى الذى يدور حول المسائل المدرسية العادية قد لا يثير الاستجابة المناسبة من الجنود أو العمال بالرغم من أنه يثير الاستجابات المناسبة من الطلبة •

هذا وعندما يدرك كل مختـبر فكرة الاختبار ادراكا واضـحا ، ويشـعر بأهميته ، وينشط للاجابة عليه ، نستطيع أن نحكم على صدق هذا الاختبار من الناحية السطحية •

وينطوى الصدق السطحى للاختبار أيضا على سهولة الامكانيات العملية لطبعه وتصحيحه وتفسير نتائجه •

وهكذا ندرك أهمية هذا النوع من الصـــدق فى بناء الاختبارات العقلية •

٢ — الصـــدق المنطقى :

يهدف الصدق المنطقى الى الحكم على مدى تمثيل الاختبار للميدان الذى يقيسه • فالاختبار العددى الذى يعتمد على الألفاظ أكثر مما يعتمد على الأعداد اختبار غير صادق من الناحية المنطقية • والاختبار المكانى الذى يعتمد على العمليات العددية أكثر مما يعتمد على النواحى المكانية اختبار غير صـادق من الناحية المنطقيـــة ، وهكذا بالنسبة للميادين الأخـرى •

أى أن فكرة الصدق المنطقى تقوم فى جوهرها على اختيار أسئلة الاختبـار بالطريقة الطبقية أو الطبقية العشـوائية التى تمثل ميدان القياس تمثيلا احصائيا صحيحا • ولذا يعتمد بناة الاختبارات الحديثة

على هذا النوع من الصدق فى صياغة وإعداد الاختبارات المختلفة ، فيبدأون بتحليل المجال أو الميدان الاختبارى أو الناحية التى يراد قياسها تحليلا يكشف عن عناصرها المختلفة وأقسامها الرئيسية ، ثم يفصل كل قسم الى أجزاءه المختلفة ، وتقدر النسب المئوية لأجزاء كل قسم من هذه الأقسام ، وبذلك تصبح عملية اختيار العينة الطبقية أوالطبقية العشوائية للأسئلة عملية ميسورة وتصبح أيضا عملية صياغة الأسئلة عملية صحيحة شاملة .

ب ــ الصــدق الإحصائى

١ ــ الصــدق الذاتى :

يعرف الصدق الذاتى بأنه صدق الدرجات التجريبية للاختبار بالنسبة للدرجات الحقيقية التى خلصت من شوائب أخطاء القياس . وبذلك تصبح الدرجات الحقيقية للاختبار هى الميزان الذى ننسب اليه صدق الاختبار . وبما أن الثبات يقوم فى جوهره على معامل ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار بنفسها اذا أعيد اجراء الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التى أجرى عليها أول مرة كما سبق أن بينا فى تحليلنا لمعنى الثبات . اذن فالصلة وثيقة بين الثبات والصدق الذاتى .

ويقاس الصدق الذاتى بحساب الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

معامل ثبات الاختبار = ٦٤ر٠

∴ معامل الصدق الذاتى = $\sqrt{\text{٦٤ر٠}}$

= ٨ر٠

ولهذا الصدق أهميته القصوى فى تحديد النهاية العظمى لمعاملات الصدق التجريبى والصدق العاملى ، أى أن الحد الأعلى لمعامل صدق

الاختبار يساوى معامل صدقه الذاتى ، وبذلك لا يمكن أن تتجاوز القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار معامل صدقه الذاتى • فاذا كان الصدق الذاتى مساويا لـ ٠ر٧٠ مثلا ، فان معامل صدق مثل هذا الاختبار يساوى أو يقل عن ٠ر٧ وهو فى الأغلب والأعم يقل عن ٠ر٧ ولا يصل اليها الا نظريا •

وسنبين هذه النواحى بالتفصيل فى دراستنا للعوامل التى تؤثر على الصدق •

٢ — الصدق التجريبى :

ويسمى معامل ارتباط الاختبار بالميزان بالصدق التجريبى أو الواقعى أو العملى ؛ وهو أهم أنواع الصدق وأكثرها شيوعا •

وتعتمد فكرة الصدق التجريبى على صدق الميزان نفسه • وهكذا ندرك أهمية اختيار الميزان الدقيق ؛ وسنتناول هذه الناحية بالتفصيل فى دراستنا لأنواع الموازين •

ويصلح هذا النوع من الصدق للتنبؤ بدرجات الميزان من درجات الاختبار لأنه يقوم على معامل الارتباط • وتتلخص طريقة التنبؤ فى حساب انحدار درجات الميزان على درجات الاختبار كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لمعاملات الانحدار •

وسنبين أهمية هذه الفكرة فى تحليلنا المقبل لفوائد الصدق فى الاختيار التعليمى والمهنى •

٣ — الصدق العاملى :

يعتمد هذا النوع من الصدق على التحليل العاملى للاختبارات المختلفة ولموازينها التى تنسب اليها •

وتقـــوم فكرة التحليل العاملى على حساب معاملات ارتبـاط الاختبارات والموازين المختلفة ثم تحلل هذه الارتباطات الى العوامل التى أدت الى ظهورها ، وبذلك يؤدى هذا التحـليل الى الكشـف عن العوامل المشتركة العامة والطائفية التى تتكون منهـا الاختبـــارات المختلفة ، ويؤثر العامل العـام على جميع الاختبـارات بنسب مختلفة تسمى معاملات تشبع الاختبارات بالعامل العـام ، ويؤثر العـامل الطائفى فى بعض الاختبـارات بنسب مختلفة تسمى أيضـا معاملات تشبع الاختبارات بالعامل الطائفى • اى أن العوامل الطائفية تقسـم الاختبارات الى تجمعات وفقا لما تقيسه تلك الاختبارات ، فتؤلف من الاختبارات العـددية قسما أو طائفة ، وتؤلف من الاختبارات اللغوية قسما آخر أو طائفة ، وهكذا تكشف تلك العوامل عن مدى ارتباط كل اختبار من اختبارات أى مجموعة من تلك المجموعات بالعامل أو القدرة التى تمثلها تلك المجموعة •

وقد تطورت فكرة التحليل العاملى تطورا سريعا منذ بدأت بأبحاث سبيرمان فى مستهل هذا القرن • وقد كانت فى نشأتها الأولى تؤكد فقط أهمية العامل العام وبذلك كان الصدق العاملى للاختبارات المختلفـة ينسب دائما الى مدى تشبعها بذلك العـامل العـام أيا كان نوعه • والمثال التالى يوضح هذه الفكرة •

اختبار التفكير = ٠,٨ عامل عام + ٠,٦ عامل خاص أو خطـأ المقيـاس •

أى أن اختبار التفكير صادق فى قياسه لذلك العامل بدرجة ٠,٨

وقد تطورت الأبحاث العاملية بعد ذلك تطورا أدى الى تأكيـــد العوامل الطائفية واهمال أثر العامل العام لقصوره عن توضيح المكونات الطائفية للاختبارات المختلفة • والمثال التالى يوضح هذه الفكرة •

أختبار التفكير = ٨ر٠ أ + ٤ر٠ ب + ٣ر٠ جـ + ٥ر٠ عامل خاص أو خطأ المقياس

حيث يدل الرمز ا على القدرة الطائفية الأولى ولتكن مثلا القدرة الاستدلالية

ويدل الرمز ب على القدرة الطائفية الثانية ولتكن مثلا القدرة اللفظية

ويدل الرمز جـ على القدرة الطائفية الثالثة ولتكن مثلا القدرة العددية

ويدل العامل الخاص على خطأ المقياس

وبذلك يصبح الصدق العاملى لهذا الاختبار هو تشبعه بالقدرات، وتصبح القيم العددية لذلك الصدق هى نفس المعاملات التى دلت عليها المعادلة العاملية السابقة .

وقد أصبح فى مقدور علم النفس الإحصائى أن يجمع بين الاتجاهين : العام والطائفى فى تنظيم واحد ، وبذلك تمت الخطوة الثالثة لتطور الأبحاث العاملية ، وتمت معها عملية الكشف عن الصدق العاملى والطائفى للاختبارات المختلفة .

ولهذه الطريقة أهميتها الكبرى فى تحليل عدد كبير من الاختبارات والموازين تحليلا علميا دقيقا يؤدى الى الكشف عن أقوى تلك الاختبارات بالنسبة لأى ميزان ، وعدد النسب الصحيحة لجمع نتائج بعض الاختبارات فى درجة واحدة صادقة صدقا عاليا بالنسبة لميزان معين . أى عن الصدق الجمعى .

الطرق الاحصائية لقياس الصدق :

تتلخص أهم الطرق الإحصائية المعروفة لقياس الصدق فيما يلى :

١ — طريقة معاملات الارتباط — وهى من أدق الطرق المعروفة لحساب الصدق وأطولها أيضا . ويعتمد الصدق التجريبى والصدق العاملى اعتمادا كليا على هذه الطريقة ، وهى تؤدى الى معرفة معامل الصدق [1] بطريقة صحيحة .

٢ — طريقة المقارنة الطرفية [2] — وتقوم فى جوهرها على مقارنة متوسط درجات الأقوياء فى الميزان بمتوسط درجات الضعاف فى نفس ذلك الميزان بالنسبة لتوزيع درجات الاختبار . ولذا سميت بالمقارنة الطرفية لاعتمادها على الطرف الممتاز والطرف الضعيف للميزان .

٣ — طريقة الجدول المرتقب [3] — وتعتمد على مقارنة التوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الميزان بالتوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الاختبار فهى بذلك تقوم على فكرة التكرار المزدوج .

وسنتناول فيما يلى كل طريقة من هذه الطرق بالدراسة والتحليل .

١ — طريقة معاملات الارتباط :

سبق أن بينا أن معامل الصدق يساوى معامل ارتباط الاختبار بالميزان أيا كان نوع هذا الميزان ، اختبارا أو عاملا أو أى مقياس

---

١ — معامل الصدق Validity Coefficient
٢ — المقارنة الطرفية The Comparison of Extreme Groups
٣ — الجدول المرتقب Expectancy Chart

آخر • وهكذا تتلخص هذه الطريقة فى حساب ذلك الارتباط بالطريقـة التى تصلح له •

وبما أن معامل الصدق يدل على مدى صلاحية الاختبار للتنبـؤ بدرجات الميزان حتى نستعين بمثل ذلك الاختبار بعـد ذلك فى قياس الاستعداد للدراسة أو المهنة التى يقيسها ذلك الميزان اذن فالصـدق وحده لا يصلح بصورته المباشرة للتنبؤ ، ولذا يحسب التنبؤ بطريقـة الانحدار ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة •

لنفرض أن الرمز ص يدل على درجات الميزان •

والرمز س يدل على درجات الاختبار •

∴ فالمعادلة التى تصلح لاستنتاج درجات الميزان من درجـات الاختبار هي معادلة انحدار ص على س ، وقد سبق أن درسنا هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$ص = ر \times \frac{ع_س}{ع_ص}(س - م_س) + م_س$$

وهكذا نستطيع أن نتنبـأ بدرجة أى فرد فى الدراسة أو المهنـة المقبلة وذلك بمعرفة درجته فى الاختبار الذى حسبنا معـامل صدقه بالنسبة لتلك الدراسة أو المهنة •

لكن هذا التنبؤ يتأثر بأخطاء العينات ، ولذا يجب أن نعـرف مدى الدلالة • اذن فعلينا أن نحسب الخطأ المعيارى للتنبؤ بدرجات ص من درجات س •

ويحسب الخطأ المعيارى للانحدار بالمعادلة التالية :

$$ع_{ص/س} = ع_ص \sqrt{١ - ر^٢}$$

حيث يدل الرمز $ع_{ص/س}$ على الخطأ المعيارى لانحدار ص على س .

ويدل الرمز $ع_{ص}$ على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان ص :

ويدل الرمز $ر$ على معامل صدق الاختبار ، أو بمعنى آخر معامل ارتباط الاختبار بالميزان .

هذا ويمكن حساب $\sqrt{1 - ر^2}$ مباشرة من معامل الاغتراب وذلك بالاستعانة بجدول رقم ١٥ المبين بملحق الجدول الاحصائية النفسية الذى يدل على المقابلات الاغترابية غ للارتباط ر . وقد سبق أن بينا أن الاغتراب $غ = \sqrt{1 - ر^2}$ وهكذا نستطيع أن نعيد صياغة المعادلة السابقة فى الصورة التالية :

$$ع_{ص/س} = ع_{ص} \times غ$$

فاذا فرضنا أن معامل الصدق $ر = ٠٫٧٥$.

$\therefore$ معامل الاغتراب $غ = ٠٫٦٦$.

وفرضنا أن الانحراف المعيارى $ع_{س} = ٦٫٥$

$\therefore$ $ع_{ص/س} = ٦٫٥ \times ٠٫٦٦$.

$= ٤٫٣$ تقريبا .

أى أن حدود أى درجة من درجات الميزان ص التى تقابل الدرجة س من درجات الاختبار س تمتد من (ص — ٤٫٣) الى (ص + ٤٫٣) ، واحتمال وقوع الدرجة فى هذا النطاق الى احتمال وقوعها خارج هذا النطاق يساوى ٢ الى ١ كما سبق أن بينا ذلك فى تفسيرنا لمعنى الدلالة الاحصائية للخطأ المعيارى .

٢ — طريقة المقارنة الطرفية :

عندما تدل نتائج الاختبار على أن الأقوياء فى الميزان أقوياء فى الاختبار وأن الضعاف فى الميزان ضعاف فى الاختبار يصبح الاختبار صادقا • ويزداد الصدق تبعا لزيادة هذا الاقتران ويتناقص تبعا لتناقص هذا الاقتران • ولذا نرى الأهمية الطرفية لمستويات الميزان فى هذه المقارنة •

ومن أبسط الطرق التى تستخدم لتحقيق هذه الفكرة مقارنة متوسطات درجات الأقوياء بمتوسطات درجات الضعاف ثم حساب دلالة الفروق بين هذه المتوسطات • وعندما تصبح لتلك الفروق دلالة احصائية واضحة نستطيع ان نقرر أن الاختبار يميز بين الأقوياء والضعاف فى الميزان ؛ وبذلك نطمئن الى صدقه ؛ وعندما لا تصبح لتلك الفروق دلالة احصائية واضحة فاننا لا نستطيع الاطمئنان الى صدق مثل هذا الاختبار •

أى أن هذه الطريقة تدل على صدق الاختبار ولا تدل بطريقة عددية أكيدة على مقدار هذا الصدق • ولذا يقصر استخدامها على الأحكام السريعة التمهيدية التى تفصل الاختبارات المختلفة الى ما هو صادق وما هو غير صادق بالنسبة لميزان ما ، وتصلح أيضا لترتيب تلك الاختبارات ترتيبا يدل على مدى صدقها بالنسبة للميزان •

هذا ولا غنى للباحث عن هذه الطريقة عندما لا يستطيع الحصول على ترتيب جميع الأفراد بالنسبة لمستويات الميزان المختلفة ، بل يستطيع فقط الحصول على الأفراد الممتازين والضعاف •

والجدول رقم ١٧٠ يوضح طريقة حساب فروق المتوسطات الطرفية والكشف عن دلالتها الاحصائية •

---

(١) راجع الفصل الثانى عشر من الكتاب – نظرية العينات والدلالة الإحصائية .

فئات درجات الاختبار	منتصفات الفئات	تكرار المستوى الميزان الضعيف	تكرار المستوى الضعيف × منتصفات الفئات	تكرار المستوى الميزانى القوى	تكرار المستوى القوى × منتصفات الفئات
٥٠ — ٥٤	٥٢	١	٥٢	٠	
٥٥ — ٥٩	٥٧	٢	١١٤	٠	
٦٠ — ٦٤	٦٢	١	٦٢	٠	
٦٥ — ٦٩	٦٧	٥	٣٣٥	٠	
٧٠ — ٧٤	٧٢	٨	٥٧٦	٣	٢١٦
٧٥ — ٧٩	٧٧	٤	٣٠٨	٦	٤٦٢
٨٠ — ٨٤	٨٢	٠	٠	٧	٥٧٤
٨٥ — ٨٩	٨٧	٠	٠	٥	٤٣٥
٩٠ — ٨٤	٩٢	٠	٠	٣	٢٧٦
٩٥ — ٩٩	٩٧	٠	٠	٣	٢٩١
		مج = ٢١	مج = ١٤٤٧ م١ = ١٤٤٧ / ٢١ = ٦٨٫٩ ع١ × ٦٫٨١	مج = ٢٧	مج = ٢٢٥٤ م٢ = ٢٢٥٤ / ٣٧ = ٨٣٫٤٨ ع٢ = ٧٫٤٣

جدول ١٧٠

طريقة حساب المتوسطات الطرفية وانحرافاتها المعيارية

ويدل العمود الأول فى هذا الجدول على فئات درجات الاختبار . وبذلك تمتد الفئة الأولى من ٥٠ الى ٥٤ والثانية من ٥٥ الى ٥٩ وهكذا حتى تمتد الفئة الأخيرة من ٩٥ الى ٩٩ .

وتدل درجات العمود الثانى على منتصفات تلك الفئات ، فمنتصف الفئة الأولى ٥٢ ومنتصف الفئة الثانية ٥٧ ، ومنتصف الفئة الأخيرة ٩٧ .

وقد رصدنا فى العمود الثالث تكرار أفراد المستوى الضعيف فى الميزان كل أمام درجته فى الاختبار ، وبذلك يدل السطر الأول فى هذا العمود على أن فردا واحدا من أفراد المستوى الضعيف فى الميزان حصل على درجة فى الاختبار تقع فى الفئة الأولى لدرجات هذا الاختبار التى تمتد من ٥٠ الى ٥٤ ، ويدل السطر الثانى على أن ٢ من أفراد هذا المستوى حصلا على درجات فى الاختبار تقع فى الفئة التى تمتد من ٥٥ الى ٥٩ ، وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

ويدل العمود الرابع على حاصل ضرب منتصف كل فئة من فئات الاختبار فى التكرار المقابل لها ، وبذلك يبين السطر الأول فى هذا العمود حاصل ضرب ٥٢ × ١ = ٥٢ ويبين السطر الثانى حاصل ضرب ٥٧ × ٢ = ١١٤ وهكذا بالنسبة لبقية الفئات ، وقد حسب متوسط درجات أفراد هذا المستوى وذلك بقسمة مجموع الدرجات المساوى لـ ١٤٤٧ على عدد أفراد هذا المستوى الذى يساوى ٢١ ، وبذلك أصبح المتوسط مساويا لـ ٦٨٫٩

ويدل العمود الخامس على تكرار أفراد المستوى القوى فى الميزان بالنسبة لفئات درجات الاختبار ، فمثلا يدل السطر الأخير على أن عدد أفراد المستوى الممتاز الذين حصلوا على درجات فى الاختبار تقع فى الفئة ٩٥ — ٩٩ هو ٣ ، ويدل السطر الذى قبله على أن عدد أفراد هذا المستوى الذين حصلوا على درجات فى الاختبار تقع فى الفئة ٩٠ — ٩٤ هو ٣ أيضا . وهكذا بالنسبة لبقية تكرار هذا العمود .

ويدل العمود السادس على حساب متوسط هذا المستوى بنفس الطريقة التى اتبعناها فى حساب متوسط المستوى الضعيف • وبما أن مجموع تكرار هذا العمود يساوى ٢٧ ، ومجموع درجات هذا المستوى يساوى ٢٢٥٤ اذن فمتوسط درجات هذا المستوى يساوى ٨٣ر٤٨ أى أن :

متوسط درجات أفراد المستوى الميزانى الضعيف = ٦٨ر٩٠
ومتوسط درجات أفراد المستوى الميزانى القوى = ٨٣ر٤٨

ولحساب الدلالة الاحصائية للفرق القائم بين هذين المتوسطين نحسب أولا الخطأ المعيارى لكل متوسط وذلك بحساب الانحراف المعيارى لدرجات كل مستوى من هذين المستويين ، ثم نستعين على حساب دلالة الفرق بالنسبة الحرجة •

وقد سبق أن بينا أن :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{م}_{٢} - \text{م}_{١}}{\sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{م}_{١}} + \text{ع}^{٢}_{\text{م}_{٢}}}}$$

وذلك بالنسبة للمتوسطات غير المرتبطة ، هذا وتحسب الأخطاء المعيارية للمتوسطات من المعادلات التالية :

$$\text{ع}_{\text{م}_{١}} = \frac{\text{ع}_{١}}{\sqrt{\text{ن}_{١}}} \qquad \text{ع}_{\text{م}_{٢}} = \frac{\text{ع}_{٢}}{\sqrt{\text{ن}_{٢}}}$$

لكن الانحراف المعيارى لدرجات المستوى الميزانى الضعيف $\text{ع}_{١}$ = ٦ر٨١

$$\therefore \text{الخطأ المعيارى لمتوسط درجات هذا المستوى } \text{ع}_{\text{م}_{١}} = \frac{٦ر٨١}{\sqrt{٢١}}$$

$$= ١ر٤٩$$

والانحراف المعيارى لدرجات المستوى الميزانى القوى ع٢ = ٧٫٤٣

∴ الخطأ المعيارى لمتوسط درجات هذا المستوى ع م٢ = $\frac{٧٫٤٣}{\sqrt{٢٧}}$

= ١٫٤٣

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{٨٣٫٤٨ - ٦٨٫٩٠}{\sqrt{(١٫٤٣)^٢ + (١٫٤٩)^٢}}$$

$$= \frac{١٤٫٥٨}{\sqrt{٢٫٠٤٤٩ + ٢٫٢٢٠١}}$$

$$= \frac{١٤٫٥٨}{٢٫٠٧}$$

∴ النسبة الحرجة = ٧٫٠٤ تقريبا

وبما أن هذه النسبة تزيد على ٢٫٥٨ درجة معيــارية أو على ٣ ، اذن فالفرق القــــائم بين المتوسطين له دلالة احصائية أكيدة ولا يرجع الى الصدفة • أى أن درجات هذا الاختبار تميز تمييزا واضحا بين المستويات الضعيفة والقوية للميزان سواءأكان هذا الميزان مهنة أو عملا أو دراسة أى أن هذا الاختبار صادق فى قياسه لتلك الصفة التى يقيسها الميزان •

هذا ونستطيع أن نحصـــــل على ترتيب جميع الأفراد فى الميزان ثم تقسيم هؤلاء الأفراد الى قسمين : قوى وضعيف ، ونحسب بعد ذلك معامل ارتباط هذا التقسيم الثنائى للميزان بالتدريج المتتابع للاختبــار بطريقة معامل الارتباط الثنائي أو الثنائي الأصيل لنحصـل على القيمة

العددية لمثل هذا الصدق ، وبذلك نطور هذه الطريقة التقريبية الى دقة الطريقة الأولى التى تعتمد على حساب مثل ذلك الارتباط .

وترجع فكرة هذه الطريقة الى تقسيم مستويات الميزان بالوسيط الى طرفين : علوى وسفلى أو ما فوق الوسيط وما دون الوسيط ، ثم يحسب بعد ذلك معامل الارتباط لهذا التقسيم الثنائى ويختار من القسم العلوى الـ ٢٧ ٪ الأقوياء ، ويختار من القسم السفلى الـ ٢٧ ٪ الضعاف ويحسب من ذلك معامل الارتباط من جدول فلاناجان J. Flangan المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية جدول رقم ١٦ ، أو بطريقة جونسون A.P.Jo hnson السريعة كما سنبين ذلك بالتفصيل فى تحليلنا لصدق أسئلة الاختبارات فى الفصل التالى .

٣ — طريقة الجدول المرتقب :

تعتمد هذه الطريقة على الافادة من التكرار المزدوج للاختبار والميزان فى تقدير صدق الاختبار ، وتؤدى الى الكشف عن معرفة النسب المئوية للنجاح فى كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل مستوى من مستويات الاختبار .

وتتلخص خطوات هذه الطريقة فى حساب جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان ثم تحويل خلايا هذا الجدول الى ما يسمى بالجدول المرتقب (١) وذلك بحساب النسبة المئوية لكل تكرار ، وبذلك نستطيع تفسير نتائج الاختبار فى ضوء هذه النسب المئوية ، والمثال التالى المبنى بالجدول رقم ١٧١ يوضح خطوات هذه الطريقة .

---

(١) Adkins, D.C., and Others. Construction and Analysis of Achievement Tests, 1974, P.P. 13—165.

	جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان	مستويات النجاح فى الميزان					المجموع
		١	٢	٣	٤	٥	
فئات درجات الاختبار	٥٠ – ٥٩	٣	١٣	١١	٩		٣٣
	٦٠ – ٦٩	٦	٢١	٣٠	٦		٦٣
	٧٠ – ٧٩	١٢	٢٤	٤٥	٢٤	٩	١١٤
	٨٠ – ٨٩		٩	١٥	٢٤	١٢	٦٠
	٩٠ – ٩٩			٦	١٨	٦	٣٠

(جدول ١٧١)

التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبار ولمستويات النجاح فى الميزان

حيث يدل العمود الأول على فئات الدرجات التى تبدأ بالفئة ٥٠ ـ ٥٩ وتنتهى الى الفئة ٩٠ ـ ٩٩

ويدل السطر الأول على مستويات الأداء والنجاح التى تبدأ بالمستوى الأول الذى يعد أضعف هذه المستويات ويليه المستوى الثانى الذى يفضله فى القوة ثم تنتهى الى المستوى الخامس الذى يعد أقوى هذه المستويات •

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج للاختبار والميزان ، وبذلك نرى أن التوزيع لتكرارى لمستويات الميزان بالنسبة للفئة الأولى لدرجات الاختبار التى تمتد من ٥٠ الى ٥٩ هو ٣ أفراد فى المستوى الميزانى الأول ، ١٣ فردا فى المستوى الميزانى الثانى ١١ فردا فى المستوى الميزانى الثالث ، ٦ أفراد فى المستوى الميزانى الربع ، وصفر فى المستوى الميزانى الخامس أى تكرار النجاح فى المهنة بالنسبة للفئة الأولى ٥٠ ـ ٥٩ يميل الى التجمع فى المستويات الدنيا لهذا

الميزان • أى أن الفئة الدنيا للاختبار تقترن الى حد ما بالمستويات الضعيفة للميزان • ويمكن أن نستطرد فهمنا لخلايا هذا الجدول حتى نصل الى أعلى فئات الدرجات التى تمتد من ٩٠ الى ٩٩ فنرى أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان يساوى صفرا فى المستوى الميزانى الأول ؛ وصفرا فى المستوى الميزانى الثانى ثم يرتفع هذا التكرار ليساوى ٦ أفراد فى المستوى الميزانى الثالث ١٨٢ فردا فى المستوى الميزانى الرابع ، ٦ أفراد فى المستوى الميزانى الخامس ، أى أن الفئة العليا للميزان تقترن الى حد ما بالمستويات القوية للميزان •

لكن هذا الجدول بصورته القائمة لا يدل بطريقة واضحة أكيدة على المقارنة الاقترانية لفئات الاختبار ومستويات الميزان • ولذا تحسب النسب المئوية للخلايا الداخلية لذلك الجدول حتى نكشف عن النسبة المئوية للنجاح فى كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار •

وتحسب هذه النسب بقسمة كل تكرار على المجموع المقابل له فى نهاية السطر ، ثم يضرب الناتج بعد ذلك فى مائة •

والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه النسب :

∵ التكرار المزدوج للفئة ٥٠ – ٥٩ وللمستوى الميزانى الأول يساوى ٣ ، وبما أن مجموع تكرار هذا السطر يساوى ٣٣

∴ النسبة المئوية لتكرار هذه الخلية = $\frac{٣}{٣٣}$ × ١٠٠

= ٩ تقريبا

وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا ، كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٧٢

فئات درجات الاختبار	التكرار المزدوج المئوى للاختبار والميزان	مستويات النجاح فى الميزان ١	٢	٣	٤	٥	المجموع
	٥٠ – ٥٩	٩	٣٩	٣٣	١٨		٩٩
	٦٠ – ٦٩	١٠	٣٣	٤٨	١٠		١٠١
	٧٠ – ٧٩	١١	٢١	٣٩	٢١	٨	١٠٠
	٨٠ – ٨٩		١٥	٢٥	٤٠	٢٠	١٠٠
	٧٠ – ٩٩			٢٠	٦٠	٢٠	١٠٠

(جدول ١٧٢)

الجدول المرتقب أو التكرار المزدوج المئوى لفئات درجات الاختبار ولمستويات الميزان

ويسمى جدول التكرار المزدوج المئوى للاختبار والميزان بالجدول المرتقب إذ به نستطيع أن نعمم احتمال النجاح فى المهنة بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار فاحتمال النجاح فى المستوى الرابع للمهنة يساوى ١٨ ٪ بالنسبة للفئة الأولى الاختبارية التى تمتد من ٥٠ الى ٥٩ ، واحتمال النجاح فى نفس هذا المستوى يصل الى ٦٠ ٪ بالنسبة للفئة الأخيرة الاختبارية التى تمتد من ٩٠ الى ٩٩ كما يدل على ذلك الجدول المرتقب .

وهكذا نستطيع أن نقدر مدى صدق هذا الاختبار بالنسبة لكل مستوى من مستويات الميزان بطريقة عملية سريعة .

هذا ونستطيع أن نجمع البيانات العددية للجدول السابق فى أربع خلايا تلخص التكرار المزدوج للمستويات الضعيفة والقوية للميزان . وللفئات الدنيا والعليا للاختبار ، وبذلك نكشف بطريقة سريعة عن صدق

الاختبار ونستعين بهذا الصدق فى تحـديد اختيار الأفراد كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٧٣ •

الجدول الرباعى للتكرار المزدوج			مستويات الميزان		المجموع
			الضعيف	القوى	
			من ١ إلى ٢	من ٣ إلى ٥	
فئات درجات الاختبار	الأدنى	٥٠ - ٧٩	(ا) ٧٩	(ب) ١٣١	٢١٠
	الأعلى	٨٠ - ٩٩	(حـ) ٩	(د) ٨١	٩٠

(جدول ١٧٣)
الجدول الرباعى للتكرار المزدوج للفئات الدنيا والعليا للدرجات وللمستويات الضعيفة والقوية للميزان

حيث يدل هذا الجدول على أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان بالنسـبة للفئة الدنيا لدرجات الاختبار التى تمتد من ٥٠ الى ٧٩ هـو ٧٩ فردا فى المستوى الميزانى الضعيف الذى يمتد من ١ الى ٢ ، ١٣١ فردا فى المستوى الميزانى القوى الذى يمتد من ٣ لى ٥ •

ويدل أيضا على أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان بالنسبة للفئة العليا لدرجات الاختبار التى تمتد من ٨٠ الى ٩٩ هو ٩ أفراد فى المسـتوى الميزانى الضـعيف الذى يمتد من ١ الى ٢ ، ٨١ فردا فى المستوى الميزانى القوى الذى يمتد من ٣ الى ٥.

هذا ونستطيع أن نحسب معامل الارتباط الرباعى مباشرة من هـذا الجدول وذلك بقسمة حاصل ضرب الخلايا المتشابهة على حاصـل ضرب الخلايا المختلفة ، ثم قراءة الارتباط الرباعى من جدول رقم (١٦) المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية •

$$\frac{\text{حاصل ضرب الخلايا المتجانسة}}{\text{حاصل ضرب الخلايا المختلطة}} = \frac{١ \times ء}{ب \times ح}$$

$$= \frac{٨١ \times ٧٩}{٩ \times ١٣١}$$

$$= \frac{٦٣٩٩}{١١٧٩}$$

$$= ٥,٤٢٧$$

هذا ويدل جـدول الارتباط الرباعى (جـدول رقم ١١) على أنه عندما تكون

$$\frac{١ ء}{ب ح} = ٥,٣٨٨$$

يصبح الارتباط الرباعى = ٠٫٨٥

ويدل هذا الجدول أيضا على أنه عندما تكون $\frac{١ ء}{ب ح}$ = ٥٫٩٥

يصبح الارتباط الرباعى ر ب = ٠٫٩٥

وبما أن قيمة $\frac{١ ء}{ب ح}$ فى مثالنا هذا = ٥٫٤٢٧

∴ فالارتباط الرباعى لمثالنا هذا = ٠٫٦ تقريبا

أى أن معامل صدق هذا الاختبار بالنسبة لذلك الميزان هـو ٠٫٦ ·
هذا ونستطيع أن نحول الجدول الرباعى للتكرار المزدوج الى جدول مرتقب وذلك بحسـاب النسب المئـوية للخـلايا كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٧٤ ·

الجدول الرباعى المئوى للتكرار المزدوج			مستويات الميزان		المجموع
			الضعيف	القوى	
			من ١ إلى ٢	من ٢ إلى ٥	
فئات درجات الاختبار	الأدنى	٥٠ – ٧٩	٣٨	٦٢	١٠٠
	الأعلى	٨٠ – ٩٩	١٠	٩٠	١٠٠

(جدول ١٧٤)

الجدول المرتقب أو الجدول المئوى للتكرار المزدوج للفئات الدنيا والعليا للدرجات ، والمستويات الضعيفة والقوية للميزان

وتفسر نتائج هذا الجدول بنفس الطريقة التى فسرنا بها نتائج الجدول المرتقب السابق ـ جدول رقم ١٧٢ .

انواع الموازين :

اصطلحنا على أن الميزان هو الاطار أو المقياس الذى ننسب اليه نتائج الاختبارات المختلفة . فهو بذلك وسيلتنا للحكم على صدق تلك الاختبارات . ولذا تصبح عملية اختبار الميزان عملية دقيقة لأنها تقرر صلاحيته كميزان ، وصدق الاختبارات المنسوبة اليه .

وتعتمد صلاحية الموازين على مدى ثبات نتائجها ، وسهولة تطبيقها ، وسرعة حساب نتائجها ، وامكانياتها العملية والمالية المناسبة .

وتختلف أنواع الموازين تبعا لاختلاف ميادين القياس ، وان منها لما يقترب من الموضوعية الدقيقة ، وان منها لما يقتصر على الانطباعات

الذاتية التى يحكم بها الخبراء على نشاط الآخرين وانتاجهم •

وتتلخص أهم هذه الموازين فيما يلى :

١ ـ الاختبـــارات :

ومن أمثلتها اختبارات الذكاء واختبارات القــدرات المختلفة التى أكدت نتائج الأبحاث السابقة صـــدقها فى قياسها لذلك الذكاء أو تلك القدرات والصفات التى تقيسها •

٢ ـ العـوامل المشتركة :

وهى أكثر موضوعية من الاختبارات الســـابقة وان كانت تعتمد عليها فى وجودها • وقد سبق أن بينا معنى العوامل المشتركة فى دراستنا للصدق العاملى • والعامل بهذا المعنى اختبار فرضى نقى يقيس الصفة المراد قياســها بأدق طريقة معروفة لقياســها ؛ وتنسب اليه نتــائج الاختبارات لمعرفة صدقها بعــد عملية التحليـــل العاملى للاختبارات المختلفة •

٣ ـ الميزان الانتـــاجى :

وتقوم فكرة هذا الميزان على قياس انتاج الأفراد فى أى عمــل ما قياسا يحدد كمية هذا الانتاج وسرعته ومستوى جودته •

٤ ـ ميزان الانطباعات الذاتية :

يعتمد هذا النوع على ترتيب الخبراء للأفــراد ترتيبــا تنــازليا أو تصاعديا • وقد لجأ بينيه الى هذا الميزان فى قياس صدق اختبــاره للذكاء ، فطلب الى المدرسين ترتيب التــلاميذ بالنسبة للذكاء وقارن بين هذا الترتيب ونتائج اختياره •

٥ - زمن التعليم :

تعتمد بعض المقاييس الصناعية والتربوية على سرعة تعلم الأفراد للمهارات والعلوم المختلفة . ويمكن أن ندرج هذه المقاييس تدريجا يجعلها صالحة للحكم على قوى الأفراد فى تلك الصفة بالنسبة للزمن الذى يستغرقه كل منهم فى اجادة المهارة أو تحصيل المعلومات (١).

٦ - ميزان المثابرة :

يعتمد النجاح فى بعض نواحى النشاط البشرى على قدرة الفرد على المثابرة ، ولذا يجب أن تقيس موازين تلك النواحى هذه القدرة قياسا دقيقا لتصبح موازين صادقة (٢).

تلك هى أهم الأنواع العامة للموازين ، ولا شك أن نوع الميزان يختلف تبعا لاختلاف مظاهر الصفة أو النشاط ، فمثلا يهتم علم النفس الصناعى بالأنواع التى لها صلة مباشرة بالصناعات المختلفة ، وخاصة مايرتبط منها بنسبة غياب العمال وأثر هذه النسبة على الانتاج ، وبمدى تكرار الحوادث التى تصدر عن الفرد ، وغير ذلك من النواحى الصناعية (٣).

---

(١) يقسم هل C.L. Hull موازين الصدق إلى الأنواع الرئيسية التالية :
(أ) الميزان الانتاجى Product Criteria
(ب) الميزان النشاطى Action Criteria ، ويهدف إلى قياس النشاط خلال أداء الفرد للعمل .
(ج) ميزان الانطباعات الذاتية Subjecive Impression Criteria
راجع الكتاب التالى :
Hull, C.L. Aptifude Testing, 1928, P.P. 375—376.

(٢) Tiffin, J Industrial Psychology, 1951, P.P. 53—59.

(٣) Thurstone, L., L. The Reliability and Validity of Tests, 1935 P.P. 49—51.

العــوامل التى تؤثر على الصـــدق :

تتلخص أهم العوامل التى تؤثر على الصدق فيما يلى : —

١ — طول الاختبار •

٢ — ثبات الاختبار •

٣ — ثبات الميزان •

٤ — اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان •

٥ — التبـــاين •

وسندرس كل عامل من هذه العوامل دراسة تحليلية لندرك أهميته ، ولنرى أثره ، ولنكشف عن وسائل تطويره وتغييـره لترتفع بالصدق الى أقصاه ، ولنعلم حدوده العليا ونهاياته العظمى •

١ — طول الاختبـــار :

يزداد صدق الاختبار تبعا لزيادة عدد أسئلته لأن ذلك الطـول يضعف أثر الشوائب أو أخطاء القياس لكبر حجم عينة الأسئلة — وبذلك يزداد معامل ارتباط الاختبار بالميزان ، وترتفع القيمة العددية للعامل صدق الاختبار •

هذا وبما أن الصدق يعتمد على الثبات • وبما أن الثبات يعتمـد على طول الاختبار ، اذن فالصدق أيضا يعتمد على هــذا الطول كما تدل على ذلك المعادلة التالية (١) :

---

(١) Abktns, D.G., and Othes. Construcion and Analysis of Achievement Tests, 1947, P.P. 166—169.

$$\therefore ر_{(ن س) ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{س س}}{ن} + ر_{س س}}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{(ن س) ص}$	على معامل ارتباط الاختبار س بالميزان ص وذلك عندما يزداد الاختبار ن من المرات
ويدل الرمز $ر_{س ص}$	على معامل ارتباط الاختبار س بالميزان ص قبل تلك الزيادة
ويدل الرمز $ر_{س س}$	على معامل ثبات الاختبار س
ويدل الرمز ن	على عدد المرات التى يزداد بها طول الاختبار

فاذا كان معامل صدق الاختبار قبل الزيادة $ر_{س ص}$ = ٠٫٦

وكان معامل ثبات الاختبار $ر_{س س}$ = ٠٫٨

ثم زاد طول الاختبار لأربع امثاله ن = ٤

اذن فالزيادة فى الصدق تحسب بالتعويض فى المعادلة السابقة

$$\therefore ر_{(٤ س) ص} = \frac{٠٫٦}{\sqrt{\frac{1 - ٠٫٨}{٤} + ٠٫٨}}$$

$$= \frac{٠٫٦}{\sqrt{\frac{٠٫٢}{٤} + ٠٫٨}}$$

$$= \frac{٠,٦}{\sqrt{٠,٨٥}}$$

$$\therefore\ r_{(ن س) ص} = ٠,٦٥$$

أى أن القيمـــة العددية لمعامل صدق الاختبار ترتفع من ٦ر٠ الى ٦٥ر٠ عندما يزداد طول هذا الاختبار الى أربع أمثاله •

وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نحسب زيادة الصدق تبعا لأى زيادة فى طول الاختبـــار • وبذلك تتغـــير القيم العـــددية لمعامل الصدق تبعـــا لتغير قيم ن • أى تبعا لتغير طول الاختبار •

٢ ــ ثبـــات الاختبـــــار :

يتأثر الصدق بالقيمة العددية لمعـــامل ثبات الاختبـــار تأثرا مباشرا مطردا ، فيزداد الصدق تبعا لزيادة الثبات ، لكن الثبـــات يتأثر أيضـــا بطول الاختبار تأثرا مباشرا مطردا ، ولذا يزداد الصدق تبعا لزيادة طول الاختبار كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لاثر اطالةالاختبارعلىالصدق، ويصل هذا الثبات الى أقصاه عندما يصل طول الاختبار الى ما لا نهاية ، ويمكن أن نحسب صدق الاختبار لهذه الحالة التى تدل على الحد العلوى للثبات المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك بالتعـــويض عن قيمة ن التى أصبحت تساوى ما لا نهاية فى معادلة اطالة الاختبار وذلك بالطريقـــة التالية :

$$\therefore\ r_{(ن س) ص} = \frac{r_{س س}}{\sqrt{\frac{1 - r_{س ص}}{ن} + r_{س ص}}}$$

لـكن ن = ∞ ما لا نهاية

$$\therefore ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{س ص}}{\infty} + ر_{س س}ص}}$$

لكن $\frac{1 - ر_{س ص}}{\infty}$ لأن نتيجة قسمة أى عدد على ما لا نهاية تساوى صفراً

$$\therefore ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س ص}}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{(\infty س)ص}$ على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما يصل طول الاختبار الى ما لا نهاية

ويدل الرمز $ر_{س ص}$ على معامل صدق الاختبار الأصلى أو التجريبى

ويدل الرمز $ر_{س ص}$ على معامل ثبات الاختبار الأصلى أو التجريبى

فاذا كان $ر_{س ص} = ٠٫٦٠$

وكان $ر_{س ص} = ٠٫٨١$

$$\therefore ر_{(\infty س)ص} = \frac{٠٫٦٠}{\sqrt{٠٫٨١}}$$

$$= \frac{٠٫٦٠}{٠٫٩٠}$$

$$= ٠٫٦٧$$

∴ القيمة التنبؤيـة للصـدق عندما يصـل طـول الاختبار الى ما لا نهاية تساوى ٠٫٦٧ فى مثالنا هذا .

فاذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية تأثرت أيضا بالعوامل الأخرى المساعدة فى زيادة الصـدق تأثرا يرتفع بكل عامل من تلك العوامل الى صورته المثلى ، فأن هذه القيمة تساوى الواحد الصحيح ، أى الارتباط التام الموجب .

$$\therefore\ ر_{(\infty س)ص} = 1 \qquad \text{فى هذه الحالة .}$$

$$\text{لكن}\quad ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س س}}}$$

$$\therefore\quad 1 = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س س}}}$$

$$\therefore\quad ر_{س ص} = \sqrt{ر_{س س}}$$

أى أن صدق هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار ، وربما أن هذه الحالة ، حالة فرضية لاتقترن فى الأغلب والأعم بالتطبيقـات التجريبية ، لذلك لا يحتمـل أن تسـاوى قيمة الصـدق التجريبى قيمة الجذر التربيعى لمعامل الثبات الا فى النادر الشاذ الذى يرجع الى الأخطاء التجريبية أكثر مما يرجع الى النتائج الصـحيحة العلمية .

اذن فالحد العـلوى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار .

٣ ــ ثبات الميزان :

يتأثر الصــدق بالقيمة العــــددية لثبات الميزان كما تأثر بالقيمة العددية لثبــات الاختبار ، فتطرد زيادة الصــدق تبعــا لاطراد زيادة ثبات الميزان ، ويصل هذا الثبات الى أقصاه عندما يصل طول الميزان الى ما لا نهاية • ويمكن أن نحسب صدق الاختبار لهذه الحالة التى تدل على الحد العلوى لثبات الميزان المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك باعادة صياغة معاملة الطول ووضع الاختبار مكان الميزان ثم التعويض عن قيمة ن التى أصبحت تساوى سالانهاية ، وبذلك تتحــول معادلة الطول للصورة التالية :

$$\therefore\ \text{ر}_{(\text{ن س})\text{ص}} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\dfrac{1 - \text{ر}_{\text{س ص}}}{\text{ن}} + \text{ر}_{\text{س ص}}}}$$

$$\text{لكن ن} = \infty$$

$$\therefore\ \text{ر}_{(\infty\text{ص})\text{س}} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\dfrac{1 - \text{ر}_{\text{س ص}}}{\infty} + \text{ر}_{\text{س ص}}}}$$

$$\therefore\ \text{ر}_{(\infty\text{س ص})} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\text{ر}_{\text{س ص}}}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{(\infty\text{ص س})}$ على القيمة التنبؤية للصدق عنــدما يصبح طول الميزان ما لا نهاية

ويدل الرمز $ر_{ن ص}$ على معامل صدق الاختبار بالنسبة للميزان الأصلى التجريبى

ويدل الرمز $ر_{ص ص}$ على معامل ثبات الميزان الأصلى التجريبى

فاذا كانت قيمة $ر_{ن ص}$ = ٠٫٦٠

وكانت قيمة $ر_{ص ص}$ = ٠٫٦٤

$$\therefore ر_{(\infty ص)ص} = \frac{٠٫٦٠}{\sqrt{٠٫٦٤}}$$

$$= \frac{٠٫٦٠}{٠٫٨٠}$$

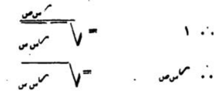
$$= ٠٫٧٥$$

اذن فالقيمة التنبؤية للصدق عندما يصل طول الميزان الى ما لا نهاية تساوى ٠٫٧٥ فى مثالنا هذا •

فاذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية تأثرت أيضا بالعوامل الأخرى المساعدة على زيادة الصدق تأثرا يرتفع بكل عامل من تلك العوامل الى صورته المثلى ، فان هذه القيمة تساوى الواحد الصحيح أى الارتباط التام الموجب •

$\therefore ر_{(\infty ص)ص}$ = ١ فى هذه الحالة

لكن $ر_{(\infty ص)ن} = \frac{ر_{ص ن}}{\sqrt{ر_{ص ص}}}$



أى أن الصدق فى هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان •

وهذا ما لا يحتمل الوصول اليه تجريبيا كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لأثر ثبات الاختبار على صدقه •

∴ فالحد العلوى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان •

٤ — اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان :

عندما يصل طول الاختبار الى مالا نهاية يرتفع ثباته الى نهايته القصوى ، وعندما يصل طول الميزان الى مالا نهاية يرتفع ثباته أيضا الى نهايته القصوى ، وعندئذ يقوم الارتباط بين الاختبار والميزان على الدرجات الحقيقية وذلك لتلاشى واختفاء أخطاء القياس نتيجة لهـــذه الاطالة اللانهائية ، ويحسب صدق الاختبار لهذه الحالة المثالية بالمعادلة التى تدل على اطالة الاختبار والميزان الى مالا نهاية ، لكن معادلة طول الاختبار وطول الميزان هى :

$$ر_{(ن س)(ه ص)}$$

$$= \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\left[\frac{1 - ر_{س س}}{ن} + ر_{س س}\right]\left[\frac{1 - ر_{ص ص}}{ه} + ر_{ص ص}\right]}}$$

حيث يدل الرمز ن على طول الاختبار

ويدل الرمز م على طول الميزان

وعندما تصبح $\text{ن} = \infty$

وتصبح $\text{م} = \infty$

$\therefore \text{ر}_{(\infty \text{س})(\infty \text{ص})}$

$$= \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\left[\frac{1 - \text{ر}_{\text{س س}}}{\infty} + \text{ر}_{\text{س س}}\right]\left[\frac{1 - \text{ر}_{\text{ص ص}}}{\infty} + \text{ر}_{\text{ص ص}}\right]}}$$

$$\therefore \text{ر}_{(\infty \text{س})(\infty \text{ص})} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\text{ر}_{\text{س س}} \times \text{ر}_{\text{ص ص}}}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{(\infty \text{س})(\infty \text{ص})}$ على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما يصل طول الاختبار والميزان الى ما لا نهاية . فهو بذلك يدل على معامل ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار بالدرجات الحقيقية للميزان .

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{س ص}}$ على معامل صدق الاختبار الأصلي التجريبي بالميزان الأصلي التجريبي . فهو بذلك يدل على معامل ارتباط الدرجات التجريبية الأصلية للاختبار بالدرجات التجريبية الأصلية للميزان .

ويدل الرمز $ر_{س س}$ على معامل ثبات الاختبار التجريبى •

ويدل الرمز $ر_{ص ص}$ على معامل ثبات الميزان التجريبى •

فاذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية للصدق الحقيقى تأثرت أيضا بالعوامل الاخرى المساعدة على زيادة الصـدق والثبات ، تأثرا يرتفع بكل عامل من تلك العوامل الى صـورته المثلى ، فان هذه القيمة تصبح مساوية للواحد الصحيح أو الارتباط التام الموجب •

$$\therefore \; ر\,(\infty س)(\infty ص) = ١$$

$$\therefore \; ١ = \sqrt{\frac{ر_{س ص}}{ر_{س س} \times ر_{ص ص}}}$$

$$\therefore \; ر_{س ص} = \sqrt{ر_{س س} \times ر_{ص ص}}$$

أى أن الصدق فى هذه الحالة المثالية يساوى الجـــذر التربيعى لحاصل ضرب ثبات الاختبار فى ثبات الميزان •

$\therefore$ فالحـد الاعلى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيـد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لحاصل ضرب معامل ثبات الاختبار فى معامل ثبات الميزان •

وهكذا تتلخص الحدود العليا للصدق فيما يلى :

(١) $ر_{س ص} \; > \; \sqrt{ر_{س س}}$

(٢) $ر_{س ص} \; > \; \sqrt{ر_{ص ص}}$

(٣) $\text{ر}_{\text{س ص}} \leq \sqrt{\text{ر}_{\text{س س}} \times \text{ر}_{\text{ص ص}}}$

حيث يدل الرمز ≤ على يساوى أو أقل من

٤ ـ التبـــــاين :

سبق أن بينا مدى تأثر معامل ثبات الاختبار بالانحراف المعيارى للدرجات أو تباين تلك الدرجات • لكن الثبات فى جوهره معامل ارتباط، وهكذا ندرك أثر زيادة أو نقصان الفروق الفردية على معاملات الارتباط المختلفة • وبما أن الصدق صورة من صور الارتباط القائم بين الاختبار والميزان ، اذن فالصدق أيضا يتأثر بتلك الفروق الفردية • وهكذا نرى أن التباين الضعيف يقلل من أثر هذا الصدق ، وان التباين القـــوى يزيد من القيمة العددية لذلك الارتباط • ويصـــل الصـــدق الى نهايته الصغرى عندما يصل تباين الاختبار والميزان الى النهـاية الصـــغرى أيضا ، أى عندما تزول الفروق القائمة بين الأفراد فى درجات الاختبار، ودرجات الميزان •

فوائد الصدق فى الاختبار التعليمى والمهنى :

يهدف الصدق الى الكشف عن نوع ودرجة الصفات المختلفة التى يقيسها الاختبار ، فهو بذلك يحدد المكونات الرئيســـية لكل اختبار من الاختبارات التى نستعين بها فى أبحاثنا وتطبيقاتنا العملية المختلفة •

ولهذه الناحية أهميتها القصـــوى فى الاختبار التعليمى والمهنى ، فالاختبار الذى يرتبط ارتباطا عاليا بالنجاح فى التعليم الاعدادى يصلح للتنبؤ بهذا النجاح ، ويمكن أن نعتمد عليه فى اختبار طلاب هذه المرحلة ، والاختبار الذى يرتبط ارتباطا عاليا بالنجاح فى مهنة كالتدريس يصلح أيضا للتنبؤ بهذا النجاح ، ويمكن أن نعتمد عليه فى اختبار المدرسين •

هذا ويمكن أيضا أن نعتمد على الاختبارات التى لا ترتبط ارتباطا عاليا بالميزان وذلك بمعرفة وتحليل جميع العوامل التى تؤثر على الاختبار والميزان وعملية الاختيار والافادة منها .

وتتلخص أهم هذه العوامل فيما يلى :

١ — معامل صـــدق الاختبار بالنســـبة للميزان الذى يقيس ذلك النجاح .

٢ — النسبة الاختيارية التى تعتمد على النسبة القائمة بين الأماكن الشاغرة فى الدراسة أو المهنة وعدد الأفراد المتقدمين لها ، أو بمعنى آخر نسبة المقبولين الى عدد المتقدمين .

٣ — المســـتوى الذى نحدده للنجاح فى الدراســـــة أو المهنة ، أو النسبة المحددة للنجاح والقبول فى تلك الدراسة أو المهنة .

وقد دلت أبحاث تيلور H.C. Taylor ورسل J.T. Russell(١) على أهمية هذه العوامل فى عملية الاختيـــار ومدى تأثرها ببعض ومدى تأثيرها فى ذلك الاختبار وسنحاول ان نبين فائدة هذه العوامل وآثارها المختلفة .

١ — الصـــدق والنسبة الاختيـــارية :

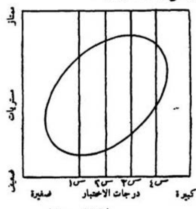
---

(1) (*a*) Taylor, H.G., and Russell, J.T. the Relationship of Validity Coefficients to the Practial Effectiveness of Tests in Selection : Discussion and Tables, J. of Applied Psychology, xxill 1939, P.P. 565 — 578.

(*b*) Tiffin, J. Industrial Psychology. 1951, P.P.66-67.

اذا أمكننا أن نمثل معامل صـــدق الاختبار بالمساحة التى تحددها خلايا التكرار المزدوج القـــائم بين درجات الاختبار والميزان ، فاننا ندرك أن هذه المساحة تقترب من الدائرة عندما تقل القيمة العددية لمعامل الصدق ثم يتطور الى مجرد خط مستقيم عندما تصبح القيمة العددية لذلك المعامل مساوية للواحد الصحيح •

فاذا فرضنا أن الشكل رقم ٤٥ يوضح فكرة التمثيل المساحى لمعامل الارتباط أو معامل الصـــدق المساوى لـــ ٦ر٠ فاننا نرى أن الشـــكل البيضاوى الذى يمثل ر = ٦ر٠ يميل الى الامتداد كلما اتجهنا الى الدرجات الكبرى للاختبار ويميل للارتفاع كلما اتجهنا للمستويات العليا للميزان كما يدل على ذلك شكل ٤٥ •



(شكل ٤٥)

يبين هذا الشـــكل أثر رفع الدرجة الاختيارية الفاصلة بين القبول والرفض على زيادة المتوسط الميزانى حيث يمثل المحور الأفقى درجات الاختبار ويمثل المحور الرأسى مستويات الميزان

فاذا استعنا بدرجات الاختبـــار فى اختيـــار الأفراد وفرضنا أن الدرجة س١ تمثل الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين ، فان نسبة

المقبولين الى غير المقبولين تتمثل فى نسبة المساحة الارتباطية التى تمتد على يمين الخط س١ الى المساحة الارتباطية التى تقع على يسار الخط س١ ، وبما أن هذا الشكل الارتباطى البيضاوى يرتفع الى أعلى عند نهايته القصوى ، اذن فمتوسط المستويات الميزانية للمقبولين أعلى من متوسط الميزانية لغير المقبولين .

ويمكن أن نرتفع بمتوسط المستويات الميزانية ، وبذلك نرتفع بمستوى الكفاءة فى الدراسة أو المهنة ، وذلك برفع القيمة العددية للدرجة الفاصلة بين المقبولين وغير المقبولين ، فمثلا المتوسط الميزانى الذى تمثله الدرجة س٢ أعلى من المتوسط الميزانى الذى تمثله الدرجة س١ ، وهكذا بالنسبة للدرجات الفاصلة س ٣ ، س ٤ وبذلك نرى أن المساحة الارتباطية التى تقع على يمين الحد الفاصل للدرجة س ٤ تمثل أعلى تلك المستويات وأقلها عددا وأضيقها مساحة كما يبدو ذلك فى الشكل رقم ٤٥ .

فاذا فرضنا مثلا أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوى ٣٠ وعدد المتقدمين يساوى أيضا ٣٠ فان المساحة الارتباطية البيضاوية التى تمثل علاقة درجات الاختبار بمستويات الميزان لا تقيدنا فى عملية الاختيار وذلك لقبول جميع المتقدمين . أى أن الدرجات الاختيارية التى تمثل الحد الفاصل بين القبول والرفض لا أهمية لها فى هذه الحالة . وبذلك تصبح النسبة الاختيارية مساوية لـ $\frac{٣٠}{٣٠}$ = ١ .

واذا فرضنا أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوى ٣٠ أيضا وأن المتقدمين زاد حتى أصبح مساويا لـ ٤٠ فان النسبة الاختيارية فى المائة فى هذه الحالة تساوى $\frac{٣٠}{٤٠}$ = ٧٥ر٠ وبذلك تصبح النسبة المئوية للاختيار مساوية لـ ٧٥ فى المائة أى أن عدد المقبولين يساوى ثلاثة أرباع عدد المتقدمين ، فاذا كانت الدرجة س١ تمثل الحد الفاصل الذى يقسم درجات الأفراد الى ٧٥ر٠ مقبول و ٢٥ر٠ مرفوض . أذن فهذه الدرجة تصلح كأساس احصائى لهذا الاختيار ، وبذلك يصبح

المتوسط الميزانى للمقبولين أعلى من المتوسط الميزانى لغير المقبولين كما يدل على ذلك الشكل ٤٥ .

وإذا كان عدد الأماكن الشاغرة يساوى ٣٠ أيضا وعدد المتقدمين يساوى ٦٠ فان النسبة الاختيارية تساوى $\frac{٣٠}{٦٠}$ = ٥٠ر٠ وبذلك يصبح الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين عند الدرجة سم ، ويرتفع المستوى الميزانى للمقبولين فى هذه الحالة عن المستوى الميزانى للمقبولين فى الحالة السابقة التى تتمثل فى النسبة الاختيارية ٧٥ر٠ .

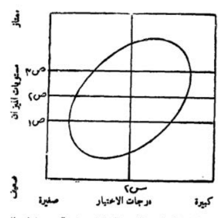
وهكذا نرى أنه كلما زاد عدد المتقدمين لهذه الأماكن الشاغرة المساوية لـ ٣٠ نقصت تبعا لذلك النسبة الاختيارية وزاد المستوى الميزانى للمقبولين ، وبذلك تصلح النسبة الاختيارية للتحكم فى عملية الانتقاء رغم ضعف معامل الصدق ، وذلك لأن أى نقصان فى تلك النسبة يرتفع بالمستوى الميزانى للأفراد ، أى أن انخفاض هذه النسبة يعوض النقص الذى يلازم معاملات الصدق الضعيفة (١) .

٢ — النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة :

تؤثر النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة تأثيرا مباشرا على عملية الاختيار أو الانتقاء . ولنفرض أن شكل ٤٦ يدل على معامل صدق ٦ر٠ وأن النسبة الاختيارية تساوى ٥ر٠ كما تحددها الدرجة سم . أى أن الحد الفاصل لتلك الدرجة يرمز الى أن عدد المقبولين الى عدد المتقدمين يساوى ٥ر٠ أو أن المساحة التى تقع على يمين هذا الخط الرأسى تمثل المقبولين وأن المساحة التى تقع على يسار هذا الخط تمثل غير المقبولين .

(*b*) Hull, G.H. Aptitude Testing, 1928. P.276. (1)

(*a*) Tiff, J. Industrial Psychology, 1951, P. 60.



يبين هذا الشكل أثر النسبة الاختيارية ومعامل الصدق
على رفع مستوى النجاح فى الدراسة أو المهنة

فاذا كانت النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة أو بمعنى آخر النسبة المحددة فى الميزان تقع عند المستوى ص٣ الذى يقسم الأفراد الى ممتازين وغير ممتازين فان الخط الأفقى الذى يمتد من ص٣ الى الناحية اليمنى للشكل السابق يمثل الحد الفاصل للامتياز أو النجاح فى الميزان ، أو أن المساحة الارتباطية التى تعلو هذا الخط تمثل الناجحين ، والمساحة الارتباطية التى تنخفض عن هذا الخط تمثل غير الممتازين ٠

وهكذا ندرك أثر الاختيار على رفع مستوى الامتياز لأن الافادة من نتائج الاختبار فى عملية الاختيار أو الانتقاء ومن تحديد مستوى النجاح فى المهنة يجعل المقبولين هم الذين يقعون على يمين الحد الاختبارى الفاصل س٢ ويقعون أيضا فوق الحد الميزانى الفاصل ص٣ وبذلك تنقص المساحة التى تدل على هذا الاختيار ويزداد مستوى الممتازين ٠ وذلك لأن س٢ الاختبارية تحدد ٥ر٠ من هؤلاء الذين حددت

قبولهم س٣ ، وبذلك يرفع الاختبار الصادق مستوى التفوق أو النجاح فى المقبولين .

ويمكن أن نستعين بنفس هذا التحليل فى تثبيت الحد الفاصل الاختبارى عند ٥ر. أى النسبة الاختيارية ٥ر. مع خفض أو رفع الحد الفاصل الميزانى أو النسبة المحددة للامتياز أو النجاح فى الدراسة أو المهنة الـ ٧٥ر. كما يدل عليها الحد الفاصل الميزانى ص١ أو ٢٥ر. كما يدل عليها الحد الفاصل الميزانى ص٣ ، وبذلك نغير الحد الفاصل الميزانى مع تثبيت النسبة الاختيارية ومعامل الصدق فى تلك الحالات .

هذا وقد حسب تيلور ورسل هذه العلاقات القائمة بين النسبة المحددة للامتياز الميزانى والنسبة الاختيارية ومعامل الصدق فى جداول احصائية تبين أثر تغيير احدى هذه العوامل على مستوى النجاح فى الميزان ، وقد رصدت هذه الجداول فى ملحق "جداول الاحصائية النفسية ـ جدول (٢٢) .

فالجدول المبين بصفحة ٩٨ من هذا الملحق يدل على أنه عندما تكون النسبة المحددة للنجاح أو القبول فى الدراسة أو المهنة مساوية لـ ٤٠ر. فان معامل الصدق المساوى للصفر لا يغير هذه النسبة مهما ارتفعت النسبة الاختيارية أو صغرت ، فالسطر الأول فى هذا الجدول يدل على أن النسبة المحددة للنجاح تساوى ٤٠ر. عند معامل الصدق المساوى لـ ٠٠ر. وعند النسبة الاختيارية المساوية لـ ٥٠ر. وأن النسبة المحددة للنجاح تظل مساوية لـ ٤٠ر. عندما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٩٥ر. .

وعندما تصبح النسبة المحددة للنجاح أو القبول فى الدراسة أو المهنة مساوية أيضا لـ ٤٠ر. ويصبح معامل الصدق مساويا لـ ٧٥ر. فان تلك النسبة ترتفع الى ٩٧ر. عندما تصبح النسبة الاختيارية

مساوية ٥٠ر٠ وتنخفض الى ٤٢ر٠ عندما تصـبح النسبة الاختيارية مساوية ٩٥ر٠ وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا الجدول .

وبذلك نستطيع أن نحسب الزيادة فى مستوى النجاح فى الميزان لمعاملات الصدق المختلفة ، وللنسب الاختيارية التى نحددها .

وهكذا ندرك أهمية الصـدق ونسبة النجاح والنسبة الاختيارية فى عملية الاختيار ، وندرك أهمية الاختبارات النفسية فى تلك العملية ، وأهمية الجداول المبينة بملحق الجداول الاحصائية النفسية لحساب هذه الزيادة ، والافادة من تلك العوامل .

تمارين على الفصل السابع عشر

١ — وضح المعنى الاحصائى النفسى للصدق ، وبين أهمية هذا المفهوم فى القياس العقلى وأثره فى تطوير تلك المقاييس .

٢ — ما هى أهم الفروق الجوهرية بين الصدق الوصفى والصدق الاحصائى .

٣ — ما هى أهم مميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الوصفى .

٤ — ما هى أهم مميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الاحصائى .

٥ — ما هى أهم الطرق الاحصائية لقياس الصدق . وما هى الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الطرق .

٦ — بين أهمية معاملات الانحدار ، والخطأ الميارى للانحدار فى قياس الصدق .

٧ — احسب الخطأ المعيارى لمعاملى الصدق المساوى ٠٫٨٠ اذا كان الانحراف المعيارى لدرجات الميزان يساوى ٦ .

٨ — ما هى أهم مميزات الميزان الصحيح .

٩ — وضح الأنواع المختلفة للموازين ، وبين الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الأنواع .

١٠— بين أهم العوامل التى تؤثر على صدق الاختبار .

١١— اختبار معامل صدقه يساوى ٠٫٥ ومعامل ثباته يساوى ٠٫٨ احسب معامل صدق هذا الاختبار بعد زيادة طوله الى الضعف .

١٢ — برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجـذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار •

١٣— برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجـذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان •

١٤ — برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجـذر التربيعى لحاصل ضرب ثبات الاختبار فى ثبات الميزان •

١٥— الى أى حد يؤثر التباين فى معاملات الصدق •

١٦ — بين أهمية الصدق فى الاختيار التعليمى أو المهنى •

١٧— الى أى حد يؤثر صدق الاختبار والنسبة الاختبـارية فى عملية الاختيار التعليمى أو المهنى •

١٨— ما هو أثر النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة فى عمليـة الاختيار •

١٩— احسب مقدار الزيادة فى النسبة المحددة للنجاح المساوية لـ ٣٠ر٠ اذا كانت النسبة الاختيارية ٤٠ر٠ ومعامل صدق الاختبار ٥٥ر٠ وذلك بالاستعانة بجداول تيلور ورسـل المبينة بملحق الجـداول الاحصائية النفسية — جدول رقم ٢٢ •

٢٠— « يرى بعض العلماء أن الثبات حالة خاصة من حالات الصدق » ناقش هذا الرأى •

٢١— وازن بين الأهمية النسبية للثبات والصدق فى القياس العقلى •

٢٢— اذا عهد اليك باعداد اختبـــار للالتحـــاق بالمرحلة الاعدادية فى احدى المناطق التعليمية ، فما هى الأسس التى تبنى عليهـــا هذا الاختبار •

الفصل الثامن عشر

تحليل المفردات لبناء الاختبارات

معنى المفردات :

يتكون الاختبار النفسى من مفردات متعددة تؤلف فى مجموعها وحدات ذلك الاختبار وعناصره وأسئلته وتعتمد دقة الاختبار فى القياس على دقة مفرداته ، كما يعتمد المتر على دقة سنتيمتراته ، وكما يعتمد السنتيمتر على دقة المليمترات التى ينقسم اليها .

وتختلف المفردات تبعا لاختلاف نوع ميدان القياس . فقد نتطلب من المختبر استجابات لفظية أو سمعية أو بصرية أو يدوية عملية أو غير ذلك من الاستجابات الحسية المختلفة .

أهمية تحليل المفردات (١) :

أدرك المشتغلون بالقياس العقلى أهمية مفردات المقياس فى صياغة وبناء الاختبار النهائى ، ولذا نشطت الأبحاث المتصلة بتحليل تلك المفردات حتى أربت على الآلاف ، وما فتئت تتطور بسرعة غريبة لتساير بذلك مطالب ميادين القياس النفسى النامية المتغيرة .

وسنحاول فى هذا الفصل أن نوضح أهم المعالم الرئيسية لذلك النوع من التحليل حتى يتسنى للباحث أن ينشىء ويصوغ مقاييسه

---

١ - تحليل المفردات Itém Analysis

الجديدة صياغة علمية صحيحة ، وحتى يستطيع أن يحكم على مستوى جودة المقاييس النفسية المختلفة •

ولهذه المفردات أهميتها القصوى فى بناء وصياغة الصورة النهائية للاختبار وذلك لاعتماد المقاييس الاحصائية لذلك الاختبار على المقايس الاحصائية لمفرداته وأجزائه • وفى مقدور الباحث أن يتحكم الى حد كبير فى متوسط الاختبار وانحرافه المعيارى وتباينه والتوزيع التكرارى لدرجاته وثباته وصدقه وذلك باختيار الأسئلة أو المفردات اختيارا يخضع لمدى الصعوبة المناسبة للمختبرين ، ويخضع أيضا لمستوى الصدق والثبات المحتمل لذلك الاختبار ، ولضبط الزمن المناسب لكل سؤال وللاختبار كله ، وللصفات الاحصائية الأخرى للمفردات كتباين السؤال ومعامل تمييزه للفروق الفردية القائمة فى مستويات القدرة أو النشاط الذى يقاس •

وهكذا تتأثر عملية اختيار المفردات بمعاملات الصعوبة ، والصدق ، والثبات ، وبالزمن المحدد للاختبار ، وبتباين المفردات وخصائصها الاحصائية المميزة ، ولكل ناحية من هذه النواحى أهميتها فى بناء الاختبار النهائى •

هذا وللتحليل الاحصائى النفسى للمفردات أهميته العملية فى الكشف عن الأسئلة الخاطئة أو الضعيفة ، وعن نواحى الغموض التى قد تلابس بعض التعليمات ، ومدى ملاءمة نوع السؤال لميدان القياس •

الخطوات العملية لبناء وتحليل المفردات :

تتلخص أهم الخطوات الرئيسية لبناء وتحليل مفردات الاختبارات النفسية فيما يلى :

١ — تحليل ميدان القياس وتقسيمه الى عناصره أو مواضعه ، والكشف عن عدد أجزاء كل موضوع والأهمية النسبية لكل جزء •

٢ — اختيار نوع من المفردات المناسب لقيـــاس ذلك الميدان ، وصياغة موضوعات ذلك الميدان فى أسئلة تمثل فى مادتها وعددها ميـــدان القياس تمثيلا احصائيا صحيحا ، وذلك باختيار عينـــة طبقية عشوائية من تلك الأســـئلة بحيث تتمثل فى تلك العينة جميع المميزات الاحصائية النفسية المختلفة لميدان القياس ، وبحيث يصبح عـــدد هذه الأســـئلة كبـــيراً لأن التحليل قد يغير أو يحذف حوالى ٥٠٪ من تلك الأسئلة ، وقد سبق أن بينـــا أهمية عدد الأسئلة فى ثبات الاختبـــــار وصدقه ولذا يجب أن يكون عدد الأسئلة التجريبية كبيرا الى الحد الذى يسمح بهذا الحذف ولا تضار به معاملات الثبات والصدق •

٣ — صياغة تعليمات الاختبار صياغة تساير نوع المفردات •

٤ — اعداد الاختبار فى صورته النهائية ، وتدريج أسئلته تدريجا تمهيديا يعتمد فى جوهره على خبرة الباحث فى حكمه على صعوبة الأسئلة المختلفة •

٥ — تجربة الاختبار على عينة من المختبرين تمثل العينة الكبرى التى سيجرى عليها الاختبار بعد ذلك ، تمثيلا احصائيا صحيحا ويقترح كـــونراد H.S.Conrad(١) تجربة الاختبـــار ثلاث مرات متتاليـــة تتلخص فى :

(أ) التجربة الاولى يجرب الاختبـــار على حـــوالى ١٠٠ فرد

---

(١) Conrad. H.S. Characteristics and Uses of Item-Analysis Data, Psychological Monograph, 1948, 62, No. 295.

للكشف عن الأخطاء الكبيرة التى يسفر عنها التجريب ، ولمعرفة بعض الخواص الاحصائية التميهدية للاختبار كمثل تدريج صعوبة الأسئلة •

(ب) التجربة الثانية — تعاد صياغة الاختبار — ويجرب على حولى ٤٠٠ فرد للحصول على البيانات العددية اللازمة للتحليل الاحصائى للمفردات ؛ ولمعرفة بعض الأخطاء التى لم تكشف عنها نتائج التجربة الأولى •

(ج) التجربة الثالثة تعاد صياغة الاختبار وذلك بتقسيمه الى اختبارات متكافئة ، ثم يجرب على عينة مناسبة من المختبرين لتحديد ثبات وصدق كل اختبار من هذه الاختبارات وضبط الزمن المناسب ، وحساب المعايير الاحصائية النفسية ، وغير ذلك من الخواص المختلفة •

وهكذا يصبح الاختبار بعد هذه الخطوات مقياسا صالحا لتقويم المختبرين ، ولا ينتهى التحليل عند هذا الحد بل يستمر سنة بعد أخرى لضبط المعايير كلما كثرت البيانات العددية الخاصة بالاختبار •

وبما أن هذه الخطوات تعتمد اعتمادا مباشرا على نوع المقياس ونوع المفردات وعلى الوسائل الاحصائية لتحليل تلك المفردات ، اذن سنحاول فى الفقرات الباقية من هذا الفصل أن نوضح الأنواع المختلفة للمقاييس النفسية ، وأنواع مفرداتها ، وطريقة صياغة تعليماتها ، ومفتاح التصحيح ، ووسائل حساب صعوبة المفردات وتباينها وتمييزها، وصدقها وثباتها ، والزمن المناسب لها تمهيدا لصياغة الاختبار فى صورته النهائية ، واختيار المفردات الصحيحة ، وتقسيم الاختبار الى صوره المتكافئة وحساب معايير تلك الصور •

أنواع المقاييس النفسية :

تطورات المقاييس النفسية تطورا سريعا منذ أوائل هذا القرن

فأصبحت من الكثرة والسعة والشمول بحيث دعت الباحثين أخيراً الى تصنيفها وتقسيمها ، وقد أسفرت هذه المحاولات عن نشوء دراسات جديدة تهدف الى توضيح المعالم الرئيسية لهذه التصنيفات ، وقد تناول مؤتمر علم النفس الاحصائى الذى انعقد فى باريس سنة ١٩٥٥ والذى اشترك فيه مؤلف هذا الكتاب بحث هذه التصنيفات لتنظيمها فى منهج منطق واضح ، وبذاك نشأ التحليل التصنيفى [١] للمقاييس النفسية • ويميل بعض الباحثين الى تسمية هذه الأنواع بالامتدادات أو الأبعاد العلمية للاختبارات [٢] • وسهما يكن من أمرها فهى فى صورتها الراهنة لا تخرج عن الأسس التصنيفية التالية :

١ — بالنسبة لميدان القياس :

يحدد ميدان القياس النواحى المختلفة التى يهدف الاختبار أو المقياس الى تقديمها وتقديرها تمهيدا للحكم على المستويات المختلفة للمختبرين • وتنقسم هذه الميادين الى ما يلى :

(أ) المقاييس العقلية المعرفية [٣] :

ومن أهمها الأنواع التالية :

١ — اختبارات التحصيل [٤] : وهى التى تهدف الى قياس التعلم الماضى للفرد أو الخبرة السابقة •

٢ — اختبارات القدرات [٥] : وهى التى تهدف الى قياس القدرات العامة والطائفية ، أى النشاط العقلى المعرفى كما هو قائم فعلا ، وكما يبدو فى النشاط الذى يؤديه المختبر •

---

(١) التحليل التصنيفى Facet Analysis
(٢) الإمتدادات أو الأبعاد Dimensions
(٣) العقلية المعرفية Cognitive
(٤) التحصيل Attainement or Achievement
(٥) القدرات Abilities

٣ — اختبارات الاستعدادات [١] : وهى التى تهدف الى التنبؤ بما يستطيع الفرد أن يقوم به فى المستقبل •

(ب) مقاييس الشخصية والنواحى المزاجية[٢] :

ومن أهمها الأنواع التالية :

١ — الاستفتاء [٣] : وهو يهدف الى معرفة رأى المختبر فى موضوع ما ، ويهدف أيضا الى جمع بعض البيانات الاجتماعية والاقتصادية والنفسية وغيرها من البيانات الاخرى • ويتطور فى هذه الحالة الى ما يسمى باستمارة جمع البيانات ، هذا ويصلح الاستفتاء لقياس الاتجاهات والميول والرأى العام •

٢ — المقاييس الاسقاطية[٤]: وهى تهدف الى الكشف عن النواحى المزاجية للحكم على مدى تكيف المختبر أحياته القائمة ، وما يشوبها من جنوح وشذوذ •

٣ — المقابلة[٥] : ويصلح هذا النوع لقياس النواحى التى لا تصلح لها المقاييس الأخرى للحكم العام على مدى صلاحية الفرد لعمل ما ، أو على نواحى جنوحه وقوته •

٤ — المواقف[٦]: الموقف صورة مصغرة لنوع النشاط الذى نعد الفرد له ونختاره للقيام به ، فهو بهذا المعنى عينة ممثلة للحياة المقبلة ، وتصلح المواقف لقياس القدرة على التصرف ، والكشف عن صفات الزعامة والاتزان الانفعالى ، وغير ذلك من الصفات المختلفة •

---

(١) الإستعداد Aptitude

(٢) المزاجية والشخصية Temperamental and Personality

(٣) الإستفتاء Questitonnaire — (٤) الإسقاطية Projective

(٥) المقابلة Interview — (٦) المواقف Situations

١ — بالنســبة للمختــــبر :

تنقسم المقاييس النفسية بالنسبة للمختبر الى ما يلى :

(أ) اختبارات فردية [١] :

وهى تهدف الى قياس المختبرين فردا فردا ، وتتميز بالدقة ، ومن أنواعها المعروفة مقياس بينيه للذكاء • ويعاب عليها أنها تســتغرق من الباحث وقتــا طويلا وجهدا شــديدا ، فالاختبار الذى يستغرق ساعة واحــدة فى تطبيقه على فرد واحد يستغرق مائة ســاعة فى تطبيقه على مائة فرد ، ولذا لا يستخدم هذا النـــوع الآن الا فى الحالات التى لا يصلح لها الاختبار الجماعى •

(ب) اختبارات جماعيــة [٢] :

وهى تهدف الى قياس جماعة من المختبرين مرة واحدة ، وتتميز بالسرعة وان أعوزتها دقة الاختبارات الفردية ، وقد شـــاعت فكرة المقاييس الجماعية منذ أن طبقت الاختبارات النفسية على المجندين خلال الحرب العالمية الأولى والثانية •

٢ — بالنسبة لطريقـــة الأداء :

تنقسم طريقة الاجابة على الاختبارات الى الأنواع التالية :

(أ) كتـــابية [٣] :

وتسمى مقاييسها أحيانا باختبارات الورقة والقــلم ، وتنقسم مادة الكتابة الى ما يلى :

---

(١) فردية Individual (٢) جماعية Group
(٣) الكتابة أو الورقة والقلم Paper and Pencil

١ — لفظية(١) : ومن أهمها الاختبارات التى تقـوم فى بنائهـا الشكلى على الألفاظ والعبارات مثل اختبارات القدرة اللغوية .

٢ — عددية(٢) : ومن أهمها الاختبارات التى تقوم فى بنـائها الشكلى على الأعداد مثل اختبارات سـلاسل الأعداد ، والعمليـات الحسابية المختلفة ، مثل اختبارات القدرة العددية .

٣ — مكانيـة (٣) : ومن أهمها الاختبارات التى تقوم فى بنائهـا على الأشـكال والرسوم والصـور ، ومن أهمها اختبارات القدرة المكانية .

(ب) عمليـة (٤) :

وهى تصلح للاداء اليدوى ، ولقياس قـدرات الأمين والأطفـال الصغار ، وتصلح أيضا لقياس القدرة الميكانيكية .

٤ — بالنسـبة للزمن :

تنقسم الاختبارات بالنسبة للزمن المحدد لها الى ما يلى :

(ا) اختبـارات موقوته (٥) :

وهى التى حـدد لها زمن تطيماتها والزمن المناسب للاجابة . وتسمى أحيانا باختبارات السرعة لاعتمادها المباشر على سرعة الاداء ، ولـذا فان مفرداتها تنتشر فى الاتجـاه المستعرض أكثر مما تنتشر فى الاتجاه الطولى أى أن جميع مفرداتها تمثل مستوى واحدا من مستويات الصعوبة .

---

(١) لفظية Verbal

(٢) عددية Numerical (٣) مكانية Spatial

(٤) عملية Performance (٥) موقوتة أو اختبارات السرعة Speed Tests

(ب) اختبارات غير موقوتة [1] :

وهى التى رتبت مفرداتها ترتيبا دقيقا بالنسبة لتدرج صعوبتها ، وتسمى أحيانا اختبارات القوة ، ولذا فهى تمتد فى الاتجاه الطولى للقدرة أكثر مما تمتد فى الاتجاه المستعرض .

وهكذا نرى أن هذه الأسس توضـــح الأنواع المختلفة للمقاييس النفســية توضيحا تنظيميا لكنها لا تفصـــل هذه الأنواع فصلا حادا شديدا بل تتداخل وتتشابك ، فقد يصلح الاختبار الجماعى لأن يكون اختبارا فرديا ، وأغلب الاختبارات الموقوتة تتأثر بالترتيب التصــاعدى لصعوبة المفردات ، وأغلب الاختبارات غير الموقوتة تصلح أيضا لأن تكون اختبارات موقوتة وخاصة فى الحـــالات التى تتطلب تحـــديد زمن الاختبار لسرعة تقدير مستويات القدرة .

ولهذه الأسس أهميتها فى تحليل مفردات الاختبارات لأنها تحدد نوع المفردات ومادتها ، وعلى الباحث أن يدرس نوع الاختبار ونوع المفردات التى تصلح له فى بنائه لمقاييسه النفسية .

انواع المفـــــردات :

تهدف الأنواع المختلفة للمفردات الى تيسير عملية تأليف الأسئلة وصـــياغتها وسهولة فهم تعليمـــات الاجابة على تلك الأسئلة ، وسرعة الاجابة على تلك المفردات ، والاقتصـــاد فى عملية الطبع والتصحيح ، والاقتراب من موضوعية القياس كلما أمكن بحيث يضبح ذلك المقياس أداة علمية دقيقة لا تتأثر بالحالة المزاجية للمصحح أو بالعوامل الذاتية الأخرى أسوة بالمقاييس المادية المختلفة كمقاييس الأطوال والأوزان والزمن .

---

(١) غير موقوتة أو اختبارات القوة Power Tests

وقد توصل الباحثـــون الى تحديد الأنواع الرئيسية التاليـــة للمفردات ، التى تحقق الى حد كبير أهم الأهداف السابقة •

١ ــ اختيار اجابة من اجابتين[١] :

والمثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

٨ + ٧ = صح خطأ

وعلى المختبر أن يكتب علامة × تحت الاجابة التى يختـــارها • فان كتب تلك العلامة تحت كلمة صح ، فاجابته ودرجته تساوى صفرا ، وان كتبها تحت كلمة خطأ فاجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ •

ولهذا النوع صور مختلفة كمثل الاجابة بنعم أو لا وغير ذلك من النواحى التى تحقق فكرة الاختبار من احتمالين •

ويتأثر هذا النوع تأثرا شديدا بالتخمين ، ولذا تصحح درجاتــه النهائية تصحيحا احصائيا يخلصها من أثر هــذا التخمين • وسندرس طريقة تصحيح الدرجات من أثر التخمين فى دراستنا أوسائل تصـــحيح الأسئلة •

٢ ــ اختيـــار اجابة واحدة من اجابات متعددة[٢]:

والمثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

٨ + ٧ = ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦

---

(١) الاختيار من إجابتين أو احتمالين Two Alternatives or True False

(٢) الاختيار من إجابات متعددة Multiple Choice

وعلى المختـــبر أن يكتب عــلامة × تحت الاجابة التى يراها صحيحة • فان كتب تلك العـــلامة تحت ١٥ فاجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ • وان كتبها تحت أى عـــدد آخـــر مثل ١٢ أو ١٣ أو ١٤ أو ١٦ فاجابته خاطئة ودرجته تساوى صفرا •

ويشترط فى بناء تلك الاجابات المتعــــددة أن تحتوى على اجابة واحدة صحيحة حتى تصبح عملية سهلة سريعة دقيقة ، وأن تحتوى تلك الاجابات على اجابة قريبة من الصحيحة ولكنها ليست صحيحة [١] ، حتى يصبح تمييز السؤال للمستويات العليا من القدرة قويا واضحا ، فيفصل مثلا بين مستوى القدرة الذى يصل الى ٩٠٪ والمستوى الذى يعـلوه ويصل الى ٩٥٪ •

هذا ويجب أن يخضع ترتيب الاجابات الصحيحة فى الأســـئلة المتعاقبة للتوزيع العشوائى حتى لا يكشف المختبر أى فكرة عن الترتيب المنتظم للاجابات الصحيحة •

ويتأثر هذا النوع الى حـــد ما بالتخمين • ويزداد تأثره بذلك التخمين كلما قل عدد الاجابات المحتملة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد عدد تلك الاجابات ، ولذا تصحح درجاته النهائية أيضا من أثر التخمين •

٣ — التكمـــلة [٢] :

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

٦ + ٧ =

---

(١) الإحتمالات المشوقة — Distracter

(٢) التكملة — Completion

وعلى الفرد أن يكتب اجابة هذا السؤال • وبالرغم من أن هـذا النوع لا يتأثر بالتخمـين الا أنه يستغرق وقتـا أكبر من النـوعين السابقين ، ويعاب عليـه أنه أقل موضوعية منهما وخاصة اذا كانت التكملة لفظية •

٤ — المطابقـة⁽¹⁾ :

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

(٧ × ٨)   (٦ × ٤)   (٥ × ٣)

(٢٨)   (٥٦)   (٩١)   (١٥)   (٣٦)   (١٢)

وعلى المختبر أن يصـل كل سؤال من أسئلة السطر الأول بالاجابة التى تناسبه فى السطر الثانى ، فاذا رسم خطا يصل بين (٣ × ٥) ، (١٥) فاجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ وان رسم ذلك الخط ليصل بين (٣ × ٥) ، (١٢) فاجابته خاطئة ودرجته تساوى صـفرا ، وهكذا بالنسبة للمفردات الأخرى •

ويتأثر هذا النوع بالتخمين ويقترب الى حد ما فى موضوعيته من مستوى النوع الأول والثانى ، ويعاب عليه أن مفرداته أكثر تعقيـدا من الأنواع السابقة لأن درجة السؤال أكثر من الواحـد الصحيح ، ولأن احتمال الاجابة على السؤال الأول (٣ × ٥) أصعب من احتمال الاجابة على السؤال الاخير (٨ × ٧) وذلك لأن تحديد اجابة السؤال الأول ينقص عدد الاحتمالات الباقية للاجابة احتمالا واحدا • وهكذا تستمر عملية تناقص الاحتمالات الممكنة للاجابة ، وبذلك يتغير الموقف الاختبارى من سؤال لآخر ، وتتأثر تبعا لذلك موضوعية الاجابة لاختلاف تلك الظروف التجريبية •

---

(١) المطابقة   Matching

٥ ـ الاستجابة الحرة [1] :

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

أكتب المرادفات التى تعرفها اكلمة طالب

وعلى المختبر أن يكتب كلمات مثل تلميذ ، ودارس ، وغير ذلك من المرادفات • وتحسب درجته تبعا لعدد المرادفات الصحيحة، ولكل مرادف درجة واحدة ، وهكذا نرى صعوبة هذا النوع فى التصحيح وتأثره بالنواحى الذاتية •

وقد يصلح للاختبارات الاسقاطية أكثر مما يصلح لاختبارات القدرات ، ويكاد تطبيقه يصبح مقصورا على اختبارات القدرة اللغوية•

٦ ـ اعادة الترتيب [2] :

والمثال التالى يوضح فكرة هذا النوع :

٤ ٥ ٦ ٣ ٢

وعلى المختبر أن يضع دائرة حول رقم يعوق فكرة ترتيب تلك السلسلة الرقمية • فاذا وضع دائرة حول ٦ وأخرى حول ٤ فاجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ لأن استبدال مكان الرقم ٦ بمكان الرقم ٤ يؤدى الى اعادة ترتيب هذه الأرقام بحيث يسفر الترتيب الجديد على تسلسلها المنتظم •

وتأثر هذا النوع بالتخمين ضعيف جدا لكثرة عدد الاحتمالات الممكنة لهذا الازدواج كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٧٥ •

---

(١) الاستجابة الحرة Free Response or Simple Recall

(٢) إعادة الترتيب Rearrangement

صور الاحتمالات	العدد
(٢ ، ٣) (٢ ، ٦) (٢ ، ٥) (٢ ، ٤)	٤
(٣ ، ٦) (٣ ، ٥) (٣ ، ٤)	٣
(٦ ، ٥) (٦ ، ٤)	٢
(٥ ، ٤)	١
المجموع	١٠

جدول ١٧٥
مثال يوضح كثرة عدد الاحتمالات الازدواجية لأسئلة
إعادة الترتيب

أى أن عدد الاحتمالات الازدواجية فى مثالنا هذا المكون من ٥ أرقام يساوى ١٠ احتمالات ، والاحتمال الازدواجى الصحيح هو (٦ ، ٤) .

ولذا لا تصحح اجابات مثل هذا النوع من أثر التخمين .

وهكذا ندرك الخواص الرئيسية لكل نوع من هذه الأنواع ومميزاتها وعيوبها لنستطيع اختيار الأنواع التى تناسب كل ميدان من ميادين القياس ، والجدول رقم ١٧٦ يلخص أهم تلك المميزات والعيوب كما بينها جرين E. B. Greene (١) فى مقارنته لخواص المفردات الاختبارية .

---

(١) Greene, E.B., Measurements of Human Behavior, 1952. PP. 60—62.

مميزات وعيوب المفردات	الاختبار من اجابتين	الاختبار من اجابات متعددة	التكملة	المطابقة	الاستجابة الحرة	اعادة الترتيب
سهولة التاليف والصياغة	٢	٣	٢	٢	١	٢
سهولة فهم العمليات	١	١	١	٢	١	٢
الاقتصاد فى الزمن بالنسبة للسؤال	١	١	٣	١	؟	١
الاقتصاد فى عملية الطبع	٢	٢	٢	١	١	٣
سهولة التصحيح	١	١	٢	١	٣	١
عدم التأثر بالتخمين	٣	١	١	١	٢	١
تقييد التفكير	؟	؟	؟	١	١	١
وضوح الاسئلة	٢	١	٣	١	٢	١
الاعتماد على الاستدعاء اكثر من التعرف	٣	٣	٢	٢	١	٢
تحليل النتائج	٣	١	٢	٢	١	٢

جدول رقم ١٧٦

ترتيب مميزات وعيوب الأنواع المختلفة لمفردات الاختبارات النفسية

حيث يدل العمود الأول على مميزات وعيوب الأنواع المختلفة لمفردات الاختبارات النفسية ، ويدل كل عمود من الأعمدة التالية على ترتيب هذه الأنواع بالنسبة لتلك الصفات •

وحيث يرمز الرقم ١ لأعلى رتبة

ويرمز الرقم ٢ للرتبة المتوسطة

ويرمز الرقم ٣ لأقل رتبة

وترمز العلامة ؟ للشك في مستوى الرتبة

تعليمـــات الاختبـــار :

يتكون الاختبـار من تعليمات [١] ومفردات • وتهـدف التعليمات الى شرح فكرة الاختبار وتدريب المختبرين على مفرداته • وتنقسـم هذه التعليمات الى قسمين رئيســـيين : تعليمات المختــبرين أو الذين يطبــقون الاختبـــار ، وتعليمات المختــبرين أو الذين يجيبـــون على الاختبار •

تعليمـــات المختبرين :

تقوم فكرة هذه التعليمات على شرح فكرة الاختبار للذين يقومون باجرائه وتطبيقــه شرحا دقيقا ثابتا بحيث لا تتغـير عباراته من فـــرد لآخر فتتغير معها موضوعية الاختبار لتغير الموقف التجريبي • ويلجـأ بناء الاختبارات الحديثة الى تجربة هذه التعليمات عدة مرات وتطويرها وتصحيحها حتى تصل في النهاية الى صورتها الدقيقة الصحيحة •

---

(١) التعليمات Instructions

وتبين هذه التعليمات زمن الاختبـــار ان كان اختبارا موقوتا ، وتوضح ترتيب الخطوات الأدائية للاختبار . وقد تقسم أحيـانا الى وحدات اجرائية لتوضح عملية الاشراف على الاختبـار وشرح فكرته مثل قل وافعل بحيث تبين للمختبر ما يقوله للمختبرين وتوضح له ما يفعله أمامهم . هذا وتختلف صور تلك التعليمات تبعـا لاختلاف الاختبارات ومفرداتها ، هـذا وقد تكون التعليمات لفظية ، وقد تكون عملية ، وقد تنطوى على كلا النوعين .

ويمكن أحيانا صياغة تعليمات المختبرين والمختبرين معاً حتى يتابع الذى يطبق الاختبار خطوات شرح فكرته للذين يجيبون عليه . والمثال التالى يوضح هذه القدرة .

[يهدف هذا الاختبار الى قياس قدرتك العـــددية ، أى مهارتك فى اجراء العمليات الحسابية الرئيسية (قل : اقرأ المثال الأول) وهذا المثال يوضح طريقة اجراء عملية الجمع ...] .

وقد فصلت تعليمات المختبر وحدها بين قوسين لتحدد له ما يعمله ويقوله للمختبرين .

تعليمـات للمختبرين :

تنقسم هذه التعليمات الى وحدات رئيسية تتكامل فى صورة عامة متناسقة ، وتقوم صياغتها على أسس علمية تهدف الى تيسـير فهمها وتبسيط معناها لتحقق بذلك هدفها ، وتعمل على تنشيط الأفراد لاجراء الاختبار وحفزهم على الاستجابة الدقيقة السريعة لمفرداته .

١ - الوحـــدات :

تتلخص وحدات تعليمات المختبرين فى البيانات الخاصة بالأفراد المختلفين فى توضيح فكرة الاختبـارات وهدفه وزمنه ، وفى الأسـئلة

المحلولة التى توضح الموقف الاختبارى للأفراد ، وفى الاسئلة غير المحاولة التى تدرب الأفراد على ذلك الموقف الاختبارى .

١ ــ البيانات الخاصة بالأفراد :

تخضع هذه البيانات فى نوعها وعددها ومدى شمولها لهدف الباحث من الاختبار ، فيقتصر بعض الباحثين مثلا على الاسم والعمر الزمنى ، ويحتاج البعض الآخر الى معرفة المدرسة ، والفصل ، والترتيب الميلادى ، والجنس ذكرا كان أم أنثى ، وغير ذلك من البيانات المختلفة .

والجدول رقم ١٧٧ يوضح احدى الصور الممكنة لتلك البيانات :

						يوم	شهر	سنة
الإسم :	...	...	...	...	تاريخ اليوم :	...	...	...
المدرسة :	...	...	...	...	تاريخ الميلاد :	...	...	...
الفصل :	...	...	...	...	العمر :	...	...	...

جدول ١٧٧

يوضح هذا الجدول طريقة البيانات الخاصة بالفرد

وعلى المختبر أن يكتب هذه البيانات ان كان متعلماً ، أو تكتب له ان كان أميا .

٢ ــ فكرة الاختبار وزمنه :

توضيح فكرة المقياس عملية أساسية فى بناء الاختبارات النفسية الحديثة لأنها تمهد الفرد للحالة العقلية (١) المناسبة للموقف الاختبارى

---

(١) الحالة العقلية Mental Set

القائم ، اذ بها وفيها تستبين المطالع الرئيسية للاختبار وزمنه كما يدل على ذلك المثال التالى :

[يهدف هذا الاختبار الى قياس قدرتك العددية . والمطلوب منك أن تكتب العلامات المحذوفة فى عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة والزمن المحدد لك لاجراء اختبار ٥ دقائق] .

٣ — الأسئلة المحلولة (١)

تهدف هذه الأسئلة الى شرح مفردات الاختبار شرحا عمليا يوضح طريقة الاجابة بالتفصيل . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة (٢) :

١٢ ٢ = ١٤

لاحظ أن العلامة المحذوفة فى هذا المثال هى علامة الجمع + لأن ١٢ + ٢ = ١٤ أكتب علامة الجمع + فى المكان الخالى بين ١٢ ، ٢ .

٤ — الأسئلة التدريبية (٣) :

تساعد هذه الأسئلة على تدريب الفرد تدريبا صحيحا على الموقف الاختبارى القائم . ولذا يجب أن تمثل ميدان الاختبار تمثيلا احصائيا صحيحا ، ومن أهم وظائفها النفسية تركيز انتباه الأفراد فى الاختبار . والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

---

(١) الأسئلة المحلولة Worked Examples

(٢) تعتمد هذه الأمثلة التوضيحية على اختبار القدرة العددية — العلامات المحذوفة — لمؤلف هذا الكتاب ، يونيو سنة ١٩٥٧ .

(٣) الأسئلة التدريبية Exercise or Practice

(اكتب العلامة المحذوفة فى كل عملية من العمليات التالية) :

١	٢ = ١	١٢	٧٢ = ٦
٨	٤ = ٢	٢٤	١١ = ١٣

وتمثل هذه الأسـئلة فى صعوبتها المتدرجة ، تدريج صـعوبة الاختبار .

٥ ـ تعليمـات بدء الاختبـار :

تنتهى التعليمات ببعض العبارات التى تؤدى الى ضبط عملية بدء الاختبار والتحكم الدقيق فى زمنه .

والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

ضع القلم ، لا تقلب الصفحة حتى تسمع النـداء بقلب الصفحـة والبدء فى الاختبار .

(ب) صـياغة التعليمـات :

تهدف التعليمات الى شرح فكرة الاختبار فى أبسط صورة ممكنة لها ، ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتلك التعيمات موجزة سـهلة واضحة .

ولا شك أن الاستطراد اللغوى الطويل يؤدى الى غموض المعنى لكثرة ما يدور حوله من ألفاظ وتعبيرات مختلفة . وبذلك تصبح تـلك التعليمات معقدة صعبة الادراك ، ويعاب عليها أنها :

١ ـ تستغرق وقتا طويلا من المختبرين والمختبرين .

٢ ـ تؤدى الى الغموض والتنفيذ ، والغموض يثـير الأسـئلة الكثيرة التى تخل بالنظام ، وتعوق تأدية الاختبار تأدية صحيحة .

٣ ــ تعتمد الى حــد كبــير على مدى تذكر المختبرين الخطوات المتعددة التى تتكون منها التعليمات ، وقد تؤدى كثرتها الى الخلط بين النواحى الرئيسية والنواحى الثانوية .

٤ ــ تحول دون التقنين الصحيح للاختبار لأنها ترهق المختبر اذ عليه أن يضبط زمن الاجراء ، ويحــــول دون الغش ، وأن يوزع الاختبار ، وغير ذلك من الامور التى تحتاج الى تدريب طويل وانتباه شديد ودقة بالغة . ولذا يجب أن تكون التعليمات من الايجاز والبساطة والوضــوح بحيث تساعده على تطبيق الاختبار تطبيقـــا موضوعيا صحيحا .

والايجاز المخل يؤدى الى الغموض والتعقيد ، وكثرة أســـئلة المختبرين التى تحول دون الضبط العلمى الدقيق للموقف الاختبـــارى القائم .

ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتعليمات الاختبار واضحة سهلة ميسورة الى الاستطراد الطويل أو الايجاز المخل أو تعتمـــد على الألفاظ الغريبة النابية أو الأساليب الملتوية الشاذة .

(ج) اثارة حافـــز الاجابة :

تتأثر الدرجة الى حد كبير بمستوى القدرة وبالزمن المحدد للاجابة وبقـــوة الحافز الذى يدفع الى بذل أقصى جهده فى الاجابة . ويؤثر هذا الحافز تأثيرا مباشرا فى الكشف عن المســتويات المختلفة للقدرة . وقد حاول بعض العلماء فى المراحل الأولى لنشوء الاختبارات النفسية أن يثيروا الدافع للاجابة عند الأفراد المختلفين باثابتهم اثابة مادية ، مثل مكافأة الممتاز منهم .

وقد تواترت نتائج الأبحاث التى تلت هذه المرحلة على تأكيد أهمية

التعليمات فى حفز الأفراد على الاستجابة للمفردات الاختبارية • فالتعليمات الجيدة التى تحدد هدف الاختبار وفكرته وتدرب الأفراد على مفرداته تحفزهم حفزا قويا للاجابة •

وقد وجد بعض الباحثين أن أمل المختبر فى معرفة درجته بعد الاجابة يشوقه الى الاختبار ويحفزه على الأداء القوى فى الموقف الاختبارى القائم • ووجد البعض الآخر أن الاعتماد على المختبرين فى تصحيح اجاباتهم أو اجابات زملائهم يثير فيهم الحماس المناسب للاختبار •

مفتاح الاجابة وتصحيح المفردات :

من أهم مميزات الاختبارات النفسية الحديثة سرعة ودقة تصحيحها • ولذا تسمى أحيانا بالاختبارات الموضوعية (١) ، أى التى تتأثر بمزاج المصحح أو بذاتيته • ويعرف الاختبار الموضوعى بأنه الاختبار الذى لا تختلف طريقة تصحيحه من مصحح لآخر ، بل تبقى درجته كما هى مهما اختلف المصححون •

وسنحاول فى الفقرات التالية أن نوضح شروط الاجابة الموضوعية ، ووسائلها ، ومفتاحها • وطرق تصحيحها وأثر التخمين على تلك الاجابات والطرق الاحصائية المعروفة لمعالجة هذا الأثر •

(ا) شروط الاجابة الموضوعية :

يجب أن تكون الصور المختلفة لتسجيل اجابات الاختبارات النفسية بسيطة موجزة ، وان يكون مكانها فى ورقة الاجابة محددا

---

(١) الاختبارات الموضوعية Objective Tests

تحديدا واضحا دقيقا كأن تكون الاجابات فى يسار الورقة أو فى يمينها أو فى وسطها حتى تصبح عملية التصحيح سريعة سهلة دقيقة •

ومن أهم الامور التى تساعد على دقة التصحيح تفرد السؤال باجابة صحيحة • وذلك لأن ازدواج الاجابات الصحيحة أو كثرتها بالنسبة للسؤال الواحد يحول دون التصحيح الموضوعى الدقيق •

(ب) وسائل الاجابة الموضوعية :

كلما كانت وسيلة الاجابة قصيرة ضعف تأثرها بالنواحى الخارجية الثانوية الذاتية ، وزاد تبعا لذلك تحديدها واقترابها من الموضوعية التى نهدف اليها • ومن أهم الوسائل الحديثة التى تحقق تلك الأهداف صياغة السؤال صياغة تجعل الاجابة عنه محددة بأى استجابة من الاستجابات التالية :

١ — جملة أو كلمة : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة •

٢ — حرف : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة ، واعادة الترتيب •

٣ — عدد : كمثل أسئلة التكملة والاستجابة الحرة ، واعادة الترتيب •

٤ — رمز : كمثل أسئلة الاختيار من احتمالين ، أو من احتمالات متعددة ، والتكملة ، والمطابقة ، والاستجابة الحرة ، واعادة الترتيب ، وقد يكون الرمز دائرة أو علامة صح أو خطأ ، أو أى علامة ترمز الى الاختيار وتحديد الاجابة الصحيحة •

(جـ) مفتاح الاجابة وطرق التصحيح :

تتلخص طريقة التصحيح فى مقارنة الاجابات المختلفة بمفتاح الاختيار [١] • ثم يرصد بعد ذلك عدد الاجابات الصحيحة ، وقد يرصد أيضا عدد الاجابات الخاطئة والمحذوفة والمتروكة اذا أريد تحليل مفردات الاختبار تحليلا احصائيا دقيقا لبناء اختبار جديد •

وقد تطورت مفاتيح الاجابة تطورا هادفا غايته تحقيق دقة وسرعة التصحيح • وتتلخص أهم الصور المختلفة للمفاتيح الاختبارية فيما يلى :

١ — مفتاح الاختبار المصحح : وتصلح هذه الطريقة لتصحيح الاجابات المحددة تحديدا مكانيا دقيقا ، حتى تصبح عملية مقارنة اجابات الأفراد بالمفتاح عملية سهلة سريعة وقد تصبح عملية التصحيح بهذا النوع من المفاتيح عملية شاقة طويلة عندما يزداد عدد المختبرين زيادة كبيرة تحول دون السرعة والدقة التى نهدف اليها •

٢ — المفتاح الشفاف : وتقوم فكرته على تسجيل الاجابات الصحيحة على ورقة شفافة ، ثم تصحح الاجابات المختلفة وذلك بمقارنتها بالاجابات المكتوبة على الورقة الشفافة التى تعلوها • وهذه الطريقة أسرع وأدق من الطريقة السابقة •

٣ — المفتاح المثقوب : وتقوم فكرته على تسجيل الاجابات الصحيحة على ورقة سميكة نوعا ما ، ثم تثقب هذه الورقة بثقوب مستديرة فى الأماكن التى تحدد تلك الاجابات بحيث تؤدى الى رؤية الاجابات الصحيحة فى كل ورقة اجابة • وتصلح هذه الطريقة لتصحيح

---

(١) مفتاح الاختبار The Key of the Test

الأسئلة التى تعتمد اجاباتها على اختيار واحدة من اجابتين أو من اجابات متعددة • وتتميز بالسرعة ، وان كان يعاب عليها عجـزها عن تسجيل اجابات الأفراد الذين يختارون أكثر من اجابة للسؤال الواحد بحيث تصبح احداهما صحيحة ، والاجابات الاخرى خاطئة •

ولذا يجب أن يبحث المصحح عن هذا النوع من الاجابات قبـل بدء التصحيح حتى لا يختلط عليه الأمر • واجابات هذا النوع خاطئة لأنها تدل على عجز المختبر عن الاختيار الصحيح للاجابة المحددة •

٤ — مفتاح الكربون : يختلف هذا النوع عن الأنواع السابقة فى أنه يصاحب ورقة الاجابة وذلك بتحديد أماكن الاجابات الصـحيحة على ورقة مستقلة تلصق من أطرافها فى ظهر ورقة الاجابة بحيث تصبح بياناتها مستترة تماما بالنسبة للمختبر ، ويطلى ظهر ورقة الاجابة بطلاء أسود بحيث يترك أثراً لأية كتابة تسجل على ورقة الاجابة وتعتمد طريقة رصـد اجابات هذا النوع على نزع المفتاح الخلفى بعد اجراء الاختبار ثم عد العلامات القائمة فى الأمكنة التى تحدد الاجابات الصحيحة • ويعـد هذا النوع أسرع وأدق من الأنواع السابقة ، الا أن تكلفتـه المرتفعة قد تحول أحيانا دون الاستعانة به •

٥ — المفتاح الآلى : تطورت طرق تصحيح الاختبارات النفسية حتى أصبحت الآن فى صورتها الأخيرة آلية ميكانيكية كهربائية • وقد أدت التطبيقات الواسعة لتلك الاختبارات فى الميادين الحربية الى اختبار آلاف المجندين يوميا • ولذا لجـأ العلماء الى تصميم آلات كهربائية تصحح وتصنف الاجابات المختلفة فى سرعة ودقة فائقة ، وتعتمد فكرة هذه الآلات على تصميم ورقة الاجابة تصميما يصلح لهذا التصـحيح والتصنيف ، وعلى رصد الاجابة بقلم تتميز كتابته بحساسية كهربائية تصلح لهذا التسجيل •

(د) تصحيح أثر التخمين :

تتأثر المفردات التى تقوم فى بنائها على اختيار اجابة واحـدة

من اجابتين أو من الاجابات متعددة بالتخمين [١] ويزداد أثر هـــذا التخمين كلما قل عدد الاحتمالات المحددة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد هذا العـــدد • ويبلغ التخمين أقصاه عندما يصل هذا العدد الى احتمالين ، ويضعف أثره عندما يصل هذا العدد الى ستة احتمالات • ولذا يصحح أثر التخمين للمفردات التى تعتمد فكرتها على احتمالين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة ، ولا يصحح للاحتمالات التى تزيد عن خمسة •

وعندما تصبح جميع مفردات الاختبار قائمة على اختبـــار اجابة واحدة من اجابتين فان توزيع الاجابات الصحيحة يجب أن يســـاوى بين هذين الاختبارين حتى يصبح بناء الاختبار سليما من الناحيـــة الاحصائية ، وبذلك تصبح النسبة المئوية للاجابات الصحيحة لجميـــع الأسئلة مساوية لـــ ٥٠ ٪ للاحتمال الأول ومساوية لـــ ٥٠ ٪ أيضـــا للاحتمال الثانى ، على أن توزع تلك الاجابات الصـــحيحة توزيعـــا عشوائيا لكل من هذين الاختبارين كما يدل على ذلك المثال التالى :

السؤال	الاحتمال الأول	الاحتمال الثانى
٣ × ٧ =	٢١	٢٤
٢ × ٤ =	٩	٨
٥ × ٣ =	١٧	١٥
٢٤ × ٢ =	٤٨	٢٨

ويدل هذا النـــــوع من المفردات على أن اجابة الســـؤال الأول ٣ × ٧ اما أن تـــاوى ٢١ أو تساوى ٢٤ والاجابة الأولى صـــحيحة والثانية خاطئة • وقد رسمنا خطا تحت العـــدد ٢١ لنبين أنه الاجابة الصحيحة لهذا السؤال • وكذلك بالنسبة للأســـئلة الأخـــرى ؛ فاذا فرضنا أن احد الأفراد أجاب بطريقة تخمينية عن هذه الأسئلة فرسم

(١) تصحيح التخمين Correction of Guessing

خطا تحت كل اجابة من اجابات العمود الأول ، فان درجته فى هـذا الاختبار تساوى ٢ • وحرى بنا أن نعاقبه على تخمينه حتى لا يختلط الأمر بين الذين يعلمون والذين لا يعلمون • وإذا ترصد أيضا الاجابات الخاطئة لمثل هذا الفرد وبذلك يصبح عددها هى الأخرى مساويا ٢ • ثم نطرح الاجابات الخاطئة من الاجابات الصحيحة لنحصل على الدرجة المصححة من أثر التخمين ، أى أن :

الدرجة المصححة من أثر التخمين =

عدد الاجابات الصحيحة ــ عدد الاجابات الخاطئة

= ص ــ خ

= ٢ ــ ٢

= صفر فى مثالنا هذا

هذا ويمكن أن تصوغ هذه المعادلة فى الصورة التالية(١) :

$$\text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = \text{ص} - \frac{\text{خ}}{٢ - ١}$$

و ∵ عـدد الاحتمالات فى مثالنـا هذا يساوى ٢ ،

$$\therefore \text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = \text{ص} - \frac{\text{خ}}{\text{ن} - ١}$$

بحيث يدل الرمز ن على عدد الاحتمالات • وهذه هى الصور العامة لمعادلة التخمين •

فاذا كان عدد الاحتمالات مساويا ٤ فان معادلة التخمين تتطور الى الصورة التالية :

---

(١) لجأنا إلى هذا التحليل البسيط لتوضيح فكرة المعادلة . والبرهان الرياضى الصحيح لتلك المعادلة يعتمد على نظرية الاحتمالات ، وهو ما لا يتسع له مجال هذا الكتاب .

الدرجة المصححة من أثر التخمين = ص − خ / (٤ − ١)

= ص − خ / ٣

وهكذا بالنسبة للاحتمالات الأخرى .

ولنفرض أن عدد الدرجات الصحيحة التى حصل عليها فرد ما كان مساويا ٩ وعدد الدرجات الخاطئة كان مساويا ٦ وأن عدد احتمالات أى سؤال من أسئلة ذلك الاختبار كان مساويا ٤ .

∴ الدرجة المصححة من أثر التخمين لهذا الفرد = ٩ − ٦ / (٤ − ١)

= ٩ − ٦ / ٣

= ٧

فاذا كان عدد الدرجات الخاطئة مساويا لـ ٢٧ بدلا من ٦ فان درجة مثل هذا الفرد تصبح مساوية للصفر كما تدل على ذلك المعادلة التـالية :

الدرجة المصححة من أثر التخمين = ٩ − ٢٧ / (٤ − ١)

= ٩ − ٢٧ / ٣

= صفر

وعندما يزداد عدد الدرجات الخاطئة فى مثالنا هذا حتى يصـبح مساويا لـ ٣٠ فان الدرجة المصححة من أثر التخمين تصبح فى هذه الحالة سالبة ، كما تدل على ذلك المعادلة التالية :

الدرجة المصححة من أثر التخمين $= ٩ - \frac{٣٥}{٤ - ١}$

$$= ٩ - \frac{٣٠}{٣}$$

$$= -١$$

هذا ويجد بعض الأفراد صعوبة فى فهم معنى الدرجة السالبة وذلك لأن أى اختيار يهدف الى قياس أى لون من ألوان النشاط النفسى يبدأ تدريجه من الصفر ثم تتزايد درجاته فى الاتجاه الموجب أى أنه يحدد المستويات بما يتراكم ويتجمع فيها من درجات لكن هذه الوحـدات الاختبارية لاتخرج فى جوهرها عن وحدات اصطلاحية وهى بذلك تختلف من اختبار لآخر، واذا فالصفر الذى يحدده أى اختبار لا يعنى قط المعنى الذاتى للصفر المطلق أى أنه صفر اصطلاحى ولو اشتمل الاختبار على مفردات أسهل من التى تحتوى عليها لانحدر موضع الصفر فى التدريج الاختبارى للدرجات الى أسفل ولأصبحت الدرجة المساوية لـ ١ مساوية لـ + ١ أو لـ + ٢ أو لأى عدد آخر موجب يحتمله التدريج الجديد للاختبـــار •

ولذا يلجأ بعض الباحثين الى دراسة جميع درجات المختبر من بعد تصحيحها من أثر التخمين للكشف عن القيمة العددية لأكبر درجة سالبة ولتكن مثلا — ٦ ثم اضافة + ٦ الى جميع درجات المختبرين لتحويلها كلها الى درجات موجبة • والمثال التالى يوضح هذه الفكرة •

الدرجات المصححة: — ٦ ، — ٤ ، — ١ ، صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٢

الدرجات بعد التعديل : صفر ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ٨

هذا ولا يتأثر شكل التوزيع التكرارى بهذا التعديل لأن اضافة أى عدد ثابت الى جميع درجات الاختبار يؤدى الى انزلاق هذا التوزيع

فوق قاعدته الى الناحية اليمنى • وان طرح أى عدد ثابت من جميع درجات الاختبار ينزلق فوق قاعدته الى الناحية اليسرى •

وبما أن عملية تصحيح أثر التخمين لكل درجة من درجات الاختبار تتطلب التعويض فى معادلة التخمين ثم تقريب الكسور العشرية التى تنتج أحيانا من هذا التعويض الى أعداد صحيحة ، لذلك قد يجد بعض الباحثين مشقة فى تصحيح جميع الدرجات • وقد حسبت القيم المختلفة لتلك المعادلة ورصدت فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية (جدول رقم ٢٣) حتى لا يجد الباحث عنتا أو مشقة فى تصحيح التخمين • فإذا كان عدد الاحتمالات مساويا ٥ وكان عدد الإجابات الصحيحة مساويا ٤١ وعدد الإجابات الخاطئة مساويا ١٩ فإن الدرجة الصحيحة من أثر التخمين تساوى ٣٦ كما يدل على ذلك جدول الدرجات المصححة من أثر التخمين المبين بصفحة ١١٣ بملحق الجداول الإحصائية النفسية، وهكذا بالنسبة للاحتمات الأخرى التى تبدأ بـ ٣ احتمالات وتنتهى عند ٥ احتمالات • ولم تحسب الدرجات المصححة للاحتمال المساوى لـ ٢ لأن عملية التصحيح فى هذه الحالة تتحول الى مجرد الدرجات الخاطئة من الدرجات الصحيحة •

معاملات سهولة وصعوبة المفردات :

يميل بعض الباحثين الى حساب معاملات صعوبة المفردات عن طريق حساب سهولتها ، وخير لنا أن نعالج المشكلة معالجة مباشرة فندرس السهولة ثم نرتب المفردات الاختبارية ترتيبا تنازليا بالنسبة لتلك المعاملات بدل أن نرتبها ترتيبا تصاعديا بالنسبة للصعود •

والعلاقة بين السهولة والصعوبة علاقة عكسية مباشرة •• فإذا كان معامل السهولة مساويا لـ ٤ر٠ فان معامل للصعوبة يساوى ٦ر٠ أى أن معامل السهولة = ١ معامل الصعوبة •

ويمكن أن نصــوغ هذه المعاملات فى نسب مئوية وبذلك تصبح النسبة المئوية للسهولة مساوية لــ ٤٠٪ فى مثالنا هذا ، وتصبح النسبة المئوية للصعوبة مساوية لــ ٦٠ ٪ •

١ ــ حساب معاملات سهولة المفردات :

تقاس سهولة أى سؤال بحساب المتوســط الحســابى للاجابات الصحيحة • وبما أن المختبرين يتركون أحيانا بعض المفردات دون أن يجيبوا عليها • اذن فعلينا أن نحسب المتوسط الحسابى للذين أجابوا فعلا على السؤال اجابات صحيحة أو خاطئة ، وأن نســتبعد المفردات المحذوفة والمتروكة •

والجدول رقم ١٧٨ يوضح طريقة رصد اجابات ٥ أفراد على ٣ مفردات •

الأفــراد	السؤال الأول	السؤال الثانى	السؤال الثالث
ا	ص	ص	ص
ب	ص	ص	ص
ج	ص	و	خ
د	ص	خ	خ
ه	ص	ك	ك
مجموع الأفراد = ٥	ص = ٥ خ = صفر و = صفر ك = صفر	ص = ٢ خ = ١ و = ١ ك = ١	ص = ٢ خ = ٣ و = صفر ك = ١

جدول ١٧٨

تسجيل الاستجابات المختلفة للمفردات توطئة لحساب السهولة

حيث يدل الرمز ص على الاستجابات الصحيحة

ويدل الرمز خ على الاستجابات الخاطئة

ويدل الرمز و على المفردات المحذوفة

ويدل الرمز ك على المفردات المتروكة

وهكذا نرى أن جميع الأفراد قد أجابوا إجابة صحيحة على السؤال الأول ، وبذلك يحسب معامل سهولة هذا السؤال بالطريقة التاليـــة :

$$\text{معامل سهولة السؤال الأول} = \frac{٥}{٥}$$

$$= ١$$

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثانى يساوى ٢ وعـــدد الاجابات الخاطئة يساوى ١ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا اجابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثانى ٣ .

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال الثانى} = \frac{٢}{٢ + ١}$$

$$= \frac{٢}{٣}$$

$$= ٠{,}٦٧ \text{ تقريباً}$$

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثالث يساوى ٢ وعـــدد الاجابات الخاطئة يساوى ٢ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا اجـــابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثالث ٤ .

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال الثالث} = \frac{٢}{٤}$$

$$= ٠{,}٥٠$$

$$\text{أى أن معامل السهولة} = \frac{\text{الإجابات الخاطئة}}{\text{الإجابات الصحيحة + الإجابات الخاطئة}}$$

$$= \frac{ص}{ص + خ}$$

ب — معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين :

تتأثر معاملات سهولة المفردات بالتخمين وخاصة عندما يعتمد بناء الأسئلة على الاحتمالات الاختيارية • ويصحح أثر هذا التخمين بنفس الطريقة التى صححت بها الدرجات كما يدل على ذلك التحليل التالى :

$$\therefore \text{معامل السهولة} = \frac{\text{ص}}{\text{ص} + \text{خ}}$$

$$\therefore \text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = \text{ص} - \frac{\text{خ}}{\text{ن} - 1}$$

$$\therefore \text{معامل السهولة المصحح من أثر التخمين} = \frac{\text{ص} - \frac{\text{خ}}{\text{ن} - 1}}{\text{ص} + \text{خ}}$$

فاذا كان عدد الاجابات الصحيحـة مساويا لـ ٢ وعدد الاجابات الخاطئة مساويا لـ ١ وعدد الاحتمالات الاختيارية للسؤال يساوى ٤

$\therefore$ ص = ٢ ، خ = ١ ، ن = ٤

$$\therefore \text{معامل السهولة} = \frac{\text{ص}}{\text{ص} + \text{خ}}$$

$$= \frac{2}{2 + 1}$$

$$= 0.67$$

كما سبق أن بينا ذلك فى مثالنا بالنسبة للسؤال الثانى :

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين

$$= \frac{\text{ص} - \frac{\text{خ}}{\text{ن} - \text{١}}}{\text{ص} + \text{خ}}$$

$$= \frac{\text{٢} - \frac{\text{١}}{\text{٤} - \text{١}}}{\text{٢} + \text{١}}$$

$$= \frac{\frac{\text{٥}}{\text{٣}}}{\text{٣}}$$

$$= \frac{\text{٥}}{\text{٩}}$$

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين = ٥٦ر٠ تقريبا

هذا وقد حسبت معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين (١) ورصدت فى الجدول المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (٢٤) صفحة ١١٤ وصفحة ١١٥ ، الذى يدل عموده الأول على معاملات السهولة غير المصححة ، وتدل الأعمدة التالية على المعاملات المصححة من أثر التخمين لكل عدد من الاحتمالات الاختيارية التى يتكون منها السؤال . أى لكل قيم ن وبذلك تدل تلك الأعمدة على القيم التالية لـ ن.

ن = ٢ ، ن = ٣ ، ن = ٤ ، ن = ٥

Guilford J.P. Psychometric Methods, 1954, P. 421. (١) Table 151.

وهكذا نستطيع أن نستعين بذلك الجدول فى معرفة معامل السهولة المصحح من أثر التخمين لمثالنا السابق وذلك بالطريقة التالية :

معامل السهولة = ٦٧ر٠

عدد الاحتمالات الاختيارية = ٤

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين = ٥٦ر٠

كما يدل على ذلك جدول (٢٤) صفحة ١١٥

جـ — المعاملات المعيارية للسهولة :

تدل معاملات السهولة على نسب عشرية ، وقد تدل أيضـــا على نسب مئوية • وهذه المعاملات بصورتها القائمة لا تصلح الا لترتيب المفردات ترتيبا تمهيديا وذلك لعجزها عن تحديد الفروق القائمة بـين مراتب سـهولة تلك المفردات ، ولهذه الفروق أهميتها فى الاختيـــار النهائى للمفردات وفى التدريج المنتظم للسهولة ويرجع ذلك العجز الى اعتماد تلك المعاملات على تقسيم التوزيع التكرارى الى مساحـــات متعاقبة • والتدريج الذى يخضع لفكرة المساحات المتساوية لا يؤدى الى وحدات طولية متساوية لاختلاف مساحات التوزيع التكرارى تبعا لقربها أو بعدها من أطراف هذا التوزيع •

وقد سبق أن درسنا هذه المشكلة فى تحليلنا للفروق القائمة بـين المئينيات والمعايير التائية ، وبينا أن المئينيات تقسم المنحنى التكرارى الى مساحات متساوية وأن المعايير التائية تقسم قاعدة المنحنى التكرارى الى وحدات طولية متساوية ، وأن هذه الخاصية تجعل المعيار التائى مقياسا طوليا كالمتر والياردة •

وبما أن معاملات السهولة تقوم على نسبة الاجابات الصحيحة الى

جميع إجابات السؤال ، إذن فهي تدل بهذا المعنى على مساحات اعتدالية عندما تنسب الى المنحنى الاعتدالى المعيارى [1] لأنها تدل على احتمال الحدوث أو احتمال النجاح • وبما أن النسب الاعتدالية تحدد بدرجات معيارية إذن يمكن تحويل معاملات السهولة الى الدرجات الاعتدالية المعيارية المقابلة لها • وبذلك يتحول التدريج الذى يقوم على المساحات الى تدريج طولى يقوم فى جوهره على التقسيم المعيارى لقاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى •

فإذا كان معامل السهولة مساويا لـ ٣٤ر٠ فإن الدرجة المعيارية التى تقابل تلك المساحة الاعتدالية تساوى — ١ر٠ كما يدل على ذلك جدول المساحات الاعتدالية المعيارية المبين بملحق الجداول الاحصائية النفسية جدول رقم (٤) صفحة ١٥ ، وقد وضعنا علامة سالبة أمام تلك الدرجة لأن المساحة التى أدت اليها تقل ٥٠ر٠ أى تقع فى الطرف الأيسر أو الادنى للمنحنى كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لخواص التوزيع الاعتدالى المعيارى •

وتؤدى نتائج هذه الطريقة الى حساب المعاملات المعيارية الطولية للسهولة ، وقد يعاب عليها كثرة علاماتها السالبة • ولذا تحول جميع تلك الدرجات المعيارية السالبة التى تحدد مستويات السهولة الى درجات معيارية موجبة وذلك بإضافة ٥ درجات معيارية الى كل منها ، وبذلك يصبح المعامل المعيارى للسهولة الذى حسبناه للمثال السابق مساويا لنتيجة العملية التالية :

معامل السهولة المعيارى المعدل = — ٤١ر٠ + ٥ = ٥٩ر٤

واضافة ٥ درجات معيارية لكل معامل من المعاملات المعيارية

(١) راجع الفصل السادس من هذا الكتاب .

للسهولة يؤدى الى اعادة ترقيم درجات التوزيع التكرارى الأعتدالـى المعيارى بحيث يصبحبدء التدريج مساويا للصفربدلامن ــ ٥ ويصبح المتوسط مساويا لـ ٥ بدلا من الصفر وتصبح نهاية التدريج مساوية لـ ١٠ بدلا من ٥ ، أى أن مدى المنحنى الاعتدالى المعيارى يساوى ١٠ درجات معيارية ٠

وقد شاع هذا النوع من التعديل فى بعض الميادين الحيوية وخاصة ميدان المبيدات الحشرية(١) ، وأنشئت له جداول خاصة تيسر على الباحث قراءة الدرجة المعيارية المعدلة مباشرة ، ومن أهم هذه الجداول جدول بليس C.I.Blis (٢)الخاص بمنحنى المبيدات الحشرية ، ويقوم هذا النوع من الدراسة على نفس الأسس التى تقوم عليها فكرة معاملات الصعوبة ٠ وتتلخص تلك الفكرة فى الكشف عن أثر تركيز المادة السامة فى نسبة الحشرات المقتولة الى الحشرات التى تعرضت لتلك المادة ، كما تلخصت فكرة معاملات السهولة فى علاقة الاجابات الصحيحة الى الاجابات الصحيحة والخاطئة ٠

ولذا سنعتمد على جدول بليس فى قراءة معاملات السهولة المعيارية المعدلة ، وقد سجلنا بياناته العددية فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية ، جدول رقم (٢٥) وسميناه جدول معاملات السهولة المعيارية ٠

واذا بحثنا فى هذا الجدول عن معامل السهولة المعيارى المعدل

---

(١) المبيدات الحشرية Insecticides

(٢) Fisher,R,A.and Yates. F.,Statistical Tables, Table lx, P.P. 50—52.

المقابل لمعامل السهولة المساوى لـ ٣٤ر٠ لوجدنا أنه يساوى ٥٨٧٥ر٤ أو ٩ر٤ تقريبا ، كما سبق أن حسبناه فى مثالنا السابق .

(د) علاقة ترتيب المفردات بالتوزيع التكرارى للدرجات :

يستطيع الباحث بعد معرفته لجميع المعاملات المعيارية للسهولة أن يرتب المفردات ترتيبا تنازليا بالنسبة لتلك المعاملات بحيث يصبح أول سؤال من أسئلة الاختبار أكبرها سهولة وآخر سؤال أقلها سهولة .

وللفروق القائمة بين القيم العددية لمعاملات السهولة المتتالية أثر مباشر فى التنبؤ بشكل التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار . وقد دلت أبحاث ووكر D. A. Walker على أن تساوى تلك الفروق يؤدى الى اعتدال التوزيع التكرارى للدرجات ، والمثال المبين بالجدول رقم ١٧٩ يوضح هذه الفكرة .

الترتيب النهائى للمفردات	المعاملات المعيارية للسهولة	الفرق	فرق الفرق
١	٦,٤٦٩		
٢	٦,٢٣٧	٠,٢٣٢	صفر
٣	٦,٠٠٥	٠,٢٣٢	صفر
٤	٥,٧٧٣	٠,٢٣٢	صفر
٥	٥,٥٤١	٠,٢٣٢	

جدول ١٧٩

يوضح هذا الجدول فكرة تساوى فروق المعاملات المعيارية للسهولة وتلاشى فرق الفرق وأثر ذلك على اعتدال التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار

وعندما تتناقص القيم العددية لمعاملات السهولة المعيارية تناقصا سريعا فى أول الاختبار أو فى آخره يلتوى التوزيع التكرارى للدرجات.

وهكذا ندرك أهمية ذلك الترتيب فى الضبط العلمى لشكل التوزيع التكرارى وللتنبؤ به .

(هـ) أهمية معامل السهولة فى بناء الاختبارات المتكافئة :

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة فى احدى نواحيها على تساوى معاملات سهولة المفردات المتناظرة فى ذلك النوع من الاختبارات ، بحيث يصبح معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الأول مساويا أو قريبا من معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الثانى ، وهذا بدوره يساوى أو يقترب من معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الثالث . وهكذا بالنسبة لجميع رتب المفردات فى كل تلك الصور المتكافئة .

المعاملات المعيارية المعدلة لسهولة الاختبارات :

يشتق مؤلف هذا الكتاب معامل سهولة الاختبارات من فكرة حساب معامل سهولة المفردات . ويرجع اهتمام المؤلف بحساب هذا المعامل الى أن هذا الموضوع قد أهمل الى حد كبير فى أبحاث أغلب علماء ميدان القياس العقلى ، وربما كان ذلك لأن الاختبارات لا تخضع فى تجميعها فى بطارية واحدة لترتيبها بالنسبة لسهولتها . ولكن ظهرت

Walker, D.A., Answer - Pattern and Score - Scatter in : (١) Tests and Examinations, B, J. P. 1936, P.P. 301 - 308, 1939. P.P. 73—89.

Walker, D.A.A Theoretical and Experimental Study (٢) of the Nature and Extent of Predetermination of Score - Scatter by the Type of the Test Paper used, Ph,D. Thesis. Edinburgh, 1937.

أخيرا بعض الأبحاث التى بدأت تشير الى ضرورة التوصل الى معامل احصائى دقيق لقيــاس سهولة الاختبارات وخاصة وأن التكوين العاملى لبعض الاختبارات قد يرجع فى جوهره الى مستويات صعوبتها .

وبما أننا نحسب سهولة المفردات بقسمة الدرجات الصحيحة على المجموع الكلى للدرجات : الصحيحة والخاطئة . بافتراض أن جميــع الأفراد حصلوا على النهايات العظمى . اذن يمكننا أن نمتد بهــــذه الفكرة فنقسم مجموع الدرجات التى حصل عليها الأفراد فى اختبار ما على المجموع الكلى للدرجات باعتبار أن جميع الأفراد حصلوا أيضا على النهاية العظمى للاختبار .

فاذا فرضنا أن لدينا اختبارا مكونا من ٤٠ سؤالا وأن مجمــوع الدرجات التى حصل عليها ١٠ أفراد فى هذا الاختبار هو ٣٠٠ درجة . فان هذه الدرجات تصبح بسط كسر معامل السهولة ولحســاب مقــام هذا الكسر نفترض أن كل فرد من الــ ١٠ أفراد قد حصل فى هــــذا الاختبار على النهاية العظمى أى على ٤٠ درجة . وبذلك يصبح :

المجموع الكلى للدرجات = النهاية العظمى × عدد الأفراد

= ٤٠ × ١٠

= ٤٠٠

$$\text{وبما أن معامل سهولة الاختبار} = \frac{\text{المجموع الكلى للدرجات}}{\text{مجموع الدرجات}}$$

٣٠٠
———— =
٤٠٠
٠٫٧٥ =

وبما أن هذا المعامل لا يخرج عن كونه نسبة عشرية تقابلها مساحة اعتدالية يمكن الكشف عنها فى جداول المنحنى الاعتدالى المعيارى . وأن هذه المساحة الاعتدالية تقابلها درجة معيارية . وتمتد تلك الدرجة من الطرف الأيسر السالب لقاعدة المنحنى الى الطرف الأيمن الموجب . ومتوسطها دائما يساوى صفرا ووحدتها تساوى انحرافا معياريا واحدا أى الواحد الصحيح . اذن يمكن أن ننسب كل نتائج الاختبارات الى معيار واحد فتصبح بذلك مقارنتها . وعند اضافة ٥ الى كل درجة من الدرجات المعيارية للسهولة للتخلص من العلامات السالبة يصبح المقياس الجديد مقياسا عشريا يبدأ بالصفر وينتهى الى ١٠ ومتوسطه ٥ شأنه فى ذلك شأن نفس المقياس الذى استخدمناه فى حسابنا لمعاملات السهولة المعيارية المعدلة لمفردات الاختبار . هذا ويمكن استخدام جدول بليس فى قراءة معاملات السهولة المعيارية المعدلة وذلك بمعرفة معامل السهولة أى النسبة العشرية لذلك المعامل .

وبما أننا انتهينا فى مثالنا السابق الى أن معامل السهولة يساوى ٠٫٧٥ اذن نستطيع بالكشف فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية جدول رقم ٢٥ عن معامل السهولة المعيارى المعدل المقابل لـ ٠٫٧٥ فنجد أنه يساوى ٥٫٦٧ . فاذا علمنا أن مستوى المتوسط للسهولة يساوى ٥ أمكننا أن نحكم على سهولة هذا الاختبار بأنه أعلى من المستوى المتوسط .

ونستطيع عن طريق هذا المعامل أن نرتب الاختبارات ترتيبا تنازليا أو تصاعديا بالنسبة لسهولتها على مقياس وحداته متساوية

وبده تدريجه ومتوسطه ونهاية تدريجه واحدة فى جميع تلك الاختبارات وبهذا يصح الترتيب وتصح أيضا عملية حساب فروق الترتيب .

الانحراف المعيـــارى للمفردات :

يرتبط الانحراف المعيارى للمفردات ارتباطا مباشرا بمعامـلات السهولة والصعوبة وخاصة عندما تصبح درجات المفردات اما (١) أو (صفر) وتتلخص طريقة حساب هذا الانحراف فى الصورة التالية :

الانحراف المعيارى للسؤال = $\sqrt{\text{معامل السهولة} \times \text{معامل الصعوبة}}$

فإذا فرضنا أن معامل سهولة سؤال ما = ٠,٨

∴ فمعامل صعوبة هذا السؤال = ١ — ٠,٨

= ٠,٢

وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لهذا السؤال = $\sqrt{٠,٨ \times (٠,٢)}$

= $\sqrt{٠,١٦}$

= ٠,٤

ولا تختلف طريقة حساب الانحراف المعيـــارى للمفردات عن الطريقة العامة لحســاب الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار إلا فى النواحى الخاصة التى تميز درجات المفردات عن درجات الاختبار ، كما يدل على ذلك الجدول رقم ١٨٠

الأفـراد	درجات السؤال الأول	مربعات درجات السؤال الأول
ا	١	١
ب	١	١
ح	١	١
د	١	١
ه	صفر	صفر
مجموع الأفراد = ٥	مجموع الدرجات = ٤ المتوسط = $\frac{٤}{٥}$ = ٠,٨	مجموع مربعات الدرجات = ٤ متوسط مربعات الدرجات = ٠,٨

جدول ١٨٠

حساب الانحراف المعيارى لدرجات أحد الأسئلة

و ∵ المعادلة العامة للانحراف المعيارى

$$= \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$$

∴ الانحراف المعيارى لهذا السؤال

$$= \sqrt{٠,٨ - (٠,٨)^{٢}}$$

$$= \sqrt{٠,٨ - ٠,٦٤}$$

$$= \sqrt{٠,١٦}$$

∴ الانحراف المعيارى لهذا السؤال = ٠,٤

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بحساب الجذر التربيعى لحاصل ضرب معامل السهولة فى معامل الصعوبة وذلك لأن متوسط درجات السؤال يساوى متوسط مربعات نفس هذا السؤال .

و ∵ التباين يساوى مربع الانحراف المعيارى .

∴ فتباين درجات أى مفرد من مفردات الاختبار يساوى حاصل ضرب معامل السهولة فى معامل الصعوبة ، أى أن :

التباين = معامل السهولة × معامل الصعوبة

وتدل القيمة العددية للتباين على مدى اقتراب أو ابتعاد الفروق الفردية التى يقيسها السؤال . وبما أن معاملات السهولة فى صورتها المباشرة كسور عشرية ومعاملات الصعوبة مكملات عشرية لها . إذن فالتباين يصل الى نهايته العظمى عندما يساوى معامل السهولة ٥ر٠ وبذلك يصبح معامل الصعوبة مساويا أيضا لـ ٥ر ٠ أى أن :

النهاية العظمى لتباين السؤال = ٥ر٠ × ٥ر٠

= ٢٥ر٠

وقد يتضح معنى هذه الفكرة عندما نحاول أن نحسب تباين المفردات التى تزيد معاملات سهولتها عن ٥ر٠ أو تنقص عن ذلك . فمثلا اذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ٩ر٠ أى أكبر من ٥ر٠

∴ معامل الصعوبة = ١ — ٩ر ٠

= ١ ر٠

∴ التباين = ٩ر٠ × ١ر٠

= ٠٩ر٠

وهذا التباين أقل فى قيمته من ٢٥ر٠

وإذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ١ر٠ أى أقل من ٥ر٠

∴ معامل الصعوبة = ١ — ١ ر٠
= ٩ر٠

∴ التباين = ٩ر٠ × ١ر٠
= ٠٩ر٠

وهذا التباين أقل فى قيمته أيضا من ٢٥ر٠

ولهذا التباين أهميته الاحصائية فى اختيارى مفردات الاختبار وذلك لأن أقل الأسئلة تمييزا للفروق الفردية القائمة بين مستويات النشاط الذى يقيسه الاختبار هى الأسئلة السهلة والأسئلة الصعبة . وأكبر هذه الأسئلة تمييزا لتلك الفروق هى تلك التى تصل فى سهولتها الى النصف أى ٥ر٠ أو تقترب من هذه القيمة .

وفى الاختيارى الصحيح لمفردات الاختبار يجب أن نتخفف من الأسئلة السهلة والصعبة ، وأن نزيد من عدد الأسئلة المتوسطة فى سهولتها وصعوبتها حتى يصبح الاختبار فى صورته النهائية وسيلة قوية للتمييز الدقيق بين مستويات النشاط المختلفة .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب الانحراف المعيارى للاسئلة المختلفة مباشرة من جدول (١٠) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية ويحسب أيضا التباين ، وذلك بالطريقة التى ترمز الى معامل السهولة بالرمز أ الذى يدل فى ذلك الجدول على النسبة العشرية الصغرى

أو المساحة الاعتدالية المعيارية الصغرى ؛ وترمز الى معامل الصعوبة بالرمز ب يدل على النسبة العشرية الكبرى أو المساحة الاعتدالية المعيارية الكبرى •

فاذا كان معامل السهولة أ = ٠ر٢١

∴ معامل الصعوبة ب = ٠ر٧٩

∴ التباين أ × ب = ٠ر١٦٥٩

∴ الانحراف المعيارى $\sqrt{أ \times ب}$ = ٠ر٤٠٧٣

كما تدل على ذلك أعمدة ذلك الجدول • حيث يدل العمود الأول على القيم العددية المختلفة لـ أ أو لمعاملات السهولة فى هذه الحالة ، ويدل العمود الثانى على القيم العددية لـ أ × ب أو التباين ، ويدل العمود الثالث على $\sqrt{أ ب}$ أو الانحراف المعيارى ؛ ويدل العمود الأخير على ب أو معامل الصعوبة •

صدق المفردات

يعتمد صدق الاختبار اعتمادا مباشرا على صدق مفرداته ، وذلك لأن أى زيادة فى صدق المفردات تؤدى الى زيادة قصد الاختبار •ويقاس صدق المفردات بحساب معاملات ارتباطها بالميزان • وقد يكون الميزان داخليا أو خارجيا • ونعنى بالميزان الداخلى الاختبار الذى يشتمل على تلك المفردات ، ونعنى بالميزان الخارجى الذى نقيس به صدق الاختبار نفسه • ويسمى الصدق الداخلى أحيانا بالتجانس الداخلى (١) للاختبار لأنه يقيس مدى تماسك المفردات باختبارها ، ولاتختلف طريقة حساب الصدق الداخلى عن طريق حساب الصدق الخارجى وان اختلف مفهوم كل منهما اختلافا واضحا بينا •

---

(١) التجانس الداخلى Internal Consistency

هذا وتتلخص أهم الطرق الاحصائية لحساب صـــدق المفردات فى الارتباط الثنائى الاصيل ، والمقارنة الطرفية ، والفروق الطرفية •

١ — حساب الصدق بطريقة الارتباط الثنائى الاصيل

تعتمد هذه الطريقة على حساب معامل الارتباط الثنائى الاصـيل للدرجات التتابعية للميزان الخـارجى أو الداخلى وللدرجـات الثنائية للاسئلة أو المفردات • وتقوم فكرة هذه الطريقة على المعادلة التالية :

$$\text{ر ث} = \frac{\text{م ١} - \text{م ـ}}{\text{ع}} \times \sqrt{\text{١} \times \text{ب}}$$

حيث يدل الرمز ر ث على معامل الارتباط الثنائى الأصيل •

والرمز م ١ على متوسط الصواب

والرمز م ـ على متوسط الخطأ

والرمز ١ على نسبة الصواب

والرمز ب على نسة الصواب

والرمز ع على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان

وقد سـبق أن طبقنا هذه المعادلة فى دراستنا لعاملات الارتباط وحسبنا معامل الارتباط الثنائى الاصيل بين درجات الاختبار وســؤال من أسئلته فى الفصل الثامن من هذا الكتاب •

وعندما تصبح درجات الميزان ثنائية فى تدريجها ، فان تلك الطريقة **تتحول الى حساب الارتباط الرباعى بين الميزان والسؤال •**

وهذه الطرق من أدق الوسائل المعروفة لحساب معاملات صــــدق المفردات **لكنها تسـتغرق من الباحث وقتاً كبيرا وجهـدا بالغا شـديدا وخاصة عندما يزداد عدد المفردات وعدد الافراد الى الحد الذى يحول**

بين الباحث وبين الوصول الى نتائجه بسرعة ودقة . ولذا فكر العلماء فى طرق أخرى سريعة لحساب هذا الصدق .

ب — حساب الصدق بطريقة المقارنة الطرفية

تقوم فكرة هذه الطريقة على تقسيم درجات الميزان الى مستويين ممتاز وضعيف ، ثم مقارنة درجات السؤال فى المستوى الضعيف الميزان . وكلما زادت درجات السؤال فى المستوى الميزانى الممتاز عن درجاته فى المستوى الميزانى الضعيف ، زاد تبعا لذلك صدق السؤال . وكلما نقصت درجات السؤال فى المستوى الميزانى الممتاز عن درجاته فى المستوى الميزانى الضعيف نقص تبعا لذلك صدق السؤال الى الحد الذى يصبح فيه سالبا ، واذا تساوت درجات السؤال فى المستوى الميزانى الممتاز بدرجاته فى المستوى الميزانى الضعيف تلاشى تبعا لذلك الصدق وأصبح ارتباط السؤال بالميزان مساويا للصفر .

وتعتمد فكرة تقسيم المستويات الميزانية على ترتيب درجات الميزان ترتيبا تنازليا وفصل الجزء العلوى لهذه الدرجات من الجزء السفلى ثم مقارنة درجات السؤال فى هذين القسمين .

ويصلح الوسيط لهذا التقسيم . وهكذا يتكون المستوى الميزانى الممتاز من الدرجات التى تزيد عن وسيط التدريج ، ويتكون المستوى الميزانى الضعيف من الدرجات التى تنقص عن ذلك الوسيط . وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الممتاز مساوية لـ ٥٠ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الضعيف مساوية لـ ٥٠ ٪ لكن هذه القسمة الوسيطية لا توفر على الباحث جهده ووقته لأنها تحتفظ بجميع درجات الميزان .

ويلجأ بعض الباحثين الى القسمة الارباعية التى تعتمد على مقارنة درجات السؤال فى الارباعى الثالث للميزان بدرجاته فى الارباعى الاول لهذا الميزان . وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى

الميزانى الممتاز مساويا لـ ٢٥ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الميزانى الضعيف مساوية لـ ٢٥ ٪ .

وقد لجأ بعض الباحثين الى القسمة الثلاثية التى تعتمد على مقارنة درجات السؤال فى الثلث العلوى للميزان بدرجات الثلث السفلى لهذا الميزان وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الميزانى الممتاز مساوية لـ ٣٣ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الميزانى الضعيف مساوية لـ٣٣ ٪ .

وقد دلت أبحاث كيللى T.L. Kelley (١) على أن أكثر التقسيمات تمييزا لمستويات الامتياز والضعف هى التى تعتمد على تقسيم درجات الميزان الى طرفين علوى وسفلى ، بحيث يتألف القسم العلوى من الدرجات التى تكون نسبة ٢٧٪ من الطرف الممتاز ، ويتألف القسم السفلى من الدرجات التى تكون نسبة ٢٧٪ من الطرف الضعيف . فاذا كان عدد الافراد الذين طبق عليهم الاختبار مساويا لـ ١٠٠ فرد فاننا نستطيع أن نصحح ذلك الاختبار ثم نرتب درجاته ترتيبا تنازليا بحيث تصبح رتبة أكبر درجة الاولى ، ورتبة أصغر درجة الاخيرة أو المائة ، ثم نفصل ٢٧ درجة من درجات الجزء العلوى و ٢٧ درجة من درجات القسم السفلى ونقارن درجات السؤال فى الجزء العلوى بدرجاته فى الجزء السفلى أى أننا فى هذه الحالة نستبقى ٥٤ درجة من درجات الاختبار للمقارنة الطرفية ونستبعد ٤٦ درجة من تلك الدرجات . ولهذه الدرجات التى نستبقيها دلالة قوية فى المقارنة الطرفية ، وللدرجات الوسطى التى نستبعدها دلالة ضعيفة جدا ، ولهذا لاتؤثر تأثيرا واضحا فى العملية النهائية لتلك المقارنة .

---

(١) T.L. Kelley, the Selection of Upper and Lower Groups for the Validation of Test Items. J, Educ Psychol. 1939. 30, P.P. 17—24.

وتتلخص العملية الحسابية لحساب الصدق فى مقارنة معامل سهولة السؤال فى الجزء العلوى بمعامل سهولته فى الجزء السفلى • فاذا كان عدد الذين أجابوا اجابة صحيحة على هذا السؤال فى الجزء العلوى مساويا ٢٠ فردا •

∴ معامل السهولة العلوى للسؤال = ٢٥ / ٢٧

= ٠,٧٤ تقريباً

واذا كان عدد الذين أجابوا على هذا السؤال اجابة صحيحة فى الجزء السفلى مساويا ١٢ فردا •

∴ معامل السهولة السفلى للسؤال = ١٢ / ٢٧

= ٠,٤٤ تقريباً

وقد استطاع فلاناجان J.C. Flanagan (١) أن يحسب معاملات ارتباط الاختبارات بأسئلتها حسابا سريعا وذلك بالاستعانة بمعاملات السهولة العلوية والسفلية للسؤال • وأنشأ لذلك جداول تيسر على الباحث معرفة هذه المعاملات بطريقة مباشرة سريعة • وقد رصدنا هذه النتائج فى ملحق الجداول الاحصائية النفسية جداول رقم (١٩) حيث يدل

---

(١) (*a*) Flanagan, J.C. General Considerations in the Selection of Test Items and a Short method of Estimating the Product — Moment Coefficient From the Tails of the Distribution, J. Educ, Psychol., 1939, 36, P.P. 974—980.

(*b*) Thorndike R. Personnel Selection, 1949, Appendix B. P.P. 345—351.

السطر الأفقى الأول فى جميع تلك الجـداول على نسـبة الناجحين فى السؤال من الجزء العلوى للاختبار المساوى لـ ٢٧٪ من العدد الكلى للأفراد ، ويدل العمود الرأسى الأول فى جميع تلك الجداول على نسبة الناجحين فى الجزء السفلى للاختبار المساوى لـ ٢٧ ٪ من العدد الكلى للأفراد ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك الجداول على معاملات الارتباط أى أن السطر الأفقى الأول يدل على معامل السهولة العلوى ، والعمود الرأسى الأول يدل على معامل السهولة السفلى ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك الجداول على معاملات ارتباط السؤال بالميزان ، أو بمعنى اخـر معامل صدقه الداخلى والخارجى .

وهكذا نستطيع أن نحسب معامل صدق سؤال مثالنا السابق وذلك بالبحث فى جداول فلاناجان عن الارتباط المقابل لمـعاملات السـهولة السابقة . وسنرى أن الجدول المبـين بصفحته ٦٩ من صفحات ملحق الجداول الاحصائية النفسية يدل على أنه عندما تكون النسبة الأفقية مساوية ٧٤ر . والنسبة الرأسية مساوية ٤٤ر . يصبح الارتباط مساويا ٣٢ر . أى أن معامل صدق ذلك السؤال يساوى ٣٢ر .

هذا وتدل مداخل هذا الجدول على القيم العددية الزوجية لمعاملات السهولة العلوية والسفلية . وعندما تصبح احدى هذه القيم أو كليهما فردية فان الطريقة الصحيحة لمعرفة المقابلات الارتباطية لتلك المعاملات تعتمد على حساب القيم الزوجية المجاورة لها ، والمثال التالى يوضـح هذه الفكرة :

اذا كان معامل السهولة العلوى يساوى ٦٦ر . ومعامل السـهولة السفلى يساوى ٣٩ر . فاننا نبحث عن القيم الزوجية المجاورة لـ ٣٩ر . لنحسب من ذلك معامل الارتباط بالطريقة التالية :

اذا كان معامل السهولة العلوى = ٦٦ر .

ومعامل السهولة السفلى = ٣٨ر٠

∴ معامل الارتباط = ٢٩ر٠ كما يدل على ذلك جدول ١٦ صفحة ٦٩

واذا كان معامل السهولة العلوى = ٦٦ر٠

ومعامل السهولة السفلى = ٤٠ر٠

∴ معامل الارتباط = ٢٧ر٠ كما يدل على ذلك جدول ١٦ صفحة ٦٩

وعندما يكون معامل السهولة العلوى = ٦٦ر٠

ومعامل السهولة السفلى = ٣٩ر٠

$$\therefore \text{معامل الارتباط} = \frac{\text{٠,٢٩} + \text{٠,٢٧}}{\text{٢}}$$

= ٢٨ر٠

وهكذا بالنسبة للقيم الفردية الاخرى لمعاملات السهولة العلوية والسفلية •

جـ — طريقة الفروق الطرفية

تعتمد طريقة الفروق الطرفية على نفس الفكرة التى اعتمدت عليها طريقة المقارنة الطرفية فى تقسيمها لدرجات الميزان الى المستوى الممتاز المساوى لنسبة ٢٧ ٪ والمستوى الضعيف المساوى لنسبة ٢٧ ٪ •

وقد دلت أبحاث جونسون A. P. Johnson (١) على أن معادلة

---

(١) Johnson, A.P. Notes on Suggested Index of Item Validity : The U-L Index. J. Educ. Psychol., 1951. 42, P.P. 499—504.

الفروق الطرفية تؤدى الى نفس النتائج التى أدت اليها جداول فلاناجان السابقة ، ويمكن أن نلخص هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$\text{معامل صدق السؤال} = \frac{\text{صع} - \text{صس}}{٠,٢٧ \text{ ن}}$$

حيث يدل الرمز صع على اجابات السؤال الصحيحة فى المستوى الميزانى العلوى

ويدلالرمز صس على اجابات السؤال الصحيحة فى المستوى الميزانى السفلى

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين أجابوا على هـذا الاختبار

هذا ويمكن أن نعيد معادلة جونسون فى الصورة التالية :

$$\therefore \text{معامل صدق السؤال} = \frac{\text{صع} - \text{صس}}{٠,٢٧ \text{ ن}}$$

$$\therefore \text{معامل صدق السؤال} = \frac{\text{صع}}{٠,١٧} - \frac{\text{صس}}{٠,١٧}$$

لكن $\frac{\text{صع}}{٠,٢٧ \text{ ن}}$ يدل على معامل السـهولة العلوى لأنه يعتمد على قسمة عدد الاجابات الصحيحة فى القسم العلوى على عدد أفراد هـذا القسم •

وبالمثل $\frac{\text{صس}}{٠,٢٨ \text{ ن}}$ يدل على معامل السـهولة السفلى لأنه يعتمد على قسمة عدد الاجابات الصحيحة فى القسم السفلى على عدد أفراد هذا القسم •

وبذلك تتحول معادلة جونسون الى الصورة البسيطة التالية .

معامل صدق السؤال = معامل السهولة العلوى — معامل السهولة السفلى .

فاذا أعدنا حساب معامل صدق المثالين السابقين وجدنا أنه عندما كانت معاملات السهولة فى مثالنا الاول مساوية للقيم التالية :

معامل السهولة العلوى = ٧٤ر٠

ومعامل السهولة السفلى = ٤٤ر٠

∴ معامل الصدق = ٧٤ر٠ — ٤٤ر٠

= ٣٠ر٠

وسبق أن حسبنا معامل صدق هذا السؤال بطريقة فلاناجان التى دلت على أنه يساوى ٣٢ر٠ ، وهى قريبة جدا من تلك القيمة التى أدت اليها طريقة الفروق الطرفية .

وعندما كانت معاملات السهولة فى مثالنا الثانى مساوية للقيم التالية

معامل السولة العلوى = ٦٦ر٠

ومعامل السهولة السفلى = ٣٩ر٠

∴ معامل الصدق = ٦٦ر٠ — ٣٩ر٠

= ٢٧ر٠

وقد سبق أن حسبنا معامل صدق هذا السؤال بطريقة فلاناجان التى دلت على أنه يساوى ٢٨ر٠ وهى قريبة جدا من تلك القيمة التى أدت اليها أيضا طريقة الفروق الطرفية .

هذا ونستطيع أن نعدل هذه الطريقة ونحولها الى جمع المعاملات الطرفية بدل أن كانت قائمة على طرح تلك المعاملات التالية لحساب معاملات سهولة الاسئلة • ويقترح جونسون المعادلة التالية لحساب تلك السهولة •

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \frac{\text{ص}_{\text{ع}} + \text{ص}_{\text{س}}}{\text{ن} \times ٠{,}٢٧ \times ٢}$$

حيث تدل الرموز على ما دلت عليه فى معادلة الصدق السابقة • هذا ويمكن أن نعيد صياغة معادلة جونسون للسهولة فى الصورة التالية :

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \frac{١}{٢}\left(\frac{\text{ص}_{\text{ع}}}{\text{ن}٠{,}٢٧} + \frac{\text{ص}_{\text{س}}}{\text{ن}٠{,}٢٧}\right)$$

= ½ (معامل السهولة + معامل السهولة السفلى) •

$$= \frac{\text{معامل السهولة العلوى + معامل السهولة السفلى}}{٢}$$

∴ معامل سهولة السؤال = متوسط معامل السهولة العلوى والسفلى فاذا كان معامل السهولة العلوى = ٠٫٧٤

ومعامل السهولة السفلى = ٠٫٤٤

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال} = \frac{٠{,}٧٤ + ٠{,}٤٤}{٢}$$

$$= ٠{,}٥٩$$

ثبات المفـردات

يعتمد ثبات الاختبار اعتمادا مباشرا على ثبات مفرداته كما اعتمد صدقه على صـدق مفرداته ، ولعل أول من اهتم بهذا المفهوم الجديد

المفردات هو هو لزنجر K.J. Holzinger[١] الذى حاول فى سنة ١٩٣٣ أن يحسب هذا الثبات بطريقته التى سماها دالة الفروق [٢] ، لكنها لم تصلح للتنظيم العملى المباشر .

وتتلخص أهم الطرق الاحصائية لحساب ثبات المفردات فى طريقة اعادة الاختبار [٣] ، وطريقة الاحتمال المنوالى [٤] .

(١) طريقة اعادة الاختبار

لاتختلف هذه الطريقة فى ناحيتها العملية عن الطريقة العادية لحساب ثبات الاختبار التى تعتمد فى جوهرها على تطبيق الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التى طبق عليها أولا ثم مقارنة نتائج المرة الأولى بنتائج المرة الثانية .

وبما أن الخواص الاحصائية لدرجات الاختبارات تختلف الى حد كبير عن الخواص الاحصائية لدرجات المفردات ،لأن الدرجات الاختبارية متتابعة ، ودرجات المفردات ثنائية . اذن فالطريقة الاحصائية لحساب ثبات الاختبار لا تصلح كما هى لحساب ثبات المفردات .

وخير طريقة لحساب ارتباط المتغيرات الثنائية هى الارتباط الرباعى ، كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لمعاملات الارتباط فى الفصل الثامن من هذا الكتاب .

وبذلك تتلخص طريقة حساب ثبات المفردات فى الخطوات التالية :

---

(١) Holzinger, K. J. Relibility of Single Test Item, J, Ed P, 1932, Vol, XX III, No. 9 P.P. 411—417.

(٢) دالة الفروق Difference Function

(٣) اعادة الفروق Test Re-Test

(٤) الاحتمال المنوال Modal Probability

١ — تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد •

٢ — اعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة السابقة •

٣ — رصد اجابات المختبرين عن كل سؤال من أسئلة الاختبار رصدا يسجل نتائج المرة الأولى والثانية فى توزيع تكرارى رباعى •

٤ — حساب معاملات الارتباط الرباعية التى تدل على معاملات ثبات المفردات •

(ب) طريقة الاحتمال المنوالى •

تصلح هذه الطريقة لحساب ثبات المفردات التى تعتمد اجابتها على اختيار اجابة واحدة من اجابتين أو من عدة أجابات محتملة ، كما تصلح أيضا لحساب ثبات أسئلة الاستفتاءات التى تقوم فكرتها على الاحتمال الاختيارى •

وتتلخص معادلة الثبات [١] الصورة التالية :

$$\text{معامل الثبات} = \frac{\text{ن}}{\text{ن} - \text{١}}\left(\text{ل} - \frac{\text{١}}{\text{٣}}\right)$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الاحتمالات الاختيارية للسؤال

ويدل الرمز ل على الاحتمال المنوالى • أى على أكبر تكرار نسبى لأى احتمال اختيارى من الاحتمالات •

التى يحتوى عليها السؤال •

---

(١) Guttman, L. Problems of Reliability, in Studies in Social Psychology in World War 11, 1950, Vol. lv, Measurement and Prediction, P.P. 277-311.

فاذا فرضنا مثـلا أن المطلوب حساب معامل ثبات السؤال التالى [١]

« كتب جندى الى أبيه من ميـدان القتال يقول : أكتب اليك هـذا الخطاب وفى احدى يدى سيف ، وفى الآخر مسدس »

هذا الكلام سخيف وغير معقول ، والمطلوب منك أن تضع علامة × أمام أحسن جملة تبين سخافته من الجمل الآتية :

٠٠٠٠٠ (أ) المسدس قد ينطلق من يد الجندى

٠٠٠٠٠ (ب) لا يمكنه أن يكتب بالسيف

٠٠٠٠٠ (جـ) لا يمكنه أن يكتب اذا كانت كلتا يديه مشغولتين

٠٠٠٠٠ (د) من الجائز أن أباه لا يعرف القراءة .

فعلينا أن نسجل تكرار استجابات الأفراد على كل احتمال مـن الاحتمالات الاختيارية لذلك السؤال ، ثم نحول هذا التكرار الى تكرار نسبى ، ونختار أعلى تكرار نسبى ليدل على الاحتمال المتوالى ، كمـا سنوضح ذلك فى الجدول رقم ١٨١ .

الاحتمالات الاختيارية للاجابة	تكرار الاستجابات	التكرار النسبى
ا	٢٠	٠,١٠
ب	١١٦	٠,٥٨
جـ	٣٠	٠,١٥
د	٣٤	٠,١٧
	المجموع = ٢٠٠	١,٠٠

جدول ١٨١

يوضح هذا الجدول طريقة حساب الاحتمال المتوالى

(١) استعرنا هذا السؤال من اختبار الذكاء الثانوى للاستاذ اسماعيل القبانى ، سؤال رقم ١٢ لتوضيح فكرة هذه الطريقة .

وهكذا نرى أن الاحتمال المتوالى لمثالنا هذا يساوى ٠,٥٨ لأنه أعلى تكرار نسبى ٠

اذن ل = ٠,٥٨

و ∴ عدد الاحتمالات الاختيارية فى مثالنا هذا يساوى ٤ أى أ ، ب ، جـ ، د ٠

اذن ن = ٤

معامل الثبات = ٤/(٤−١) (٠,٥٨ − ١/٤)

= ٤/٣ (٠,٠٨ − ,٠٢٥)

= ٤/٣ × ٠,٣٣

∴ معامل الثبات = ٠,٤٤

الزمن المناسب (١) للاختبار

تتأثر درجات الاختبارات الموقوتة تأثرا مباشرا بزمن الاجابة ٠ وبذلك تصبح مشكلة تحديد الزمن من أهم المشاكل العلمية التى يواجهها الباحث فى اعداده للاختبارات الجديدة ٠

ويلجأ مؤلف هذا الكتاب فى تحديده للزمن المناسب الى تجربة الاختبار على عينة ممثلة من الأفراد ثم حساب عدد الأسئلة التى يجيب عليها كل فرد فى كل دقيقة تمضى وذلك بأن يطلب الى هؤلاء الأفراد كتابة علامة × أمام السؤال الذى يجاب عنه ، عند سماع الأمر بكتابة تلك العلامة التى تحدد انقضاء دقيقة من زمن الاختبار ٠

---

(١) الزمن المناسب Optimum Time Limit

وهكذا نستطيع أن نقدر متوسط الزمن الاختبارى ، والمثال التالى المبين بالجدول رقم ١٨٢ يوضح هذه الفكرة

الأفراد	عدد الأسئلة التى يجيب عليها الأفراد فى . .			
	الدقيقة الأولى	الدقيقة الثانية	الدقيقة الثالثة	الدقيقة الرابعة
أ	٣	٤	٣	٤
ب	٢	٣	٤	٥
حـ	٤	٥	٥	٥
ء	٢	٣	٤	٦
هـ	٤	٥	٤	٥
المجموع=٥	مج = ١٥ المتوسط = ١٥ / ٥ = ٣	مج = ٢٠ المتوسط = ٢٠ / ٥ = ٤	مج = ٢٠ المتوسط = ٢٠ / ٥ = ٤	مج = ٢٥ المتوسط = ٢٥ / ٥ = ٥

(جدول ١٨٢) الطريقة الجزئية لحساب زمن الاختبار

وهكذا نرى أن متوسط اجابات الأفراد فى الدقيقة الأولى يساوى ٣ أسئلة ومتوسط اجابتهم فى الدقيقة الثانية والدقيقة الثالثة يساوى ٤ أسئلة ومتوسط اجابتهم فى الدقيقة الرابعة يساوى ٥ أسئلة .

∴ المتوسط الوزنى = $\frac{٥+٤+٤+٣}{٤}$

= $\frac{١٦}{٤}$

= ٤ أسئلة

وبذلك يصبح المتوسط الزمنى للسؤال = $\frac{١٦}{٤}$

= ١٥ ثانية

فاذا كان عدد أسئلة الاختبـــار = ٤٨ سؤالا

∴ المتوسط الزمنى للاختبار = ٤٨ × ١٥

٧٢٠ ثانية

= ١٢ دقيقة

وتدل هذه النتيجة على المتوسط الزمنى لسرعة الاجابة أكثر ممـا تدل على الزمن المناسب للاجابات الصحيحة ، وقـد كشفت أبحـاث مؤلف [١] هـذا الكتاب عن المعادلة الرياضية التى تحدد العلاقة القائمة بين متوسطات الدرجات والأزمنة المناسبة ، ومعاملات السهولة . وتعتمد الصـور العامة لتلك المعـادلة عـلى ما يسمى رياضيات التفاضـل الجزئى [٢] ، ولا يتسع مجال هذا الكتاب الى تحليل الناحية الرياضية لتلك المعادلة ، ولذا سنقتصر فى حسابنا للزمن المناسب على احـدى الصور الرياضية البسيطة التالية لتلك المعادلة .

$$ز_٢ = \frac{م_٢}{م_١} \times ز_١$$

حيث يدل الرمز $ز_٢$ على الزمن المناسب للاختبار

والرمز $ز_١$ على الرمز التجريبى للاختبار

والرمز $م_٢$ على المتوسط المرتقب للدرجـات

والرمز $م_١$ على المتوسط التجريبى للدرجات

---

(١) Fouad El-Bahay El-Sayed, The Cognitive Factors in Geometrical Abiliy : A Study in Spatial Abilities, Ph. D. Thesis 1951, P.P. 230—231.

(٢) معادلة التفاضل الجزئى Partial Differential Equation

فاذا فرضنا مثلا أن

عدد أسئلة الاختبار = ٤٨

∴ المتوسط المرتقب م ٢ = ٢٤ أى خارج قسمة ٤٨ على ٢

والمتوسط التجريبى م ١ = ٣٦

والرمز التجريبى ز ١ = ١٢ دقيقة كما دلت على ذلك نتائج المثال السابق

$$\therefore \text{الزمن المناسب ز}_٢ = \frac{١٢ \times ٢٤}{٣٦}$$

$$= ٨ \text{ دقائق}$$

هذا ويمكن أن نعيد تجربة الاختبار ونطبق هذه المعادلة الزمنية على نتائجه الجديدة حتى تختفى الفروق القائمة بين المتوسطات المرتقبة ان وجدت •

والجدول التالى رقم ١٨٣ [١] يوضح نتائج احدى التجارب التى دلت على القيمة العملية لتلك المعادلة •

الاختبار	المتوسط التجريبى للدرجات	المتوسط المرتقب للدرجات	متوسط الدرجات بعد تطبيق المعادلة	المرتقب المتوسط بعد المعادلة	الزمن التجريبى	الزمن المناسب
ا	٢٨	١٨	١٨	صفر	٩	٦
ب	١٧	١٥	١٥	صفر	٨	٧
ح	٢٢	١٥	١٧	— ٢	١٣	٩
٥	٢١	١٥	١٨	— ٣	٩	٦

(جدول ١٨٣)

نتائج إحدى الدراسات التجريبية على معادلة الزمن

(١) هذا الجدول مستعار من المرجع السابق صفحة ٦٧ بعد أن قربت جميع كسوره إلى أعداد صحيحة .

وهكذا نرى أن الزمن المناسب للاختبارين أ ، ب لا يحتاج الــى تعديل ، وأن الزمن المنــاسب للاختبارين ج ، د يحتــاج الى تعديل آخــر •

تحليل الاحتمالات الاختيارية للمفردات

تطورت الدراسة الإحصائية للمفردات حتى شملت أخيرا تحليل أجزاء الأسئلة وخاصة التى تعتمد فكرتها على اختيار اجــابة واحــدة من اجابتين أو مــن عــدة اجابات • ويعتمد هــذا التحليل على دراسة الاستجابات المختلفة لكل احتمــال اختبارى من احتمالات السؤال •

وتقوم هــذه الطريقة فى جوهرها على نفس الفكــرة التى قامت عليها طريقة المقارنة فى تقسيمها لدرجــات الميزان الى المســـتوى الممتاز المســاوى لنسبة ٢٧٪ والمســتوى الضعيف المساوى لنسبة ٢٧ ٪ •

وهى تعتمد بذلك فى تسجيل تكرار استجابات الأفــراد عن كل احتمال من احتمالات السؤال فى الجزءين العلوى والســفلى : وتسجيل تكرار الاستجابات المحذوفة والمتروكة وتحويل الأنواع المختلفة لهــذا التكرار الى تكرار نسبــى وذلك بقسمته على المجموع الكلى لتكــرار جميع الاستجابات فى كل مستوى من تلك المســتويات كما يدل علــى ذلك الجدول التالى :

الاحتمالات الاختيارية للسؤال	تكرار استجابات المستوى الميزانى العلوى	تكرار استجابات المستوى الميزانى السفل	التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى	التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفل
ا	٨	٨٨	٠,٠٤	٠,٤٤
ب	٥٠	٣٦	٠,٢٥	٠,١٨
حـ	١١٢	٤٤	٠,٥٦	٠,٢٢
د	٢	صفر	٠,٠١	صفر
هـ	٢٦	٢٨	٠,١٣	٠,١٤
المحذوف والمتروك	٢	٤	٠,٠١	٠,٠٢
المجموع	٢٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠

(جدول رقم ١٨٤)

مقارنة التكرار النسبى لاحتمالات السؤال الاختيارية فى المستوى الميزانى العلوى والسفل

ونستطيع أن نستعين بهذا الجدول للوصول الى النتائج التالية ، إذا علمنا أن الاجابة الصحيحة لهـذا السـؤال هى (جـ) وأن جميـع الاحتمالات الأخرى خاطئة .

(١) يميز الاحتمال الاختيارى الأول (أ) فى الاتجـاه الصحيح لأن التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى يساوى ٤٤ر٠ وهـذا أكبر من التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى الذى يساوى ٠٤ر٠ ويصلح مثل هذا الاحتمال لاعداد الصورة النهائية للسؤال .

(٢) يميز الاحتمال الاختيارى الثانى (ب) فى الاتجاه الخاطىء لأن التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى يسـاوى ١٨ر ٠ وهذا أقل من التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى الذى يسـاوى ٢٥ر ٠ ولا يصلح مثل هـذا الاحتمال لاعداد الصورة النهائية لسؤال ويجب حذفه أو تغييره .

(٣) يميز الاحتمـال الاختيارى الثالث (جـ) فى الاتجـاه الصحيح

لأن التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى يساوى ٣٢ر٠ وهذا أقل من التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى الذى يساوى ٥٦ ر٠ وقد اصبح هذا التمييز صحيحا لأن هذا الاحتمال هو الاجابة الصحيحة لهذا السؤال • ونستطيع أن نستعين بتلك النسب العلوية والسفلية فى حساب معامل صدق هذا السؤال وسنجد أنه يساوى ٣٤ر٠ بطريقة الفروق الطرفية ويساوى ٣٢ر٠ بطريقة المقارنة الطرفية • ويصلح هذا الاحتمال لاعداد الصورة النهائية للسؤال •

(٤) لايميز الاحتمال الاختيارى (د) فى الاتجاه الصحيح أو الخاطىء لأن تكراره النسبى العلوى يساوى ١٠ر وتكراره النسبى السفلى يساوى صفراء، ولذا يجبأن تعدل صياغةمثل هذا الاحتمالتعديلا يؤدى به الى استثارة المختبرين للاستجابة القوية والضعيفة ، وبذلك يجذب انتباه الأفراد ولا يبقى عاطلا كما هو قائم الآن •

(٥) الاحتمال الاختيارى (هـ) غير واضح فى تمييزه لتقارب التكرار النسبى العلوى الذى يساوى ١٣ر٠ من التكرار النسبى السفلى الذى يساوى ١٣ر٠

(٦) لا يتأثر هذا السؤال تأثرا قويا بزمن الاختبار لأن التكرار النسبى العلوى للاستجابات المحذوفة والمتروكة يساوى ١٠ر٠ ، والتكرار النسبى السفلى لذلك النوع من الاستجابات يساوى ٢٠ر • وهذه النسب أضعف من أن تدل على تأثر هذا السؤال بالزمن الاختبارى •

وهكذا ندرك طريقة هذا النوع من التحليل فى بحث الاحتمالات الاختيارية ، وأهمية هذه الدراسة فى صياغة وبناء المفردات المختلفة •

اختيـار المفـردات

تعتمد الصياغة النهائية للاختبار على اختيار الأسئلة الصالحة • وترتبط هذه العملية ارتباطا مباشرا بالخواص الاحصائية للمفردات • ويمكن أن نلخص أهم الشروط العامية لاختيار هذه المفردات فى النواحى التـالية :

١ — يجب أن يكون نوع مفردات الاختبار واحدا حتى لا يؤثر اختلاف النـوع فى النتائج النهائية للقياس ، وحتى تصبح الصـياغة الشكلية للاختبار خاضعة للضـبط العلمى الدقيق ، ويصبح التحـليل الاحصائى للاختبار ومفرداته سهلا ميسورا •

٢ — بما أن الفـروق القائمة بين المعـاملات المعـيارية لسهولة المفردات تؤثر تأثيرا مباشرا فى شـكل التـوزيع التكرارى لدرجات الاختبار • اذن يجب أن يصبح تدريج هذه المفردات منتظما متناسقا حتى تؤدى الى التوزيع الاعتدالى المرتقب ، كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للترتيب النهائى للمفردات •

٣ — يجب أن نستبعد جميع المفردات التى تدل نتائج تحليلها على ثبات أو صدق خارجى سالب ، ثم نرتب المفردات الباقية ترتيبا تنازليا بالنسبة لمعاملات الصدق الخارجية والثبات ونختار أكثرها صدقا وثباتا•

٤ — عندما نستطيع أن نحسب جميع معاملات ارتباط المفـردات بعضها ببعض فعلينا أن نختار أقلها ارتباطا لنتأكد من شـمول القياس لجميع نواحى الميدان الاختبارى ، وحتى تقيس تلك المفردات جميـع الامتدادات لذلك الميدان ، وذلك لأن الارتبـاط المرتفع يقارب بين تلك المفردات فيقصر ميدان القياس على نواحى محدودة ضيقة •

لكن عملية حساب تلك المعاملات شاقة عسيرة ، وفى مقدور القارىء أن يدرك هذه المشقة عندما يعلم أن الاختبار الذى يحتوى مثلا على ٥٠ سؤال يؤدى الى حساب ١٢٢٥ معامل ارتباط .

ولذلك يقترح بعض الباحثين حساب معاملات الصدق الداخلية أو بمعنى آخر معاملات التماسك الداخلى ، وترتيب المفردات ترتيبا تنازليا بالنسبة لتلك المعاملات ، ثم اختيار أقلها ارتباطا باختبارها أو أقلها تماسكا مع ذلك الاختبار ، لنحقق بذلك فكرة الامتدادات المختلفة المستغرقة لمفردات الاختبار .

٥ — تعتمد فكرة بناء الاختبارات المتكافئة على الخواص الاحصائية للمفردات ، ولذا يجب أن تخضع صياغة تلك الاختبارات للشروط التالية التى سبق أن بينا أهمها فى دراستنا لمشكلة الثبات الاختبارى :

أ — تساوى معاملات السهولة المعيارية للمفردات المتناظرة .
ب — تساوى معاملات ثبات المفردات المتناظرة .
جـ — تساوى معاملات الصدق الخارجى للمفردات المتناظرة .
د — تساوى معاملات الصدق الداخلى للمفردات المتناظرة .
هـ — تساوى معاملات ثبات الاختبارات المتكافئة .
و — تساوى معاملات ارتباط صدق الاختبارات المتكافئة .
ز — تساوى معاملات ارتباط الاختبارات المتكافئة .

وهكذا ندرك أهمية تحليل المفردات فى صياغة الاختبارات النفسية وبناء صورها المتكافئة .

أوزان أجزاء الاختبار واختبارات البطارية

اذا كان الاختبار مكونا من أجزاء أو كانت البطارية مكونة من اختبارات هى فى جوهرها أجزاء أيضا ، فاننا عندما نجمع درجات تلك

الأجزاء فى درجة واحدة فاننا بذلك نكون زدنا من أهميــة بعض تلك الأجزاء على حســاب أهمية الأجزاء الأخرى ، وخاصــة عندما تكون الدرجة النهائية ككل جزء مختلفة عن الدرجات النهائية للأجزاء الأخرى •

وتختلف أهمية كل جزء تبعا لاختلاف مدى ما يضيفه ذلك الجزء من تباين للتباين العــام للدرجة الكلية • وعلينا أن نســاوى بين تلك الاضافات حتى لا نحابى جزءا على حساب الأجزاء الأخرى •

وتعتمد طريقة حساب الأوزان على الانحراف المعيارى أو بمعنى أدق على مقلوب الانحراف المعيارى • فمثلا لحساب أوزان ٤ أجــزاء هى أ ، ب ، جـ ، د فعلينا أولا أن نحسب الانحراف المعيارى لكل جزء من تلك الأجزاء • فاذا كانت القيم العددية للانحرافات المعيارية لتلك الأجزاء كما يلى :

ع أ = ٢٫٧   ع جـ = ١٫٢

ع ب = ٣٫٨   ع د = ٤

فان الأوزان تصبح مساوية للقيم التالية :

١ / ع أ = ٠٫٣٧   ١ / ع جـ = ٠٫٨٣

١ / ع ب = ٠٫٢٦   ١ / ع د = ٠٫٢٥

والطريقة المتبعة للتغلب على صفر هذه الأوزان هى أن نجعــل بسط الكسور السابقة أكبر انحراف معيارى • وبذلك يصبح هذا البسط مساويا لــ ٤ فى مثالنا ، هذا وتحسب الأوزان كما يلى :

القيمة الوزنية ا ا = ٤ / ٢,٧ = ١,٥ بالتقريب ٢

القيمة الوزنية ا ب = ٤ / ٣,٨ = ١,٠٥ بالتقريب ١

القيمة الوزنية ا جـ = ٤ / ١,٢ = ٣,٣ بالتقريب ٣

القيمة الوزنية ا د = ٤ / ٤ = ١

وما علينا بعد ذلك الا أن نضرب درجــات كل جــزء فى القيــمة الوزنية لذلك الجزء قبل أن نضــيفه تلك الدرجــات معا فى درجة كلية للاختبار .

تمارين على الفصل الثامن عشر

١ ــ وضح المعنى العلمى للمفردات الاختبارية ، والأهمية الاحصائية النفسية لتحليل تلك المفردات .

٢ ــ ما هى أهم الخطوات العلمية لبناء وتحليل المفردات ؟

٣ ــ ما هى أهم الأسس التى تعتمد عليها فى تقسيم المقاييس النفسية الى أنواع مختلفة ؟

وما هى أهم تلك الأنواع ومميزات كل نوع وميادين تطبيقه ؟

٤ ــ بين أهم تلك الأقسام الرئيسية للمفردات الاختبارية ومميزات وعيوب كل نوع من هذه الأنواع .

٥ ــ طلب اليك أن تصوغ تعليمات اختبار تحصيلى فى مادة تخصصك . بين الخطوات الرئيسية التى تتبعها فى صياغة تعليمات المختبرين والمختبرين ، ووضح هذه الأفكار بأمثلة من عندك .

٦ ــ ناقش مزايا وعيوب الأنواع المختلفة لمفاتيح الاجابة .

٧ ــ احسب الدرجة المصححة من أثر التخمين اذا علمت أن :

مجموع الاجابات الصحيحة = ١٥

مجموع الاجابات الخاطئة = ٩

عدد الاحتمالات الاختيارية = ٤

٨ ــ احسب معامل سهولة السؤال التالى ، اذا علمت أن :

مجموع الاجابات الصحيحة = ٢٠

مجموع الاجابات الخاطئة = ٣٠

٩ ــ احسب معامل سهولة السؤال السابق اذا علمت أن عدد الاحتمالات الاختيارية لذلك السؤال يساوى ٤.

١٠ — احسب معامل السهولة المعيارى للتمرين السابق رقم ٩ ، وبين المعنى الاحصائى لهذا المعامل .

١١ — بين الى أى حد يؤثر ترتيب المفردات بالنسبة لمعاملات سهولتها فى التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار .

١٢ — احسب الانحراف المعيارى للسؤال الذى معامل سهولته يساوى ٦ر٠ واحسب أيضا تباين هذا السؤال .

١٣ — الى أى حد يؤثر تباين المفردات فى معرفة الفروق الفردية لذلك النشاط الذى تقيسه تلك المفردات .

١٤ — « ترتبط عملية اختيار المفردات ارتباطا كبيرا بالقيمة العددية لتباينها » ناقش هذه الفكرة موضحا المعنى النفسى الاحصائى للنهاية العظمى للتباين .

١٥ — ناقش مزايا وعيوب أهم الطرق الاحصائية لحساب صدق المفردات .

١٦ — ما هى الفروق الجوهرية بين معاملات صدق المفردات والاختبارات .

١٧ — احسب معامل صدق الأسئلة بطريقة المقارنة الطرفية :

السؤال الأول : معامل السهولة العلوى = ٨٨ر٠
معامل السهولة السفلى = ٣٢ر٠
السؤال الثانى : معامل السهولة العلوى = ٤٤ر٠
معامل السهولة السفلى = ٤٤ر٠
السؤال الثالث : معامل السهولة العلوى = ٢٣ر٠
معامل السهولة السفلى = ٥٤ر٠

وضح الفروق الجوهرية القائمة بين القيم العددية لتلك المعاملات .

١٨ — احسب معامل صدق الأسئلة السابقة بطريقة الفروق الطرفية .

١٩ — احسب معاملات سهولة الأسئلة السابقة بطريقة الاضافة الطرفية •

٢٠ — ما هى أهم الطرق الإحصائية لحساب ثبات المفردات • وضح مميزات وعيوب كل طريقة من تلك الطرق ، وأهمية هذا الثبات فى بناء الاختبارات النفسية •

٢١ — احسب ثبات السؤال التالى بطريقة الاحتمال المتوالى •

الاحتمالات الاختيارية	ا	ب	ح	د
تكرار الاستجابة	١٣٥	٢٤٠	٧٥	٥٠

٢ — أذكر أهم الخطوات العملية لحساب الزمن المناسب للاختبار •

٢٣ — اختبار عدد الاسئلة يساوى ٥٠ ومتوسطه التجريبى يساوى ١٢ والزمن التجريبى يساوى ٥ دقائق • احسب الزمن المناسب لهذا الاختبار اذا علمت أن المتوسط المرتقب يساوى ٢٥ •

٢٤ — الجدول التالى يدل على تكرار استجابات الأفراد فى المستويين العلوى والسفلى لكل احتمال من الاحتمالات الاختيارية للسؤال الأول فى اختبار القدرة المكانية •

المستويات الميزانية	الاحتمالات الاختيارية					
	ا	ب	ح	د	ه	محذوف ومتروك
المستوى الميزانى العلوى	٢٤	٤٥	٨	١	٢١	١
المستوى الميزانى السفلى	٢٠	٢٢	٢٥	صفر	٣١	٢

فإذا علمت أن الاحتمال الثانى (ب) هو الإجابة الصحيحة ، فبين مدى صلاحية كل احتمال من هذه الاحتمالات للصياغة النهائية لهذا السؤال •

٢٥ — بين أهم الشروط العلمية لاختيار المفردات الاختبارية •

الفصل التاسع عشر

تحليل التباين

مقدمة

دلت الأبحاث الإحصائية التى قام بها فيشر (١) R.A.Fisher على أهمية التباين فى الميادين المختلفة لعلوم الحياة ، وخاصة فى الكشف عن مدى تجانس العينات ، ومدى انتسابها الى أصل واحد أو أصول متعددة • وقد كان لبيرت C. Burt فضل تطبيق هذه الطريقة فى ميدان العلوم النفسية والتربوية •

ويصلح تحليل التباين (٢) لمعرفة الفروق القائمة بين البنين والبنات فى الذكاء والقدرات العقلية الطائفية ، وفى السمات المزاجية ، وفى النواحى التحصيلية المختلفة ، كما يصلح أيضا لقياس مدى تجانس عينات المختبرين ، وعينات المفردات التى تتألف منها الاختبارات النفسية •

هذا وتختلف طرق تحليل التباين تبعا لاختلاف التنظيم التجريبى للمشكلة ، ولذا تعددت طرق ووسائل هذا النوع من التحليل • وسندرس فى هذا الفصل الأنواع العملية البسيطة التى تتصل اتصالا مباشرا بميادين الاختبارات النفسية وقياس العقل البشرى •

(a) R.A. Fisher, Statistical Method for Research (١) Workers, 1925, R, A, Fisher, the Design of Experiments, 1935,

(٢) تحليل التباين — Analysis of Variance

الخواص الإحصائية للتباين

١ — التباين والانحراف المعيارى :

تعتمد فكـرة هذا النوع من التحليل على الخـواص الإحصائية التالية :

التباين = متوسط مربعات الانحرافات •

= مربع الانحراف المعيارى •

= $ع^٢$

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

٢ — قياس التباين للفروق الفردية والجماعية

يقيس التباين الفروق الفردية والجماعية لأنه يقوم فى جوهره على حساب مدى انحراف كل فرد عن متوسط الأفراد ، أو مدى انحراف كل جماعة عن متوسط الجماعات ، أو انحراف كل عينة عن الأصـل الذى تنتسب إليه •

٣ — جمع التباين :

عندما تؤثر عوامل مختلفة فى ظاهـرة ما فإن تباين هذه الظواهر يساوى حاصل جمع تباين تلك العوامل •

فاذا فرضنا أن الظاهرة س تتكون من العوامل أ ، ب ، حـ •

$$\therefore ع^٢_{س} = ع^٢_{أ} + ع^٢_{ب} + ع^٢_{حـ}$$

حيث س = أ + ب + حـ

هذا ويرجع الأساس الاحصائى لنشأة هذا النوع من التحليل الى

تلك الخاصية الجبرية للتباين ، ولذا يخضع هـذا التباين للتحليل الجبرى لمكوناته ، ولا يخضع الانحراف المعيارى لمثل هـذا النوع من التحليل لأن :

$$\text{ع}_{\text{س}} \text{ لا تساوى } \text{ع}_{\text{ا}} + \text{ع}_{\text{ب}} + \text{ع}_{\text{ج}}$$

والمثال العددى التالى يوضح هذه الفكرة .

$$\text{إذا كانت } ٥^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢}$$

$$\text{فإن } ٥ \text{ لا تساوى } ٣ + ٤$$

وبذلك يقوم تحليل التباين فى جوهره على تحليل مربعات الأعداد كما سنبين فى دراستنا الإحصائية لهذا النوع من التحليل .

٤ ــ التباين الوزنى ومكوناته :

يسمى تباين المجموعات أو العينات المجتمعة التباين الوزنى ، كما يسمى متوسط تلك المجموعات المتوسط الوزنى أو متوسط المتوسطات . ولحساب التباين الوزنى مثلا لدرجات البنات والبنين فى اختبار ما ، نستعين بالمعادلة التالية :

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{\text{ن}_{١}\,\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ن}_{٢}\,\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}} + \frac{\text{ن}_{١}\,\text{ق}_{١}^{٢} + \text{ن}_{٢}\,\text{ق}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ع}_{١}^{٢}$ على تباين درجات البنات ، أى تباين درجات المجموعة الأولى .

ويدل الرمز $\text{ع}_{٢}^{٢}$ على تباين درجات البنين ، أى تباين درجات المجموعة الثانية .

وبذلك يدل الحد $\frac{\text{ن}_{١}\,\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ن}_{١}\,\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}$ على التباين الداخلى للمجموعتين :

أو حاصل جمع تباين درجات كل مجموعة من تلك المجموعات بالنسبة لمتوسطها ، وهكذا يحسب تباين البنات بالنسبة لمتوسط درجات البنات ، ويحسب تباين البنين بالنسبة لمتوسط درجات البنين. ويسمى هذا النوع التباين داخل المجموعات (١) .

ويدل الرمز $ق_{١}$ على انحراف متوسط درجات المجموعة الأولى عن المتوسط الوزنى للمجموعتين .

فاذا رمزنا لمتوسط المجموعة الأولى بالرمز $م_{١}$ وللمتوسط الوزنى بالرمز م إذن $ق_{١} = م_{١} - م$

ويدل الرمز $ق_{٢}$ على انحراف متوسط درجات المجموعة الثانية عن المتوسط الوزنى للمجموعتين ، فإذا رمزنا لمتوسط المجموعة الثانية بالرمز $م_{٢}$ والمتوسط الوزنى بالرمز م إذن $ق_{٢} = م_{٢} - م$.

وبذلك يدل الحد $\frac{ن_{١} ق_{١}^{٢} + ن_{٢} ق_{٢}^{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$ على تباين المجموعتين بالنسبة لمتوسطها الوزنى ، ويسمى هذا النوع من التباين بين المجموعات (٢) .

وهكذا ندرك أن التباين الوزنى يتكون من التباين القائم داخل المجموعات والتباين القائم بين المجموعات ، إذن

التباين الوزنى = التباين داخل المجموعات + التباين بين المجموعات .

وبذلك يمكن تحليل التباين الوزنى أو الكلى الى نوعيه الرئيسيين ، أيا كان عدد هذه المجموعات . وبما أن هذه الاضافة تقوم فى جوهرها

---

(١) داخل المجموعات Within Groups

(٢) بين المجموعات Between Groups

على جمع المربعات ، إذن يمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة لتدل على ذلك المجموع الكلى [١] فى الصورة التالية •

المجموع الكلى للمربعات = مجموع مربعات داخـل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات •

ولهذه الخاصـية أهميتها القصوى فى الطرق الإحصائية لتحليل التباين •

٥ ـ النسبة الفائية والدلالة الإحصائية :

يعتمد تحليل التباين فى صورته النهائية على قياس مدى اقتراب التباين الداخلى من التباين الخارجى أو مدى ابتعاده عنه • وتقـاس هذه الناحية بالنسبة التباينية أو النسبة الفائية[٢] لتدل بذلك على فيشر، الرائد الأول لهذا النوع من التحليل • وتتلخص هذه النسبة فى المعادلة التالية •

$$\text{النسبة الفائية} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

وبذلك يدل بسط هذه المعادلة على أكبر التباينينفى القيمة العددية ، ويدل مقامها على أصغر التباينين فى القيمة العددية •

فإذا كانت الدلالة الإحصائية لهذه النسبة الفائية صغيرة الى الحد الذى يقترب بها من الصـفر ، أمكننا أن نستنتج تجانس المجموعـات المختلفة التى نحلل تباينها ، وأمكننا أن نرجعها جميعا الى أصل واحد • وإذا كانت هذه الدلالة أكبر بكثير من الصفر ، أمكننا أن نستنتج عـدم تجانس تلك المجموعات وأمكننا أن نرجعـها الى أصولها المختلفة التى تنتسب لها •

---

(١) المجموع الكلى للمربعات Total Sum of Squares

(٢) النسبة الفائية F Rotio

وبذلك نستطيع مثلا أن نقارن بين القدرة اللغوية البنات والبنين لنعلم مدى دلالة فروقها الإحصائية فى هذه القدرة . وكذلك نستطيع أن نبحث أثر البيئة على الذكاء ، وغير ذلك من المشاكل التى تتصل اتصالا مباشرا بميادين العلوم النفسية .

هذا وتقاس هذه الدلالة بجداول خاصة أنشأها سنديكور G.W. Snedecor لحساب مستويات الثقة بالنسبة لـ ٩٥٪ ثقة و ٥٪ شك ، وبالنسبة لـ ٩٩٪ ثقة و ١٪ شك . وسنستعين بتلك الجداول فى تفسير النتائج النهائية للأمثلة التى سندرسها . وقد رصدنا جداول الدلالة الإحصائية الفائية فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم ٢٦ ليستعين به القارىء فى تحليل التباين .

الطريقة الإحصائية لتحليل التباين

تعتمد الطريقة الاحصائية لتحليل التباين على الخطوات التالية :

١ — حساب التباين الداخلى ، وذلك بحساب المربعات داخل المجموعات .

٢ — حساب التباين الخارجى ، وذلك بحساب المربعات بين المجموعات .

٣ — حساب درجات الحرية لتحويل تلك المربعات الى التباين المقابل لها ، وللكشف عن الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية .

٤ — حساب النسبة الفائية ، والكشف عن دلالتها الإحصائية ، وذلك لمعرفة مدى تجانس واختلاف تلك المجموعات .

وسندرس فى الفقرات التالية تحليل التباين لمجموعتين ، ولثلاث مجموعات ، لنوضح بذلك التطبيقات العملية لتلك الطريقة ، وأفضليتها على طريقة حساب الدلالة الإحصائية لفروق المتوسطات ، ولفروق الانحرافات المعيارية

(١) راجع الفصل العاشر من هذا الكتاب الفصل الخاص بنظرية العينات والدلالة الإحصائية

تحليل التباين لمجموعتين

إذا أردنا أن نقارن درجات البنين بدرجات البنات فى أحد الاختبارات النفسية لمعرفة الفروق الجوهرية بين تلك الدرجات ، وللكشف عن مدى دلالة تلك الفروق توطئة للجمع بينها فى عينة واحدة أو لفصلها الى عينتين متمايزتين ، فعلينا أن نبحث هذه المشكلة بطريقة تحليل التباين كما تدل على ذلك الخطوط التالية .

١ ـ حساب مجموع المربعات داخل المجموعات

لنفرض أن الجدول رقم ١٨٤ يدل على درجات ٥ بنين و ٥ بنات فى ذلك الاختبار النفسى ، وعلى مربعات تلك الدرجات .

وبذلك يمكن حساب المربعات داخل المجموعتين من المعادلة التالية :

مجموع المربعات داخل المجموعتين = $\text{ن}_{\text{س}}\text{ع}^{2}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\text{ع}^{2}_{\text{ص}}$

ولذلك لأن

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ع}^{2} = \frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{مجـ ح}^{2} = \text{ن ع}^{2}$$

أى أن :

مجموع مربعات الانحرافات = ن ع^{2}

$\therefore$ مجموع المربعات داخل المجموعة الأولى = $\text{ن}_{\text{س}}\text{ع}^{2}_{\text{س}}$

أسماء البنين	درجات البنين س	مربعات درجات البنين س٢	أسماء البنات	درجات البنات ص	مربعات درجات البنات ص٢
محمود	٢٣	٥٢٩	تفيدة	١٩	٣٦١
سامى	٢١	٤٤١	سحر	١٩	٣٦١
محمد	١٩	٣٦١	فاتن	١٨	٣٢٤
زكى	١٩	٣٦١	سعاد	١٤	١٩٦
أحمد	١٨	٣١٤	ليلى	١٥	٢٢٥
ن س = ٥	مجـ س = ١٠٠ م س = ١٠٠ / ٥ = ٢٠ (مجـ س)٢ = ١٠٠٠٠	مجـ س٢ = ٢٠١٦	ن س = ٥	مجـ ص = ٨٥ م س = ٨٥ / ٥ = ١٧ (مجـ ص)٢ = ٧٢٢٥	مجـ ص٢ = ١٤٦٧

(جدول ١٨٤)

درجات ٥ بنين و ٥ بنات فى أحد الاختبارات النفسية ومربعات هذه الدرجات

ومجموع المربعات داخل المجموعة الثانية = $ن_{ص}\, ع^{٢}_{ص}$

وبذلك تعتمد تلك المربعات الداخلية على حساب تباين درجات البنين ، وتباين درجات البنات ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية :

بما أن $ع^{٢}_{س}$ = متوسط مربعات الدرجات — مربع متوسط الدرجات .

$$= \frac{٢٠١٦}{٥} - (٢٠)^{٢}$$

$$= \frac{٢٠١٦ - ٢٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{١٦}{٥}$$

$$\therefore ن_{س}\, ع^{٢}_{س} = ٥ \times \frac{١٦}{٥}$$

$$= ١٦$$

وبالمثل $ع^{٢}_{ص} = \frac{١٤٦٧}{٥} - (١٧)^{٢}$

$$= \frac{١٤٦٧}{٥} - ٢٨٩$$

$$= \frac{١٤٦٧ - ١٤٤٥}{٥}$$

$$= \frac{٢٢}{٥}$$

∴ $\text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ع}^{2}_{\text{ص}} = ٥ \times \frac{٢٢}{٥}$

$= ٢٢$

لكن مجموع المربعات داخل المجموعتين = $\text{ن}_{\text{س}}\,\text{ع}^{2}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ع}^{2}_{\text{ص}}$

$= ١٦ + ٢٢$

∴ مجموع المربعات داخل المجموعتين = ٣٨

٢ — حساب مجموع المربعات بين المجموعات

يعتمد مجموع المربعات بين المجموعات على مربعات انحرافات كل متوسط من متوسطات تلك المجموعات عن المتوسط الوزنى لها جميعا كما يدل على ذلك المتوسط الوزنى أى أن

مجموع المربعات بين المجموعتين = $\text{ن}_{\text{س}}\,\text{ق}^{2}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ق}^{2}_{\text{ص}}$

وبذلك يعتمد حساب تلك المربعات على معرفة القيمة العددية لـ $\text{ق}^{2}_{\text{س}}$ ، $\text{ق}^{2}_{\text{ص}}$ ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية :

∴ المتوسط الوزنى لدرجات المجموعتين = $\frac{\text{ن}_{\text{س}}\,\text{م}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{م}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}}$

و∵ $\text{ن}_{\text{س}} = ٥$

$\text{م}_{\text{س}} = ٢٠$

$\text{ن}_{\text{ص}} = ٥$

$\text{م}_{\text{ص}} = ١٧$

∴ المتوسط الوزنى م = $\frac{٥ \times ٢٠ + ٥ \times ١٧}{٥ + ٥}$

$= \frac{١٠٠ + ٨٥}{١٠}$

∴ م = ١٨٫٥

و ∴ $ق_س$ = $م_س$ — م

∴ $ق_س$ = ٢٠ — ١٨,٥

= ١,٥

∴ $ق_ص$ = $م_ص$ — م

= ١٧ — ١٨,٥

∴ $ق_ص$ = — ١,٥

لكن مجموع المربعات بين المجموعتين = $ن_س ق^٢_س + ن_ص ق^٢_ص$

= ٥ × (١,٥)^٢ + ٥ × (— ١,٥)^٢

= ٥ × ٢,٢٥ + ٥ × ٢,٢٥

= ١١,٢٥ + ١١,٢٥

∴ مجموع المربعات بين المجموعتين = ٢٢,٥٠

٣ — درجات الحرية :

يحسب التباين داخل المجموعات بقسمة مجموع المربعات الداخلية على درجات حريتها ، كما يحسب التباين بين المجموعات بقسمة مجموع المربعات البينية على درجات حريتها .

وتعتمد فكرة درجات الحرية على القيود الأحصائية التى نلتزمها فى حسابنا لتلك القيم المختلفة ، كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لـ $كا^٢$ أو قياس حسن المطابقة .

وسنوضح طريقة حساب تلك الدرجات فى الخطوات التالية :

(أ) درجات حرية مجموع المربعات الداخلية :

بما أن عدد درجات المجموعـــة الأولى = ٥
وبما أنها جميعا قدنسبت الى متوسطها

اذن فعدد القيود التى التزمناها = ١
أى أن هذا القيد هو $م_{س}$

∴ درجات الحرية = ٥ — ١
= ٣

وكذلك بالنسبـــة للمجموعة الثانية ، كما يدل على ذلك التحليـــل التـــــالى :

بما أن درجات المجموعة الثانية
وبما أنها جميعا قد نسبت الى متوسطها

اذن فعدد القيود التى التزمناها = ١
أى أن هذا القيد هو $م_{ص}$

∴ درجات الحرية = ٥ — ١
= ٤

∴ القيمة العددية لدرجات الحـــرية الداخلية = ٤ + ٤
= ٨

هذا ويمكن أن نصل الى نفس هذه النتيجة اذا حســبنا درجات الحرية مباشـرة للمجموعتين بالطريقة التالية :

∵ عدد الدرجات = ١٠
وعدد الالتزامات أو القيود = ١٠ —

اذن القيمة العددية لدرجات الحرية = ١٠ — ٢
الداخليـــة = ٨

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة .

(ب) درجات حرية مجموع المربعات البينية :

بما أن عدد المتوسطات = ٢

وهى م س ، م ص

و ∵ عدد الالتزامات أو القيود = ١

∴ درجات الحرية بين المجموعتين = ٢ — ١
= ١

٤ ـ حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات :

∵ أن التباين = مجموع المربعات / عدد درجات الحر

∴ التباين داخل المجموعتين = ٣٨ / ٨
= ٤,٧٥

والتباين بين المجموعتين = ٢٢,٥٠ / ١
= ٢٢,٥٠

٥ ـ حساب النسبة الفائية :

تحسب النسبة الفائية بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير .

و ∵ التباين الكبير = ٢٢,٥٠
والتباين الصغير = ٤,٧٥

∴ النسبة الفائية = ٢٢,٥٠ / ٤,٧٥
= ٤,٧٣٦٨

٦ ــ الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية :

ينتهى بنا هذا التحليل الى استنتاج دلالة الفروق القــائمة بين درجات البنين والبنات فى ذلك الاختبار • وتعتمد هذه الفكرة على النسبة الفائية • وتحسب دلالتها بما يسمى الفرض الصفرى [١] ، فاذا كانت النسبة الفائية أكبر من الصفر ، أمكننا أن نستنتج وجود فرق جوهرى بين درجات البنين والبنات ، أى أن لكل مجموعة من هاتين المجمــوعتين أصل منفصل مستقل ينسب اليه • واذا كان الفرق مساويا للصفر أمكننا أن نستنتج تجانس العينة المختلطة المكونة من البنين والبنات ، أى أنهما ينتسبان الى أصل واحد رغم ما بينهما من فروق صغيرة لا تتجاوز فى قيمتها الاحصائية الصفر أو الصدفة •

هذا وتعتمد جداول الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية على درجات حرية التباين الكبير ، والصغير •

∴ درجات حرية التباين الكبير [٢] = ١

ودرجات حرية التباين الصغير = ٨

∴ الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية = ٥ر٣٢

بدرجة ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك ، كما تدل على ذلك جداول الدلالة للنسبة الفائية المبينة بملحق الجداول الاحصائية النفســية ، جــدول (٢٦) •

والدلالة الاحصائية للنسبة الفائية = ٢٦ر١١

---

(١) الفرض الصفرى Null Hypothesis

(٢) درجات حرية التباين الكبير Degree of Freedo for Greater Variance

(٣) درجات حرية التباين الصغير Degrees of Freedom for Smaller Variace

بدرجة ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك ، كما تدل على ذلك نفس الجداول السابقــة .

و ∵ النسبة الفائية فى مثالنا هذا = ٤ر٧٤

∴ فهذه النسبة أقل من أن تدل على اختــلاف عينــة البنين عن عينة البنات فى هذا الاختبار ، لأنها أصغر من ٣٣ر٥ وبالتالى أصغر من ٢٦ر١١ .

أى أن هذه النسبة لا تختلف فى جوهرها الاحصائى عن الصفر ، وترجع الى الصدفة .

تحليل التباين لثلاث مجموعات :

بينا فى المثال السابق الخطوات الاحصائية لتحليل تباين مجموعتين، ودرسنا كل خطوة من هذه الخطوات بالتفصيل . وسنحاول فى مثالنــا الراهن أن نوضح صلاحية هذه الطريقة لأى عدد من المجموعــات

فاذا فرضنا مثلا أننا نبحث الفروق القائمة بين ثلاث مجموعــات من الافراد فى أحد تجارب التعلم ، فعلينا أن نحسب النســبة الفائية لهذه المجموعات لنعلم مدى دلالتها الاحصــائية . كما يدل على ذلك جدول ١٨٥ .

درجات المجموعة الأولى س	مربعات درجات المجموعة الأولى س٢	درجات المجموعة الثانية ص	مربعات درجات المجموعة الثانية ص٢	درجات المجموعة الثالثة هـ	مربعات درجات المجموعة الثالثة هـ٢
٧	٤٩	٤	١٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٦	٣٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٧	٤٩	٣	٩
١١	١٢١	٩	٨١	٧	٤٩
١٢	١٤٤	٩	٨١	٦	٣٦
مج س = ٥٠ م س = ٥٠ / ٥ = ١٠ (مج س)^٢ = ٢٥٠٠ ن س = ٥	مج س^٢ = ٥١٤	مج ص = ٣٥ م ص = ٣٥ / ٥ = ٧ (مج ص)^٢ = ١٢٢٥ ن ص = ٥	مج ص^٢ = ٢٦٣	مج هـ = ٢٠ م هـ = ٢٠ / ٥ = ٤ (مج هـ)^٢ = ٤٠٠ ن هـ = ٥	مج هـ^٢ = ١٠٢

(جدول ١٨٥)

درجات ثلاث مجموعات فى أحد تجارب التعلم ومربعات هذه الدرجات

١ — حساب مجموع المربعات داخل المجموعات :

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات :

= نس ع٢س + نص ع٢ص + نهـ ع٢هـ

وبما أن ع٢س = متوسط مربعات الدرجات − مربع متوسط الدرجات

$$= \frac{٥١٤}{٥} - (١٠)^٢$$

$$= \frac{١٤}{٥}$$

وبالمثل ع٢ص $$= \frac{٢٦٢}{٥} - (٧)^٢$$

$$= \frac{١٨}{٥}$$

وبالمثل ع٢هـ $$= \frac{١٠٢}{٥} - (٤)^٢$$

$$= \frac{٢٢}{٥}$$

∴ نسع٢س + نصع٢ص + نهـع٢هـ

$$= ٥ \times \frac{١٤}{٥} + ٥ \times \frac{١٨}{٥} + ٥ \times \frac{٢٢}{٥}$$

= ١٤ + ١٨ + ٢٢

= ٥٤

٢ — حساب المربعات بين المجموعات :

∵ مجموع المربعات بين المجموعات :

= نس ق٢س + نص ق٢ص + نهـ ق٢هـ

= نس (م − مس)٢ + نص (م − مص)٢

+ نهـ (م − مهـ)٢

∴ مجموع المربعات بين المجموعات

$= ٥ (١٠ - ٧)^٢ + ٥ (٧ - ٧)^٢ + ٥ (٤ - ٧)^٢$

$= ٤٥ +$ صفر $+ ٤٥$

$= ٩٠$

٣ ـ درجات الحرية :

درجات الحرية داخل المجموعات = ١٥ ـ ٣

= ١٢

درجات الحرية بين المجموعات = ٣ ـ ١

= ٢

٤ ـ حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات

التباين داخل المجموعات $= \frac{٥٤}{١٢}$

$= ٤,٥$

التباين بين المجموعات $= \frac{٩٠}{٢}$

$= ٤٥$

٥ ـ النسبة الفائية :

النسبة الفائية $= \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

$= \frac{٤٥}{٤,٥}$

$= ١٠$

٦ ـ الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية :

∴ درجات الحرية للتباين الكبير = ٢

ودرجات الحرية للتباين الصغير = ١٢

∴ الدلالة الاحصائية للحد المساوى ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك = ٣٫٨٨

والدلالة الاحصائية للحد المساوى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك = ٦٫٩٣

لكن النسبة الفائية أكبر من ٦٫٩٣

∴ فالفروق القائمة بين درجات هذه المجموعات فروق جوهرية لها دلالتها الاحصائية ، وعلى الباحث بعد ذلك أن يفسر معنى هذه الفروق وأسبابها .

تمارين على الفصل التاسع عشر

---

١ — ما هى أهم الخواص الاحصائية للتباين التى أدت الى نشوء فكرة تحليل التباين ٠

٢ — ما هى أهم الخطوات الاحصائية لتحليل التباين ٠

٣ — ما هى العــلاقة الاحصائية بين التبــاين الوزنى وتحليل التبــاين ٠

٤ — الى أى حد يعتمد تحليل التباين على المتوسط الوزنى ٠

٥ — اذا علمت أن

ق س = ٥
ق س = ١٠
ع س = ٦
ع س = ٨

فاحسب مجموع المربعات الداخلية

٦ — اذا علمت أن

ق س = ١٠
ق ص = ١٥
م س = ٢٥
م ص = ٣٠

فاحسب المتوسط الوزنى لهذه القيم ، ثم احسب من ذلك مجموع المربعات القائمة بين المجموعات ٠

٧ — تدل النتائج التالية على درجات مجموعتين من الأفراد ، بنين وبنات ، فى اختبار القدرة العددية .

درجات البنين	درجات البنات
٧	٧
١٥	٢
١٥	٨
١١	٧
١٢	٦

احسب الدلالة الاحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة تحليل التباين ، وبين مدى تقارب أو تباعد درجات البنين والبنات .

٨ — تدل الدرجات التالية على نتائج اربع مجموعات من الطلبة فى التحصيل اللغوى .

درجات المجموعة الأولى	درجات المجموعة الثانية	درجات المجموعة الثالثة	درجات المجموعة الرابعة
٤٩	٦٨	٦٤	٦٧
٥٩	٥٥	٦٣	٥٥
٦١	٦٠	٥٤	٦٥
٦٠	٦٧	٥٢	٦٤
٦١	٦٠	٦٢	٥٩

احسب الدلالة الاحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة تحليل التباين ، وبين مدى تجانس هذه المجموعات بالنسبة لأصل واحد أو لأصول متعددة .

الفصـــل العشرون

التحليل العاملى للاختبارات

مقـــــدمة :

يهدف التحليل العـــاملى (١) الى الكشف عن العوامل المشـــتركة التى تؤثر فى أى عدد من الظواهر المختلفـــة • وينتهى الى تلخيص المظاهر المتعددة التى يحللها الى عدد قليل من العوامل فهو بهذا المعنى ينحو نحو الايجاز العلمى الدقيق •

وقد استعان به علماء النفس بادىء ذى بدء فى تلحيل النشاط العقلى المعرفى الى قدراته • ثم انتشرت مفاهيمه ووسائله الى فروع علم النفس الأخرى ، وميادين البحث العلمى المختلفة •

وأدى التطبيق المتصل المتواتر لهذا النوع من التحليل الى نتائج كثيرة وهامة دفعت المشتغلين بالدراسات النفسية الى صياغة نظرياتهم التى تفسر النشاط العقلى المعرفى • وقد تضاربت هذه النظريـــات فى نشأتها الأولى ، ثم استقرت فى مسلك واحـــد عندما عرفت المعـــالم الرئيسية لهذا الميدان •

هذا ودراسة نتائج التحليل العـــاملى والنظريات التى أســـفرت عنها تلك النتائج أكبر من أن تتسع لها صفحات هذا الفصل لأنها تمثل تجارب مئات العلماء فى أكثر من نصف قرن ، ولذا سنفسر دراسة هذا الفصل على معنى التحليل العاملى ونشأته ، وأهميته وميادينه ، وأسسه العلمية ، واختباراته التى تصـــلح للتحليل ، ثم نتطور الى توضيـــح الخطوات الحسابية لطريقة التحليل الجديدة التى يقترحها مؤلف هذا

---

(١) التحليل العاملى Factorial Analysis

الكتاب ليعـــالج بذلك أهم عيوب الطـــرق المعروفة للتحليل • وتنتهى بادارة العوامل لتحويلها الى قدرات لها دلالتها النفسية •

معنى التحليل العاملى ونشأته :

يقوم هذا النـــوع من التحليل على معرفة المكونات الرئيســـية للظواهر التى نخضعها للقياس ، ولذا يعد أدق وأقوى وسيلة لمعـــرفة الصدق الذى يسمى باسمه ، أى الصدق العاملى •

وقد اقترن التحليل العاملى منذ نشأته الأولى بأبحـــاث الذكاء والقدرات العقليـــة ، ولذا يخلط كثير من العلمـــاء بين العـــامل (١) والقدرات (٢) فى كتاباتهم المختلفة ويرادفون بينهمـــا مثل ثيرســـتون L.L.Thurstone وألكسندر W.P.Alexander وهولزنجر K.J.Holzinger وأغلبهم من الذين عاصروا النشأة الأولى لهذا التحليل وسلكوا مناهجه فى أبحاثهم فاختلط عليهم الأمر لقصور نشاطهم على الناحية النفسية •

لكن التطبيقات الواســـعة الخصبة للتحليل العاملى فى ميـــادين التجارة والطب والعلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية وغيرها من الميادين المختلفة تؤكد ضرورة التفرقة العلمية الواضحة بين العامل والقدرة •

فالعامل يلخص الارتباطات القائمة بين الظواهر المختلفة ، وتفسر القدرة هذا العامل فى ميدان النشاط العقلى المعرفى ، كما تفسر السمة ذلك العامل فى النواحى المزاجية للشخصـــية ، فالعامل بهذا المعنى هو الصورة الاحصـــائية الرياضية القدرات ولغيرها من النواحى التطبيقية الأخرى ، والقدرات هى احدى التفسيرات النفسية للعوامل • والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

---

(١) العامل Factor
(٢) القدرة Ability

إذا حللنا العدد ٦ الى عوامله الأولية فاننا نحصل على المعـادلة التـالية :

٦ = ٣ × ٢ × ١

وتسمى الأعداد ٣ ، ٢ ، ١ عوامل العدد ٦ أو مكوناته الرئيسية .

وعندما يدل العدد ٦ على مساحة ما ، فان ٣ قد تدل على الطول، ٢ قد تدل على العرض ، وقد لا يدل الواحد على أى شىء فى مثالنـا هـذا .

وعندما يدل العدد ٦ على حجم ما ، فأن ٣ قد تدل على الطول ، ٢ قد تدل على العرض ، وقد يدل الواحد الصحيح فى هذه الحالة على الارتفـاع .

وهكذا ندرك أن مثل عـوامل العدد ٦ ومعانيهـا العلمية ، كمثل العوامل الاحصائية وتطبيقاتها النفسية فى القدرات ، أو غير النفسية فى أسمائها الأخرى التى ينعتها بها علماء كل ميدان من تلك الميـادين العلميـة .

ولعل سبيرمان C. Spearman هو أول من أسـتعان بهـذا المفهوم الجديد فى أبحاثه التى نشرها سنة ١٩٠٤ وأعلن فيها نتـائج دراساته للذكاء ، والتى تعد بحق البدء العلمى الحقيقى للتحليل العاملى ولنظريات التكوين العقلى المعـروف والمزاجى ولغيره من النظريات التى أرست قواعدها وأقامت دعائمها على وسائل ونتائج هذا التحليل .

وقد بدأت فكرة سبيرمان بتحديد مفهوم العامل على أنه السبب المباشر لوجود الارتباط الموجب القائم بين أى ظاهرتين [1] فاذا فرضنا أن الظاهرة (أ) ترتبط بالظاهرة ب ارتباطا موجبا فان سبيرمان يرجع هذا الارتباط الى العامل المشترك (ش) الذى يؤثر تأثيرا ايجابيـا فى

(١) Spearman, C. The Proof and Measurement of the Association Between Things. Amer J. Psychol. Vol XV, 1904, P.P. 74-75.

الظاهرتين ا ، ب وعندمـا يختفى تأثير العـامل (ش) فى ا ، ب فان ارتباطهمـا يتلاشى • هذا ويمكن أن نوضـح هذه الفكرة بالاستعانة بالارتباط الجزئى الذى يبين أثر (ش) فى الارتباط القائم بين ا ، ب كما يدل على ذلك المثال التالى :

إذا فرضنا أن ر ب ا = ٠,٨

ر ا ش = ٠,٤

ر ب ش = ٠,٢

فإن تثبيت أثر ش يؤدى إلى معادلة الإرتباط الجزئى التالية :

$$\text{ر}_{\text{ا ب}\cdot\text{ش}} = \frac{\text{ر ا ب} - \text{ر ا ش} \times \text{ر ب ش}}{\sqrt{[1 - (\text{ر ا ش})^2][1 - (\text{ر ب ش})^2]}}$$

$$= \frac{٠,٨ - ٠,٤ \times ٠,٢}{\sqrt{(1 - ٠,١٦)(1 - ٠,٠٤)}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{ا ب}\cdot\text{ش}} = \text{صفر}$$

لأن بسط هذه المعادلة يساوى صفرا فى هذه الحالة •

وبذلك يتلاشى الارتباط القائم بين الظاهرة ا ، ب عند عزل أثر الظاهرة (ش) ، أى أن (ش) هو العامل الـذى أدى الى ظهـور ذلك الارتبـاط •

هذا وقد تطور مفهوم العامل عند سبيرمان بعد ذلك فى البحث (١) الذى نشره فى نفس تلك السنة ، وأعلن فيه أن العامل هو السبب المباشر لوجود الارتباطـات الموجبة القـائمة بين أى عدد من الاختبارات أو المقاييس ، وقد دلت نتائج أبحـاثه على أن الارتباطات القـائمة بين الاختبارات العقلية موجبـة • وهكذا أدت به هذه النتائج الى تعميم فكرته العاملية ، فذهب الى أن جميع ضروب النشاط العقلى المعرفى ترجع

---

(١) Spearman, G. General Intelligence, Objectively Determined and Measured, Amer J. Psychol. 1904 Vol. XV, P.P. 201—293.

فى جوهرهـــا الى عامل يؤثر فيها بنسب ودرجات مختلفة • وفسر هذا العامل تفسيرا نفسيا بحيث جعله يدل على القدرة العقلية المعرفية العامة التى تهيمن على جميع نواحى ذلك النشـــاط •

وقد استطاع سبيرمان أن يستعين بفكرة الارتباط الجـــزئى فى صياغة معادلة الفروق الرباعية[1] التى تهدف الى الكشف عن ذلك العامل العـــام •

وتتلخص فكرة هذه المعادلة فى الصورة التالية :

ر اب × ر دحـ − ر احـ × ر وحـ = صفر

و ∵ هذه المعادلة تنتج من التناسب التـــالى وتؤدى اليه أيضا ،

ر اب × ر دحـ = ر دحـ × ر دب

ر اب / ر دب = ر احـ / ر احـ

∴ فالارتباطات التى تكشف عن هذا التناسب تشير الى وجود ذلك العامل العـــام ، كما تدل على ذلك مصـــفوفة الارتباطات المبينة بجدول رقم ١٨٦ •

الاختيارات	ا	ب	حـ	د	هـ	و
ا		٠,٧٢	٠,٦٣	٠,٥٤	٠,٤٥	٠,٣٦
ب	٠,٧٢		٠,٥٦	٠,٤٨	٠,٤٠	٠,٣٢
حـ	٠,٦٣	٠,٥٦		٠,٤٢	٠,٣٥	٠,٢٨
د	٠,٥٤	٠,٤٨	٠,٤٢		٠,٣٠	٠,٢٤
هـ	٠,٤٥	٠,٤٠	٠,٣٥	٠,٣٠		٠,٢٠
و	٠,٣٦	٠,٢٢	٠,٢٨	٠,٢٤	٠,٢٠	

(جـــدول ١٨٦)

مصفوفة لمعاملات الارتباط التى تدل على العامل العام

---

(١) معادلة الفروق الرباعية Tetrad Difference Equation

مثلا ر أب = ٠,٧٢

ر دب = ٠,٤٨

ر أ هـ = ٠,٦٣

ر د هـ = ٠,٤٢

أى أن :

$$\frac{٠,٧٢}{٠,٤٨} = \frac{٠,٦٣}{٠,٤٢}$$

لان ٠,٧٢ × ٠,٤٢ − ٠,٦٣ × ٠,٤٨ = ٠,٣٠٢٤ − ٠,٣٠٢٤ = صفر

ويدل هذا الجدول أيضا على أن معـــاملات ارتباط الاختبار (أ) ترتبط بمعاملات ارتباط الاختبار (ب) بنسبة ثابتة فمثلا :

$$\frac{٠,٦٣}{٠,٥٦} = \frac{٠,٥٤}{٠,٤٨} = \frac{٠,٤٥}{٠,٤٠} = \frac{٠,٣٦}{٠,٣٢}$$

وكذلك بالنسبة للاختبارات الأخرى هـ ، د ، هـ ، و .

هذا وتسفر القيم العددية لجميـــع تلك المعـــاملات عن الترتيب التنازلى الذى يبدأ كبيرا فى أعلى الجدول ثم ينتهى صغيرا فى آخره ، وبذلك ينتظم الترتيب التنازلى لمعاملات ارتباط الاختبار أ فى النسق التالى :

٠ر٧٢ / ٠ر٧٣ / ٠ر٥٤ / ٠ر٠٣٦

ويسمى هذا الترتيب بالترتيب الهرمى (١) .

هذا ويضيف سبيرمان فى تحليله لتلك الاختبـــارات عاملا آخـــر يســـميه مجازا بالعامل الخاص لأنه لا يتعدى حدود اختباره . ولـــذا تسمى نظرية ســـبيرمان بنظرية العاملين (٢) لأنها تعتمد فى تحليلهـــا الإحصائى وبنائها النظرى على عاملين نلخصهما فيما يلى :

---

(١) الترتيب الهرمى Hierarchical Order

(٢) نظرية العاملين Two Factors Theory

١ – العامل العـام (١) – وهو العامل المشـترك بين جمـيع الاختبارات •

٢ – العامل الخاص (٢) – وهو الذى يميز النواحى الخاصة التى ينفرد بها الاختبار عن غيره من الاختبارات الأخرى • ولذا فمعامـل ارتباط أى عاملين خاصين يساوى صفراً •

ولسنا هنا بصدد تطبيق أو نقد نظرية العاملين ، لأنها أصـبحت فى تطورنا المعاصر فكرة تاريخية بعد أن كانت وسـيلة قوية من وسـائل البحث العلمى فى الربيع الأول من هذا القـرن • وقد دلت الأبحـاث العاملية المختلفة على قصـور هذه الوسيلة وتلك النظرية عن تفسير النواحى التجريبية المتعددة •

وقد عدل هولزنجر K. J, Holzinger وبيرت C. Burt وغيرهما من العلماء نظرية العاملين وأضاف لها نوعا جديدا من العوامل يسـمى بالطائفى (٣) لوجوده فى طائفة من الاختبارات دون غـيرها • والمثال العددى التالى يوضح فكرة العامل العام والعوامل الطائفية والخاصة • وتقوم فكرته على تحليل بعض الأعداد الى عواملها الحسابية الأولية لمعرفة العوامل العامة والطائفية والخاصة ، كما تدل على ذلك الأعداد التالية :

٧٠ = ٢ × ٥ × ٧	١٠٢ = ٢ × ٣ × ١٧
١٣٠ = ٢ × ٥ × ١٣	١١٤ = ٢ × ٣ × ١٩
١١٠ = ٢ × ٥ × ١١	١٣٨ = ٢ × ٣ × ٢٣

وهكذا نرى أن جميع هذه الأعداد تشـترك فى المعامل المساوى لـ ٢ وبذلك يصبح هذا المعامل عاملا عاما بالنسبة لها جميعـا • وأن

(١) العامل العام General Factor
(٢) العامل الخاص Specific Factor
(٣) العامل الطائفى Group Factor

الأعداد ٧٠ ، ١٣٠ ، ١١٠ تشـترك فى المعامل المساوى لـ ٥ وبذلك يصبح هذا المعامل طائفياً بالنسبة لها ، وأن الأعداد ١١٢ ، ١١٤ ، ١٣٨ تشترك فى المعامل المسـاوى لـ ٣ ، وبذلك يصبح هذا المعامل طائفيا بالنسبة لها . وأن لكل عـدد من تلك الأعداد معامل خاص به ، فمثلا المعامل الخاص بالعدد ٧٠ يسـاوى ٧ والمعامل الخاص بالعدد ١٣٠ يساوى ١٣ ، وهكذا بالنسبة للأعداد الأخرى ، وبذلك تتلخص معاملات مثالنا هذا فى الأنواع التالية :

١ - العامل العام = ٢
٢ - المعاملات الطائفية = ٥ ، ٣
٣ - المعاملات الخاصة = ٧ ، ١٣ ، ١١ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣

هذا وقد أكدت الأبحاث الأولى لثيرستون L.L. Thurstone أهمية العوامل الطائفية والخاصة وأنكرت وجود العامل المشترك وبذلك ظهرت نظرية العوامل المتعددة [1] ثم عادت أبحاثه الأخيرة لتؤكد وجود العامل العام على أنه عامل العوامل الطائفية ، أى القـدر المشترك بين تلك العوامل ، وخاصة عندما يسفر التحليل عن العلاقـات القائمة بين تلك العوامل ، ولذلك يسمى بعامل الدرجة الثانية [2] لأنه ينشأ من التحليل العلمى للعوامل الأولية كما نشـأت تلك العوامل من التحليل العاملى للاختبارات .

أهمية التحليل العاملى وميادينه :

أكد البحث الذى قام به كندل M.O.Kendall وسميث B.B.Zmith سنة ١٩٥٠ أهمية التحليل العاملى فى الأبحاث الإحصائية

---

(١) نظرية العوامل المتعددة Multiple Factor Analysis
(٢) عامل الدرجة الثانية Second Order Factor
(٣) Kendall, M. O., and Smith, B.B., Factor Analysis (Read before the Reseach Section of The Royal Statisfical Socicety January 27 th, 1950 .

المختلفة وبين علاقته بالوسائل العلمية الأخرى • وهكذا امتدت فروع الدراســة حتى جاوزت حــدود ميدانها النفسى الى ميادين العــلوم الرياضية •

وتتلخص أهم التطبيقات الاحصــائية للتحليل العلمى فى معــرفة معاملات الارتباط المتعدد (١) والارتباط الجزئى المتعدد (٢) والانحدار المتعدد (٣) بطريقة سريعة ودقيقة •

هذا وقد تغنينا النتائج النهائية للتحليل العاملى عن جميع هذه المعاملات لأنها تصلح لما تصلح له هذه المعاملات • وتصلح أيضا لما تعجز عن تحقيقه جميع تلك المعاملات •

وقد كان لنشأة التحليل العاملى فى أحضان العلوم النفسية آثارها الواضحة فى تحليل النشاط العقلى المعرفى الى قدراته المختلفة ، وتحليل النواحى المزاجية للشــخصية الى سماتها المتعددة وتحليل الاتجاهات والقيم الاجتماعية ، والميول المهنية • وقد أفاد أيضا فى تحليل النتائج المعملية لتجارب التعلم ، وتحليل الاستجابات المختلفة الحيوانات، وهكذا امتدت تطبيقاته الى أغلب الميادين المعاصرة لعلم النفس الحديث •

هذا ويعتمد بنــاء الاختبارات الحــديثة على التحليل العاملى فى دراسة مفردات الاختبارات المختلفة وحســاب صدقها العاملى توطئة لصياغتها صياغة موضوعية دقيقة صادقة •

ويصلح التحليل العاملى لدراسة الظواهر المعقدة التى تتأثر بعدد كبير من المؤثرات والعــوامل المختلفة ، ولذا أفاد فى أبحاث العلوم السياسية ، والدراسات التجــارية كتحليل العوامل المؤثرة فى أسعار

---

(١) الارتباط المتعدد Multiple Correlation
(٢) الارتباط الجزئى المتعدد Multiple Partial Correlation
(٣) الانحدار المتعدد Multiple Regression

السلع المختلفة والأوراق المالية ، وأجور العمال ، والنقل ، وأستعانت به الأبحاث الطبية فى تحليل الظواهر المرضية المختلفة وتصنيفها تصنيفا علميا مميزا ، وطبق بنجاح فى أبحاث العلوم الطبيعية وخاصة فى دراسة مدىتأثر الأشعة الكونية بالضغط ودرجات الحرارة والارتفاع والعوامل الأخرى التى تتصل بها من قريب أو بعيد •

وهكذا ندرك الأهمية العلمية التطبيقية للتحليل العاملى •

الأسس العلمية للتحليل العاملى :

تقوم فكرة التحليل العاملى على المنهج الاستقرائى ، ولذا تنطوى وسائله تحت إطار العلوم التجريبية • وهو يعتمد فى تدعيم هذا المنهج على بعض الأسس الإحصائية الرياضـــية التى تقوم فى جوهرها على معادلة جبرية بســـيطة لا تتعدى فى صورتها الأولى معادلة الدرجة الأولى •

وسنبين أهم تلك الأسس فى الفقرات التالية :

المنهج العلمى للتحليل العاملى منهج استقرائى :

تنقسم مناهجالبحث العلمىالى نوعين رئيسيين : المنهجالتجريبى، والمنهج الرياضى • ويبدأ المنهج التجريبى بالجزئيات لينتهى منها الى الكليات • أى أنه يبدأ بالملاحظة العلمية والتجارب المعملية ثم يستخلص من نتائج هذه الأبحاث المفاهيم الرئيسية التى تربطها جميعا فى فكرة واحـــدة أو قـــانون واحد • ويســـمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستقرائى [1] ، لأنه يحاول أن يستغرق خواص الجزئيات ليصل من ذلك الى كلياتها العامة •

ويبدأ المنهج الرياضى بالكـــليات وينتهى الى الجزئيات ، أى أنه

---

(١) الاستقراء Deduction

يبدأ بالمفاهيم والأفكار الرئيسية ثم ينتهى الى نواحيها الخاصة . فالهندسة مثلا تبدأ بالبديهة [١] ، والتعريف [٢] ، والمسلمات [٣] لتنتهى من ذلك كله الى نظرياتها المعروفة ، ويسمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستنباطى [٤] ، لأنه يقوم على إستنباط الجزء من الكل .

ويعتمد التحليل الطائفى على المنهج التجريبى أى المنهج الاستقرائى لأنه يقوم فى جوهره على الملاحظة الجزئيـة للسلوك ، وينتهى الى استنتاج العوامل والقدرات التى تؤثر على هذا السلوك .

ويبدأ التحليل الطائفى بحساب معاملات الارتباط وتسجيلها فى مصفوفة تصلح لهذا النوع من التحليل وينتهى الى الكشف عن العوامل التى أدت الى ذلك الارتباط . لكنه فى اعتماده المباشر على الارتبـاط يعتمد بطريقة غير مباشرة على درجات الاختبارات التى أدت الى ذلك الارتباط ويعتمد أيضا على مفردات تلك الاختبارات التى حسبت درجاتها وهكذا يرقى صعداً من المفردات الى الاختبارات الى الارتباط والعوامل، ثم ينتهى إلى القدرات ، أو غير ذلك من النواحى التطبيقية المختلفة . أى أنه يتخفف فى كل خطوة يخطوها نحو غايته الأخيرة من الخواص الجزئية للظاهرة التى يبحثها لينتهى من ذلك كله الى مميزاتها العامة الرئيسية ، كما تدل على ذلك الخطوات المتعاقبة التالية :

١ — المفردات والاختبارات : لنفرض أن الدراسة التحليلية لميدان

---

(١) البديهة Axiom وهى قضية أعترف بها ولا يحتاج فى تأييدها إلى قضايا أبسط منها مثل أنصاف الأشياء المتساوية متساوية .

(٢) التعريف Detinition وهو تحديد الشىء بذكر خواصه المميزة .

(٣) المسلمات Postulates وهى قضية مسلم بصحتها فى علم ما مثل بين نقطتين لا يمكن رسم غير مستقيم واحد .

(٤) الإستنباط Induction

البحث أدت الى اختبار أو تأليف ١٠ اختبارات ، بحيث يتألف كل اختبار من ١٠٠ سؤال ،

∴ عدد المفردات = ١٠ × ١٠٠
= ١٠٠٠

وبذلك نستطيع أن نقيس فى المختبر الواحد ١٠٠٠ استجابة لنستغرق بذلك أهم نواحى الظاهرة التى ندرسها ،

٢ ــ الاختبارات والأفراد : ولنفرض أن عدد المختبرين يساوى ٢٠٠

∴ عدد استجابات ٢٠٠ فرد = ١٠٠٠ × ٢٠٠
= ٢٠٠ر٠٠٠

٣ ــ معاملات الارتباط : ونستطيع بعد ذلك أن نحسب معاملات ارتباط المفردات لنبحث الظاهرة بحثا عميقا شاملا ، ونستطيع أيضا أن نحسب معاملات ارتباط الاختبارات التى تلخص درجاتها نتائج استجابات الأفراد المختلفة ،

و ∵ عدد الاختبارات يساوى ١٠

$$\therefore \text{عدد معاملات الارتباط} = \frac{١٠ \, (١٠ - ١)}{٢}$$

= ٤٥

$$\text{وذلك لأن عدد معاملات الارتباط} = \frac{ن \, (ن - ١)}{٢}$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الاختبارات ،

٤ ــ فاذا أدى تحليل مثل هذا الارتباط الى ٣ عوامل لها دلالتها الاحصائية ، فاننا نستطيع أن نلخص جميع نواحى تلك الظاهرة

فى هذا العدد الصغير من العوامل • وقد نستطيع أن نحلل هذه العوامل لنصل من ذلك كله الى عامل واحد عام يسيطر عليها جميعا •

وهكذا يتطور التحليل من الجزئيات الكثيرة المختلفة الى الكل العام الشامل الــذى يفسرها جميعا : فالمنهج العــاملى بهذا المعنى منهــج اســتقرائى •

٢ ــ المعادلة الأساسية للتحليل العاملى :

يعتمد تحليل درجات الاختبارات المختلفة الى مكوناتها العــاملية على الجمع البسيط لتلك المكونات،وبذلك تصبح درجة الفرد فىاختبار ما مساوية لمجموع العوامل التى تؤثر فى ذلك الاختبار • فاذا فرضنا مثلا أن عدد العوامل التى تؤثر فى مادة كالحساب يساوى ٣ فاننا نستطيع أن نحلل درجة أى فرد فى الحســاب الى عواملها الأولية فى الصــورة التــالية ·

$$\text{د} = \text{ا}_1 \text{س}_1 + \text{ا}_2 \text{س}_2 + \text{ا}_3 \text{س}_3$$

حيث يدل الرمز د على الدرجة المعيارية للفرد فى اختبار الحساب •

والرمز س_1 على الدرجة المعيارية للفرد فى العامل الأول •

والرمز س_2 على الدرجة المعيارية الفرد فى العامل الثانى•

والرمز س_3 على الدرجة المعيارية الفرد فى العامل الثالث•

والرمز ا_1 على تشبع اختبار الحســاب بالعامل الأول • أى معامل ارتباط اختبــار الحســاب بالعامل الأول •

والرمز ا_2 على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثانى ، أى معامل ارتباط اختبار الحساب بالعــامل الثــانى •

والرمز ا_3 على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثالث ، أى معامل ارتباط اختبار الحساب بالعــامل الثالث•

وهكذا ندرك أن التحليل العاملى يعتمد على الدرجات المعيارية فى الاختبارات والعوامل ، فى صياغة معادلته الأساسية التى تنطوى تحت معادلات الدرجة الأولى •

٣ — تباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته :

تدل التشبعات [1] على معاملات ارتباط الاختبار بالعوامل ، وقد سبق أن رمزنا لها بالرمز ا • وسنوضح فيما يلى أن مجموع مربعـات هذه التشبعات يساوى تباين درجات الاختبار أى أن :

$$\text{التباين} = \text{مج}\ \text{ا}^{٢}$$

$$\therefore \quad \text{ا}_{١}^{٢} + \text{ا}_{٢}^{٢} + \text{ا}_{٣}^{٢} \quad \text{فى مثالنا السابق}$$

لكن هذا التباين يساوى واحدا صحيحا لأن درجات الاختبـار درجات معيارية ، وتباين الدرجات المعيارية يساوى واحدا صحيحا •

$$\therefore \quad \text{ا}_{١}^{٢} + \text{ا}_{٢}^{٢} + \text{ا}_{٣}^{٢} = ١$$

وهكذا بالنسبة لأى عدد من تلك التشبعات • وسنحاول فى التحليل التالى أن نبرهن على اســاس هذه الفـكرة ، وسنقصر تحليلنـا على تشبعات عاملين $\text{ا}_{١}$ ، $\text{ا}_{٢}$ للبساطة والايجاز •

$$\because \quad \text{د} = \text{م}_{١}\text{س}_{١} + \text{م}_{٢}\text{س}_{٢}$$

$$\therefore \quad \text{د}^{٢} = \text{ا}_{١}^{٢}\text{س}_{١}^{٢} + \text{ا}_{٢}^{٢}\text{س}_{٢}^{٢} + ٢\,\text{ا}_{١}\text{ا}_{٢}\text{س}_{١}\text{س}_{٢} \ •$$

$$\therefore \quad \text{مجد}^{٢} = \text{ا}_{١}^{٢}\,\text{مجس}_{١}^{٢} + \text{ا}_{٢}^{٢}\,\text{مجس}_{٢}^{٢} + ٢\,\text{ا}_{١}\text{ا}_{٢}\,\text{مجس}_{١}\text{س}_{٢}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{مجد}^{٢}}{\text{ن}} = \text{ا}_{١}^{٢}\frac{\text{مجس}_{١}^{٢}}{\text{ن}} + \text{ا}_{٢}^{٢}\frac{\text{مجس}_{٢}^{٢}}{\text{ن}} + ٢\,\text{ا}_{١}\text{ا}_{٢}\frac{\text{مجس}_{١}\text{س}_{٢}}{\text{ن}}$$

---

(١) التشبعات Saturations

وذلك بتربيع المعادلة الأولى ، وقد جمعنا هذه الحدود بالنسبة لجميع الأفراد وتركنا تشبعات الاختبار بالعوامل خارج هذا المجموع لأنه لا يتأثر مباشرة بالفرد ، ثم حسبنا المتوسط بقسمة المعادلة على ٣ أى على عدد الأفراد .

لكن $\frac{\text{مج } \text{د}^{2}}{\text{ن}}$ تباين الدرجات المعيارية د

$$\frac{\text{مج } \text{د}^{2}}{\text{ن}} = 1$$

وكذلك $\frac{\text{مج } \text{س}_{1}^{2}}{\text{ن}} =$ تباين الدرجات المعيارية س_{1}

$$\frac{\text{مج } \text{س}_{1}^{2}}{\text{ن}} = 1$$

وكذلك $\frac{\text{مج } \text{س}_{2}^{2}}{\text{ن}} = 1$ لأنها أيضا تدل على تباين الدرجات المعيارية س_{2} .

ولكن $\frac{\text{مج } \text{س}_{1} \text{س}_{2}}{\text{ن}} =$ معامل ارتباط العامل الأول بالعامل الثانى

لأن س_{1} ، س_{2} درجات معيارية .

$\therefore \frac{\text{مج } \text{س}_{1} \text{س}_{2}}{\text{ن}} =$ صفر لأن هذه العوامل غير مرتبطة .

وعندما نعوض تلك القيم فى المعادلة السابقة نرى أن :

$$1 = \text{ا}_{1}^{2} + \text{ا}_{1}^{2} + \text{صفر}$$

$$1 = \text{ا}_{1}^{2} + \text{ا}_{2}^{2}$$

وكذلك بالنسبة لأى عدد من العوامل

وبما أن الطرف الأيمن لتلك المعادلة يدل على تباين الدرجات المعيارية للاختبار ، اذن فتباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته بالعوامل المختلفة ، وبما أن تباين الدرجات المعيارية يساوى واحدا صحيحا لأن انحرافها المعيارى يساوى واحدا صحيحا ، اذن مجموع مربعات تشبعات العوامل يساوى واحدا صحيحا ،

والمثال العددى التالى يوضح هذه الفكرة ،

لنفرض أن المعادلة التالية تدل على التكوين العاملى لاختبار ما ،

د = ا١س١ + ا٢س٢ + ا٣س٣ + ا٤س٤ + ا٥س٥

ولنفرض أن

ا١ = ٠,٥ ، ا٢ = ٠,٧ ، ا٣ = ٠,٤ ، ا٤ = ٠,١ = ا٥ = ٠,٣

∴ د = ٠,٥س١ + ٠,٧س٢ + ٠,٤س٣ + ٠,١س٤ + ٠,٣س٥

يحسب مجموع مربعات هذه التشبعات بالطريقة التالية :

مجموع مربعات التشبعات = (٠,٥)٢ + (٠,٧)٢ + (٠,٤)٢ + (٠,١)٢ + (٠,٣)٢

= ٠,٢٥ + ٠,٤٩ + ٠,١٦ + ٠,٠١ + ٠,٠٩

= ١,٠٠

٤ — العوامل المشتركة والمنفردة

تنقسم العوامل فى صورتها الحديثة الى نوعين رئيسيين : مشتركة[1] ، ومنفردة [2] ، فأما المشتركة فتوجد فى اختبارين أو أكثر وأما المنفردة فتوجد فى اختبار واحد فقط وهى ما كان يسميها سبيرمان الخاصة رغم اشتمالها على الخاصة والمغتربة كما سنبين ذلك ،

وتنقسم المشتركة الى ثلاثة أنواع : فأما الأولى فتوجد فى

---

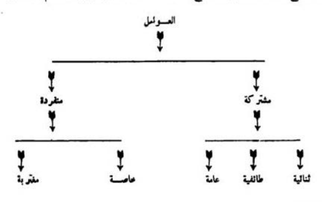
(١) عوامل مشتركة Common Factors

(٢) عوامل منفردة Unique Factprs

اختبارين فقط وتسمى بالثنائية (١) ، وأما الثانية فتوجد ثلاثة لاختبارات أو أكثر لكنهـا لا توجد فى جميع اختبـارات التجربة وتسمى طائفية لوجودها فى طائفة من تلك الاختبـارات ، وأما الثالثة فتوجد فى جميع اختبارات التجربة وتسمى عامة بالنسبة لتلك الاختبارات التى تحتوى عليهـــا •

وتنقسم المنفردة الى نوعين : فأما الأولى فهى التى تميز الاختبار عن غيره تمييزا حـادا قويا ، ولذا لا ترتبط بالأنواع المختلفة للعوامل المشتركة ولا بأنواع العوامل المنفردة وتسمى العوامل الخاصة ، وأما الثانية فتدل على عدم ثبات الاختبار أو الخطأ الاحصائى للمقياس ، ونقترح تسميتها المغتربة

والتنظيم التالى يوضح فكرة هذه العوامل ، ويؤكد وظيفة التحليل العاملى فى تصنيف الظواهر العلمية المختلفة ، وتقسيمها الى أصـول وفروع ، أو أجناس وأنواع ، شأنه فى ذلك شأن بقية العلوم الأخرى •



(١) عوامل ثنائية Doublet Factors
(٢) عوامل مغتربة Factors of Unreliability

وبذلك تتلخص الصـــورة العامة للتحـــليل الطائفى فى المعـــادلة التـــالية :

الدرجة المعيارية = اسهـ سسهـ + ا ن س نَ

= اسهـ س سهـ + ا ط س ط + ا خ س خ + ا غ س غ

حيث يدل الرمز ش على العوامل المشتركة

والرمز ف على العوامل المنفردة

والرمز ط على العوامل الطائفية

والرمز خ على العوامل الخاصة

والرمز غ على العوامل المغتربة

وقد أغفلنا ذكر العوامل الثنائية فى تلك المعادلة لأنها حالة خاصة من العوامل الطائفية التى مازالت فى سبيل التكوين .

٥ ــ علاقة الاشتراكيات بتشبعات العوامل :

∵ مجموع مربعات التشبعات يساوى تباين الدرجات المعيارية للاختبار ، وهذا بدوره يساوى واحدا صحيحا .

و ∵ هذه التشبعات تدل على العوامل المشتركة والمنفردة .

∴ فتباين الدرجات المعيارية يدل على مجموع التباين الاشتراكى والمنفردة ، أى أن :

تباين الدرجات المعيارية للاختبار .

= مجموع تباين العوامل المشتركة + مجموع تبـــاين العـــوامل المنفردة ، لكن تباين الدرجات المعيارية للاختبار = ١

١ = ح٢ر + ن ٢

حيث يدل الرمز $\text{ش}^{٢}$ على تباين العوامل المشتركة ، التى تسمى اصطلاحيا بالاشتراكيات[1] .

ويدل الرمز $\text{ف}^{٢}$ على تباين العوامل المنفردة .

$$\therefore \quad \text{ش}^{٢} = ١ - \text{ف}^{٢}$$

هذا ويهدف التحليل العاملى الى معرفة الاشـتراكيات $\text{ش}^{٢}$ ، ثم يستنتج منها تباين العوامل المنفردة أو $\text{ف}^{٢}$ بالمعادلة السابقة .

وبما أن $\text{ف}^{٢}$ تتكون من تباين العامل الخاص ، والعامل الاغترابى. وبما أن تباين العامل الاغتـرابى يرتبط بثبات الاختبار الذى يحسب تجريبيا من الدرجـات . اذن يمكن استنتاج القيمة العـددية للعامل الخـاص .

هذا وغالبا ما ينتهى التحليل عند معرفة تشبعات العوامل المشتركة لأنها المحور الذى تقوم عليه مكونات الاختبارات والمقاييس المختلفة ، ولأنها تمهد السبيل لتصنيف تلك النواحى تبعـاً لـما بينها من تداخل وتشابك .

٦ — علاقة الارتباط بتشبعات العوامل المشتركة :

يدل التحليل التالى على أن ارتباط أى اختبارين يساوى مجموع حاصل ضرب تشبعات العوامل المشتركة . فاذا فرضنا مثلاً أن المعادلة التى تدل على المكونات العاملية لدرجة فرد ما فى اختبار الحساب هى :

$$\text{د}_{١} = \text{أ}_{١}\text{س}_{١} + \text{أ}_{٢}\text{س}_{٢}$$

وأن المعادلة التى تدل على المكونات العاملية لدرجـة هذا الفرد فى اختبار الجبر هى :

$$\text{د}_{\text{ب}} = \text{ب}_{١}\text{س}_{١} + \text{ب}_{٢}\text{س}_{١}$$

---

(١) الاشتراكيات Communalities

حيث يدل الرمز $\text{د}_{\text{أ}}$	على الدرجة المعيارية الفـرد فى اختبـار الحساب
والرمز $\text{د}_{\text{ب}}$	على الدرجة المعيارية للفـرد فى اختبـار الجبـر
والرمز أ_1	على تشـبع اختبار الحســـاب بالعامل الأول
والرمز أ_2	على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثانى
والرمز ب_1	على تشبع اختبار الجبر بالعامل الأول
والرمز ب_2	على تشبع اختبار الجبر بالعامل الثانى
والرمز س_1	على الدرجة المعيارية للفردفى العامل الأول
والرمز س_2	على الدرجة المعيارية للفرد فى العامل الثانى

فاننا نحصل على المعادلة التالية بضرب المعادلة الأولى فى الثانية .

$$\text{د}_{\text{أ}}\,\text{د}_{\text{ب}} = \text{أ}_1\text{ب}_1\text{س}_1^2 + \text{أ}_2\text{ب}_2\text{س}_2^2 + \text{أ}_1\text{ب}_2\text{س}_1\text{س}_2 + \text{أ}_2\text{ب}_1\text{س}_1\text{س}_2$$

ويحسب المتوسط بالجمع والقسمة على عدد الأفراد المساوى لـ ن كما يلى :

$$\frac{\text{مجـ د}_{\text{أ}}\text{د}_{\text{ب}}}{\text{ن}} = \text{أ}_1\text{ب}_1\frac{\text{مجـ س}_1^2}{\text{ن}} + \text{أ}_2\text{ب}_2\frac{\text{مجـ س}_2^2}{\text{ن}} + \text{أ}_1\text{ب}_2\frac{\text{مجـ س}_1\text{س}_2}{\text{ن}} + \text{أ}_2\text{ب}_1\frac{\text{مجـ س}_1\text{س}_2}{\text{ن}}$$

ولـــكن :

$$\therefore \frac{\text{مجـ د}_{\text{أ}}\text{د}_{\text{ب}}}{\text{ن}} = \text{معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى ،}$$

لأن $\text{د}_{\text{أ}}$ ، $\text{د}_{\text{ب}}$ ، درجات معيارية

$$\therefore \quad \frac{\text{مج و}_1 \text{ ق ن}}{\text{ن}} = \text{ر}_{\text{ا ن}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{مج س}_1^2}{\text{ن}} = \text{تباين الدرجات المعيارية للعامل الأول}$$

$$\frac{\text{مج س}_1^2}{\text{ن}} = 1$$

$$\therefore \quad \frac{\text{مج س}_1^2}{\text{ن}} = \text{تباين الدرجات المعيارية للعامل الثانى}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{مج س}_2^2}{\text{ن}} = 1$$

$\therefore \quad \frac{\text{مج س}_1 \text{ س}_2}{\text{ن}} =$ معامل ارتباط العامل الأول بالعامل الثانى ، وبما أن هذه العوامل غـــير مرتبطة ، اذن فمعامل ارتباطهـا يساوى صفرا •

$$\therefore \quad \frac{\text{مج س}_1 \text{س}_2}{\text{ن}} = \text{صفر}$$

وعندما نعوض هذه القيم فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$\text{ر}_{\text{ا ن}} = \text{ا}_1\text{ب}_1 + \text{ا}_2\text{ب}_2 + \text{صفر} + \text{صفر}$$

$\therefore \quad \text{ر}_{\text{ا ن}} = \text{ا}_1\text{ب}_1 + \text{ا}_2\text{ب}_2$ فى مثالنـــا هذا •

وهكذا بالنسبة لأى عدد من الاختبارات والعوامل المشتركة •

فاذا فرضنا أن $ا_{1}$ = ٠,٤ ، $ب_{1}$ = ٠,٥

وأن $ا_{2}$ = ٠,٣ ، $ب_{2}$ = ٠,٢

∴ $ر_{اب}$ = $ا_{1}ب_{1} + ا_{2}ب_{2}$

= ٠,٤ × ٠,٥ + ٠,٣ × ٠,٢

= ٠,٢٠ + ٠,٦

= ٠,٢٤

ولهذه الفكرة أهميتها الاحصائية فى معرفة العوامل المشتركة كما سنرى ذلك فى تحليلنا المقبل لطريقة حساب تشبعات تلك العوامل .

اختيار الاختبارات المناسبة للتحليل العاملى :

يلجأ المشتغلون بالتحليل العاملى الى تنظيم الاختبارات التى يهدفون الى تحليلها بحيث يكشفون بذلك التنظيم عن الأنواع الرئيسية لتلك الاختبارات وعن عدد كل نوع منها ، وعن مدى تعقيد أو بساطة الميادين التى تقيسها تلك الاختبارات ، وعن مستويات الصعوبة والسهولة التى تصل اليها مستويات القياس المختلفة .

وسنحاول فى الفقرات التالية أن نبين أثر هذه النواحى على عملية التحليل العاملى ونتائجها النهائية .

١ — علاقة عدد الاختبارات بعدد العوامل :

يحدد الباحث بادىء ذى بدء ميدان قياسه ومجال دراسته ، ثم يقسمه الى أنواع رئيسية ، ثم يمثل كل نوع من هذه الأنواع بثلاثة اختبارات أو أكثر .

وتقوم فكرة هذا التصنيف على ما قامت عليه فكرة العينة الطبقية ، حتى يحقق البحث قياس الامتدادات المختلفة لميدان تلك الدراسة • فقياس القدرة العددية مثلا بنوع واحد من الاختبارات التى تقوم على عملية الطرح قصور فى خطة البحث وخطأ فى تنظيمه • ولذا يجب أن يشتمل قياس هذه القدرة على العمليات الحسابية الرئيسية التى تتلخص فى الجمع والطرح والضرب والقسمة ، وأن يحتوى أيضـا على التفكير الحسابى وغير ذلك من النواحى المختلفة ، لذلك النشـاط • وستقرر نتائج التحليل الأهمية النسبية لتلك الاختبارات وتحدد أكثر الاختبارات تشبعا بهذه القدرة ، وقد يستبعد هذا التحليل بعض تلك الاختبـارات وخاصة عندما يهبط تشبعها بالعامل الى الصفر •

هذا ويعتمد تحديد عدد الاختبارات كل عامل بثلاثة على المعادلة التـالية :

ر ≧ ½ [(٢ن + ١) − √(٨ن + ١)]

حيث يدل الرمز ر على عدد العوامل(١)

ويدل الرمز ن على عدد الاختبارات

ويدل الرمز ≧ على أقل من ، أو يساوى

فاذا فرضنا أن ن = ١

∴ ر ≧ ½ [٢ × ١ + ١) − √(٨ × ١ + ١)

≧ ½ [٣ − √٩]

≧ ½ [٣ − ٣]

∴ ر ≧ صفر

---

(١) رمزنا إلى عدد العوامل بالرمز ر لأنه يدل على رتبة مصفوفة الإرتباط •

وهكذا لا يصلح اختبار واحد لفصل واحد •

واذا فرضنا أن $ن = ٢$

$$\therefore ر \leq \tfrac{١}{٢}\left[(٢\times٢+١)-\sqrt{٨\times٢+١}\right]$$
$$\leq \tfrac{١}{٢}\left[٥-\sqrt{١٧}\right]$$
$$\leq \tfrac{١}{٢}\left[٥-٤,١٢\right]$$
$$\leq \tfrac{١}{٢}\times ٠,٨٨$$
$$\therefore ر \leq ٠,٤٤$$

اذن فعندما يصبح عدد الاختبارات مساويا لـ ٢ يصبح عـدد العوامل مساويا لـ ٤٤ر٠ وهذا أقل من الواحد الصحيح •

واذا فرضنا أن $ن = ٣$

$$\therefore ر \leq \tfrac{١}{٢}\left[(٣\times٢+١)-\sqrt{٨\times٣+١}\right]$$
$$\leq \tfrac{١}{٢}\left[٧-\sqrt{٢٥}\right]$$
$$\leq \tfrac{١}{٢}\left[٧-٥\right]$$
$$\therefore ر \leq ١$$

اذن فعندما يصبح عدد الاختبارات مساويا لـ٣ يصبح عـدد العوامل مساويا لعامل واحد ، وبذلك نرى أن أقل عدد من الاختبارات يصلح لفصل العامل هو ٣ •

ويمكن أن نبين أن عدد الاختبارات التى تؤدى الى فصل عاملين يساوى ٥ وذلك بالتعويض فى المعـادلة السـابقة ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية •

$$ر = \frac{1}{2}\left[(٢ \times ٥ + ١) - \sqrt{٨ \times ٥ + ١}\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[٢ \times ١١ - \sqrt{٤١}\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[١١ - ٦,٤٠\right]$$
$$= \frac{1}{2} \times ٤,٦٠$$
$$\therefore ر = ٢,٣ \text{ أى ٢ تقريباً}$$

ويمكن أيضا أن نبين أن عدد الاختبارات التى تؤدى الى فصل ٣ عوامل هو ٦ وهكذا نستطيع أن نقرر العدد المناسب من الاختبارات لفصل العوامل المختلفة وذلك بالتعويض فى المعادلة السابقة •

هذا ويدل الجدول [١] رقم ١٨٧ على علاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات •

عدد العوامل	عدد الاختبارات	عدد العوامل	عدد الاختبارات
١	٣	٦	١٠
٢	٥	٧	١٢
٣	٦	٨	١٣
٤	٨	٩	١٤
٥	٩	١٠	١٥

(جدول ١٨٧)
علاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات

ويبين هذا الجدول التداخل القائم بين الاختبارات فى فصلها للعوامل • وهكذا نستطيع مثلا أن نفسر فصل ٥ اختبارات لعاملين بالطريقة المبينة بالجدول رقم ١٨٨ •

---

(١) Thurstone, L.L, Multiple. - Factor Analyeis. 1947.P. 294.

الاختبارات	العامل الاول	العامل الثانى
ا	×	
ب	×	
ح	×	×
د		×
ﻫ		×

(جدول ١٨٨)

إحدى الصور الممكنة لتشبعات ٥ اختبارات بعاملين

حيث يدل العمود الأول على الاختبارات وتدل علامات (×) المبينة بالعمود الثانى على تشبعات الاختبارات أ ، ب ، حـ ، بالعامل الأول ، وتدل أيضا علامات (×) المبينة بالعمود الثالث على تشبعات الاختبارات حـ ، د ، ﻫ بالعامل الثانى ، وهكذا ندرك أن كل عامل من هذين العاملين قد قام فى جوهره على ثلاثة اختبارات ، وأن تشبعات الاختبار حـ ترتبط بالعامل الأول والثانى ، وبذلك يصبح هذا الاختبار أكثر تعقيداً من الاختبارات الأخرى لاحتوائه على عاملين •

٢ — التعقيد والبساطة :

يقاس مدى تعقيد الاختبار وبساطته بعدد العوامل المشبع بها ، وأبسط الاختبارات ما كان مشبعا بعامل واحد ، وبذلك تصبح الاختبارات أ ، ب د ، ﻫ المبينة بالجدول رقم ١٣٤ أبسط عامليا من الاختبارات ج لتشبع كل منها بعامل واحد فقط ولتشبع الاختبار ج بالعاملين الأول والثانى معا •

وبما أن هدف التحليل العاملى هو فصل العوامل المختلفة فصلا واضحا متمـايزا ، اذن فالاختبارات المعقدة تعوق عملية الفصل والاختبارات البسيطة تؤدى الى سهولة التحليل ووضوح العوامل وتمايزها •

وللبساطة أهميتها القصوى فى عملية تحويل العوامل الى قدرات بادارة محاورها كما سنبين ذلك فى دراستنا لهذه الفكرة ، وهكذا يحول تعقيد الاختبارات دون الادارة الناجحة لتلك المحاور ، ويحول أيضا دون التفسير النفسى للعوامل التى يسفر عنها التحليل لتداخلها وانتشارها فى الأبعاد المختلفة للظاهرة التى نبحثها •

ويرتبط التعقيد العاملى للاختبارات ارتباطا مباشرا بتحليل مكوناتها ، ولما كان هذا التحليل لا يتحقق الا بعد اعداد الاختبارات وحساب معاملات ارتباطها ، لذلك يلجأ العلماء فى تصنيفهم التمهيدى لتلك الاختبارات الى معرفة العمليات العقلية التى تعتمد عليها استجاباتها ، ويعتمدون أيضا على نتائج الدراسات العاملية السابقة لتلك الاختبارات أو لأشباهها •

٣ — مستوى السهولة والصعوبة :

تدل نتائج الأبحاث التى قام بها جيلفورد J.P. Guilford(١) وبيرت C.Burt ، وجون E.John وهرتزمان M.Hertzman وفرجسون G.A. Ferguson وفيرنون P.E. Vernon على وجود عامل نفسى جديد

(١) Guilford, J.P. The Difficulty of a Test and its Factor Composition. Psychom Vol. 6. 1941.P.P. 67—77.

(٢) Vernon, P.E. An Application of Factoril Analysis to the Study of test item B.J. Psychol. Stat. Sec., Vol, III, 1950, P.P. 1—16.

يدل على مستوى صعوبة الاختبارات • وبذلك قد تتحـول الاختبارات السهلة الى مجرد اختبارات فى سرعة الاجابة لأنها تعجز عن أن تصل الى المستوى المناسب للدلالة على العامل والقدرة ، ولأنها تقـارب بين مستويات الذين يعلمون والذين لا يعلمون •

وقد تحول الاختبارات الصـعبة دون وضـوح الفروق الجوهرية القائمة بين الأفراد وذلك لصغر انحرافها المعيارى وتباينها ، ولذا يجب أن يكون مستوى صعوبة الاختبار مناسبا للتحليل •

وقد سبق أن درسنا أصلح المسـتويات لقياس الفروق الفردية وحددناه بنسبة ٥٠ر• لأن التباين يصل فى هذه الحالة الى نهايته العظمى المساوية لـ ٢٥ر• ولذا يجب أن تقترب جميع الاختبارات التى نهدف الى تحليلها من ذلك المستوى لنحصل بذلك على أكبر ما يمكن من التباين • أى أن أصلح هذه الاختبارات هى المتوسطة فى صعوبتها •

حساب العوامل المشتركة بالطريقة التقاربية :

يبدأ التحليل العاملى بالمصـفوفة الارتباطية الشـاملة لاختبارات البحث وينتهى الى تلخيصها فى المصفوفة العاملية الموجزة • وتهدف هذه العوامل الى تصـنيف الاختبارات فى فئات أو تجمعات متجانسة بحيث تقيس كل فئة عاملا من تلك العوامل • وتعتمد هذه العملية على فرض قيم عددية للاشـتراكيات ليبدأ بها التحليل ، وتنتهى بحسـاب القيم العددية الصحيحة لتلك الاشتراكيات ، ثم تلجأ الى مقارنة القيم الفرضية بالقيم المحسوبة ، فاذا كان الفرق كبيرا فعلى الباحث أن يعيد التحليل للمرة الثانية بالاشتراكيات التى أسفر عنها التحليل الأول ، ثم يقارن الاشتراكيات الناتجة منذلك التحليل بالاشتراكيات التى بدأ بها التحليل، وهكذا تستمر هذه العملية حتى يختفى ذلك الفرق • وقد سبق أن بينا أن الاشتراكيات الاختبارية تساوى مجموع مربعات تشبعات الاختبار

بالعوامل المشتركة • وبما أن التشبعات لا تعرف الا عندما ينتهى التحليل ، وبما أن التحليل يبدأ بها ، اذن فمشكلة التحليل العاملى تتلخص فى المعرفة الدقيقة لتلك الاشتراكيات •

هذا ويحاول المشتغلون بالتحليل العاملى أن يفترضوا قيما عددية لتلك الاشتراكيات قبل بدء التحليل ، فمنهم من يجعلها تساوى الواحد الصحيح ومنهم من يجعلها تساوى معامل ثبات الاختبار ، ومنهم من يختار أعلى معاملات كل اختبار ليجعلها مساوية لاشتراكياته ، ومنهم من يحاول أن يحسب قيمتها بطرق ملتوية لا تسلم من النقد الرياضى •

وقد توصل مؤلف هذا الكتاب الى طريقة جديدة فى التحليل العاملى لا تتأثر بالقيم المختلفة لتلك الاشتراكيات الفرضية لأنها تؤدى الى نفس النتائج مهما اختلفت القيم الفرضية للاشتراكيات ، حتى ولو أصبحت تلك الاشتراكيات الفرضية مساوية للصفر ، ولأنها تظل تعيد حساب تشبعات كل عامل على حدة حتى تثبت قيمها العددية ولا تتأثر بعد ذلك بأى حساب آخر • وتسمى هذه الطريقة بالتقاربية (١) لأنها تقترب من القيم الحقيقية لتشبعات الاختبارات بكل عامل من عواملها خطوة اثر خطوة حتى تصل الى النتيجة النهائية التى تقف عندها عملية الكشف عن ذلك العامل • وهى تقوم فى فكرتها الرياضية على خضوع التشبعات التقديرية المتتابعة للعامل الواحد للتسلسلات العددية التقاربية (٢) وتتفق هذه الطريقة الجديدة مع الطريقة المركزية(٣) لثيرستون L.L.Thurstone فى العمليات الحسابية الأولى لتقدير تشبعات العامل ، وتختلف عنها فى حسابها لكل عامل على حده حسابا دقيقا نهائيا ، وتشبه أيضا فى خطوتها

---

(١) يقترح المؤلف التسمية الإنجليزية التالية لهذا الطريقة Convergent Method

(٢) المتسلسلات التقاربية Convergent Series

(٣) الطريقة المركزية Centroid Method

الأولى طريقة الجمع البسيط (١) لبيرت C. Burt ولكنها تختلف عنها فى عدم تأثرها بترتيب المصفوفة الارتباطية ، وتختلف عنها أيضا فى تقديرها النهائى لتشبعات كل عامل •

هذا وسنوضح المعالم الإحصائية لهذه الطريقة بالتفصيل فى الخطوات التالية :

١ ـ مصفوفة الارتباط

يبدأ التحليل العاملى برصد المعاملات الارتباطية فى جدول متناسق بالنسبة لقطره • ويسمى هذا الجدول بمصفوفه (٢) معاملات الارتباط ، كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٨٩) •

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مجـ
١		٠,٤٨	٠,٣٦	٠,٤٠	٠,٥٨	٠,٣٠	٢,١٢
٢	٠,٤٨		٠,٠٠	٠,١٦	٠,٧٢	٠,٠٨	١,٤٤
٣	٠,٣٦	٠,٠٠		٠,٦٣	٠,٠٩	٠,٥٤	١,٦٢
٤	٠,٤٠	٠,١٦	٠,٦٣		٠,٢٥	٠,٤٤	١,٨٨
٥	٠,٥٨	٠,٧٢	٠,٥٩	٠,٠٩		٠,١٥	١,٧٩
٦	٠,٣٠	٠,٠٨	٠,٥٤	٠,٥٤	٠,٤٤		١,٥١
مجـ	٢,١٢	١,٤٤	١,٦٢	١,٨٨	١,٧٩	١,٥١	١٠,٣٦

(جدول ١٨٩)

مصفوفة معاملات ارتباط ستة اختبارات

حيث يدل العمود الرأسى الأول والسطر الأفقى الأول على أرقام الاختبارات ، وتدل الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة على معاملات الارتباط • فمثلا معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى يساوى

---

(١) طريقة الجمع البسيط Simple Summation Method

(٢) مصفوفة الإرتباط Correlation Matrix

٤٨ر • ومعامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثالث يساوى ٣٦ر •
وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا الجدول • وبما أن معامل ارتباط الاختبار
الأول بالاختبار الثانى يساوى معامل ارتباط الاختبار الثانى بالاختبار
الأول وهكذا بالنسبة لجميع الاختبارت الأخرى اذن فمعاملات ارتباط
خلايا السطر الأفقى الداخلى الأول تساوى معاملات ارتباط خلايا العمود
الرأسى الداخلى الأول وبذلك تتناسق خلايا تلك المصفوفة فى اتجاهيها
الأفقى والرأسى •

وتسمى كل خلية تدل على معامل ارتباط الاختبار بنفسه بالخلية
القطرية (١) وقد تركت جميع الخلايا القطرية فى تلك المصفوفة شاغرة
لأنها تدل فى جوهرها على الاشتراكيات المجهولة •

وتبدأ العمليات الحسابية بجمع أعمدة المصفوفة ، وجمع أسطرها
الأفقية لنعلم من ذلك مجموع معاملات ارتبـاط كل اختبار ولنراجع
هذه العمليات وذلك بمقارنة الاسـطر الأفقيـة بالاعمدة الرأسـيـة
التى تناظرها •

٣ — تشبعات العامل الأول :

تعتمد طريقة حساب تشبعات العامل الاول على مجموع معاملات
ارتباط كل اختبار من اختبارات المصـفوفة السابقة ، أى على السطر
الأخير من تلك المصفوفة • وتقوم فكرة الطريقة التقاربية على التقدير
الأولى لتشبعات العامل الأول مباشرة من تلك المجاميع دون الاعتمـاد
على التقدير الفردى للاشـتراكيات أى أن الاشتراكيات بهذا المعنى
تسـاوى صفراً •

وتتلخص الخطوة الأولى فى حساب حاصل جمع معامل ارتباط كل

---

(١) الخلية القطرية Diagonal Cell

اختبار ثم قسمة هذا الناتج على الجذر التربيعي للمجموع الكلى لمعاملات الارتباط ، وبذلك نحصل على التقدير الأول لتشبعات العامل الأول ، أى أن :

$$ا = \frac{مجـ ر}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}}$$

حيث يدل الرمز ا على تشبع أى اختبار بالعامل الأول .

ويدل الرمز مجـ ر على حاصل جمع معاملات ارتباط أى المصفوفة .

كما يوضح ذلك السطر الدال على التقدير الأول لتشبعات العامل الأول فى الجدول رقم (١٩٠) المبين فى الصفحة التالية .

وقد حسب هذا التقدير بالطريقة التالية :

١ — المجموع الكلى لمعاملات الارتباط مجـ (مجـ ر) = ١٠٫٣٦

٢ — الجذر التربيعى لهذا المجموع $\sqrt{مجـ (مجـ ر)}$ = ٣٫٢١٨٧

٣ — مقلوب الجذر التربيعى لهذا المجموع $\frac{1}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}}$
= ٠٫٣١٠٧

٤ — التقدير الأول لتشبعات العامل الأول $ا_1$ بالاختبار الأول هو

$$مجـ ر_1 \left(\frac{1}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}}\right) = ٢٫١٢ \times ٠٫٣١٠٧ = ٠٫٦٦$$

وهكذا بالنسبة للاختبارت الأخرى .

وبما أن الاشتراكيات تساوى حاصل جمع مربعات التشبعات ، وبما أننا لم نحصل الا على تشبعات العامل الاول . اذن نستطيع أن نحسب الاشتراكيات الناتجة عن هذا العامل وذلك بتربيع التشبعات

	الاختبارات ١	٢	٣	٤	٥	٦	مج(مج ر)	√مج(مجر)	√مج(مج ر)
مج ر	٢,١٢	١,٤٤	١,٦٢	١,٨٨	١,٧٩	١,٤١	١٠,٣٦	٣,٢١٨٧	٠,٣١٠٧
ا١	٠,٦٦	٠,٤٥	٠,٥٠	٠,٥٨	٠,٥٦	٠,٤٧	٣,٢٢		
ا١²	٠,٤٤	٠,٢٠	٠,٢٥	٠,٣٤	٠,٣١	٠,٢٢			
مج ر + ا١²	٢,٥٦	١,٦٤	١,٨٧	٢,٢٢	٢,١٠	١,٧٣	١٢,١٢	٣,٤٨١٤	٠,٢٨٧٢
ا٢	٠,٧٤	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٤	٠,٦٠	٠,٥٠	٣,٤٩		
ا٢²	٠,٥٥	٠,٢٢	٠,٢٩	٠,٤١	٠,٣٦	٠,٢٥			
مج ر ¼ ا٢²	٢,٦٧	١,٦٦	١,٩١	٢,٢٩	٢,١٥	١,٧٦	١٢,٤٤	٣,٥٢٧٠	٠,٢٨٣٥
ا٣	٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠	٢,٥٣		
ا٣²	٠,٥٨	٠,٢٢	٠,٢٩	٠,٤٢	٠,٣٧	٠,٢٥			
مج ر + ا٣²	٢,٧٠	١,٦٦	١,٩١	٢,٣٠	٢,١٦	١,٧٦	١٢,٤٩	٣,٥٣٤١	٠,٢٨٣٠
ا٤	٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠	٢,٥٣		

(جدول ١٩٠)

حساب تشبعات العامل الأول بالطريقة العقارية

التى حصلنا عليها • أى بتربيع قيم $ا_١$ كما يدل على ذلك السطر المسمى $ا_١^٢$

وبذلك نستطيع أن نحسب التقدير الثانى للتشبعات وذلك باضافة تلك الاشتراكيات الى مجموع معاملات ارتباط كل اختبار من تلك الاختبارات • كما يدل على ذلك السطر المسمى $مجـ ر + ا_١^٢$

فمثلا $مجـ ر_١ = ٢,١٢$

وتشبع الاختبار الأول = ٠,٦٦

واشتراكى هذا الاختبار = $(٠,٦٦)^٢$

= ٠,٤٤

∴ $مجـ ر + ا_١^٢$ = ٢,١٢ + ٠,٤٤

= ٢,٥٦

وهكذا بالنسبة لبقية الاختبارات • ثم نستخرج التقدير الثانى $ا_٢$ لتشبعات العامل الأول بنفس الطريقة التى حسبنا بها التقدير الأول لتلك التشبعات ، ونظل نعيد هـذه العملية حتى نرى أن التقـديرات أصبحت ثابتة • فاذا قارنا مثلا التقدير الثالث لتلك التشبعات بالتقدير الرابع نجد أن الفروق القائمة بينهما قد تلاشت تماما • وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الأول مساوية للقيم العـددية التى يدل عليها الجدول رقم (١٩١) •

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
التشبعات النهائية بالعامل الأول	٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠

(جدول ١٩١)

التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الأول

وسيدرك القارىء السبب الذى من أجله سميت هذه الطريقة بالتقاربية عندما يقارن التقديرات المتتالية لحاصل جمع التشبعات كما يدل على ذلك التحليل التالى :

مجـ أ١ = ٣,٢٢
مجـ أ٢ = ٣,٤٩
مجـ أ٢ = ٣,٥٣
مجـ أ٤ = ٣,٥٣

ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لتلك التقديرات بالطريقة التاليــة :

مجا٢ − مجا١ = ٣,٤٩ − ٣,٢٢ = ٠,٢٧
مجا٣ − مجا٢ = ٣,٥٣ − ٣,٤٩ = ٠,٠٤
مجا٤ − مجا٣ = ٣,٥٣ − ٣,٥٣ = صفر

هذا وتدل الأسهم المبينة بخلايا العمود √مجـ(مجـر) على المراجعة الاحصائية لكل تقدير من تقديرات تشبعات العامل الأول وذلك لأن :

مجـ١ = مجـ (مجـ ر) × ١ / √مجـ (مجـ ر) = √مجـ (مجـ ر)

وبذلك تصبح عملية المراجعة سهلة وميسورة ، فمثلا تدل مراجعة التقدير الأول على أن :

مجـ أ١ / √مجـ (مجـ ر) = ٣,٢١٨٧ ٣,٢٢
= ٣,٢٢ تقريباً

وهكذا بالنسبة للتقديرات الآخرى .

٣ — مصفوفة تشبعات العامل الأول :

اذا فرضنا أن المصفوفة الارتباطية المبينة بالجدول رقم ١٣٦ لا تقوم فى جوهرها الا على تشبعات العامل الأول فقط باننا نستطيع أن نحصل على القيم العددية لتلك المصفوفة ، وذلك بضرب تلك التشبعات كما سبق أن بينا ذلك فى الخواص الاحصائية للتشبعات ، وهكذا يصبح معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى مساويا لحاصل ضرب تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول فى حاصل ضرب تشبع الاختبار الثانى بالعامل الأول •

و ∵ تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول ر١ = ٠,٧٦

وتشبع الاختبار الثانى بالعامل الأول ر٢ = ٠,٤٧

∴ معامل ارتباط الاختبار الأول بالثانى بفرض أن ذلك الارتباط لا يقوم الا على هذين التشبعين هو

ر١٢ = ٠,٧٦ × ٠,٤٧
= ٠,٣٦

وبما أن هذا الارتباط فى حقيقته ر١٢ = ٠,٤٨ كما يدل على ذلك جدول ١٨٩

∴ الفرق = ٠,٤٨ − ٠,٣٦
= ٠,١٢

وقد نشأ هذا الفرق فى فرضنا أن المصفوفة الارتباطية لا تقوم الا على عامل واحد ، وبذلك تتلخص الخطوات التالية فى حساب مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل عليها الجدول رقم (١٩٢) ثم حساب مصفوفة البواقى والكشف عن العامل الثانى بنفس الخطوات التى كشفنا بها عن العامل الأول •

التشبعات	(٠,٧٦)	(٠,٤٧)	(٠,٥٤)	(٠,٦٥)	(٠,٦١)	(٠,٥٠)
(٠,٧٦)		٠,٣٦	٠,٤١	٠,٤٩	٠,٤٦	٠,٣٨
(٠,٤٧)	٠,٣٦		٠,٢٥	٠,٣١	٠,٢٩	٠,٢٤
(٠,٥٤)	٠,٤١	٠,٢٥		٠,٣٥	٠,٣٣	٠,٢٧
(٠,٦٥)	٠,٤٩	٠,٣١	٠,٣٥		٠,٤٠	٠,٣٣
(٠,٦١)	٠,٤٦	٠,٢٩	٠,٣٣	٠,٤٠		٠,٣١
(٠,٥٠)	٠,٣٨	٠,٢٤	٠,٢٧	٠,٣٣	٠,٣١	

جدول ١٩٢
مصفوفة تشبعات العامل الأول وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الأول

وتتلخص طريقة مراجعة مصفوفة التشبعات فى مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخلايا الأعمدة الرأسية التى تناظرها ، كما تدل على ذلك المقارنات التالية :

خلايا السطر الأفقى الأول : ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨
خلايا العمود الرأسى الأول : ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨

خلايا السطر الأفقى الثانى : ٠,٣٦ - ٠,٢٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤
خلايا العمود الرأسى الثانى : ٠,٣٦ - ٠,٢٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤

خلايا السطر الأفقى الثالث : ٠,٤١ ٠,٢٥ - ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧
خلايا العمود الرأسى الثالث : ٠,٤١ ٠,٢٥ - ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذه المصفوفة .

٤ — **مصفوفة بواقى العامل الأول :**

تحسب مصفوفة بواقى العامل الأول بطرح مصفوفة تشبعات هذا العامل من المصفوفة الارتباطية . وتعتمد الخطوات الحسابية لهذه

العملية على طرح كل خلية من خلايا الجدول رقم (١٩٢) من الخليـة التى تناظرها فى الجدول رقم (١٨٩) كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٩٣)

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مج ر
١		+ ٠,١٢	٠,٠٥−	٠,٠٩−	+ ٠,١٢	٠,٠٨−	+ ٠,٠٢
٢	+ ٠,١٢		٠,٢٥−	٠,١٥−	+ ٠,٤٣	٠,١٦−	٠,٠١−
٣	٠,٠٥−	٠,٢٥−		+ ٠,٢٨	٠,٢٤−	+ ٠,٢٧	+٠,٠١
٤	٠,٠٩−	٠,١٥−	+ ٠,٢٨		٠,١٥−	+ ٠,١١	٠,٠٠
٥	+ ٠,١٢	+ ٠,٤٣	٠,٢٤−	٠,١٥−		٠,١٦	٠,٠٠
٦	٠,٠٨−	٠,١٦−	+ ٠,٢٧	+ ٠,١١	٠,١٦−		٠,٠٢−
مج ر	+ ٠,٠٢	٠,٠١−	+ ٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٢−	٠,٠٠

(جدول ١٩٣)
مصفوفة بواقى العامل الأول

وبذلك حسبت خلايا السطر الأفقى الأول فى مصـــفوفة البواقى بالطريقة التالية :

خلايا السطر الأفقى الأول فى مصفوفة الارتباط :

٠,٤٨ ٠,٣٦ ٠,٤٠ ٠,٥٨ ٠,٣٠

خلايا السطر الأفقى فى مصفوفة التشبعات :

٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨

خلايا السطر الأفقى فى مصفوفة البواقى :

+ ٠,١٢ — ٠,٠٥ — ٠,٠٩ + ٠,١٢ — ٠,٠٨

وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

هذا وتعتمد طريقة مراجعة مصفوفة البواقى على ما يلى :

١ - مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخلايا الأعمدة الرأسية التى تناظرها كما راجعنا مصفوفة التشبعات المبينة بالجدول رقم (١٩٢) .

٢ - مقارنة مجموع الأسطر الأفقية بمجموع الأعمدة الرأسية التى تناظرها ، فمثلا مجموع السطر الأفقى الأول يساوى + ٠٫٠٢ ومجموع العمود الرأسى الأول يساوى+ ٠٫٠٢ وهكذا بالنسبة للاسطر والأعمدة الأخرى .

٣ - اقتراب المجموع الجبرى لأى سطر أو عمود من الصفر .
أى أن :

مجـ ر ← صفر

حيث يدل الرمز ← على (تقترب من)

وتدل البيانات العددية لهـذا الجدول على أن أكبر قيمة عددية لمجـ ر تساوى ٠٫٠٢

٥ - تغيير الاشارات السالبة لمصفوفة البواقى :

تدل مصفوفة البواقى المبينة بالجـدول رقم (١٩٣) على معاملات الارتباط القائمة بين الاختبارات بعد عزل أثر العامل الاول . وقد هبطت القيم العددية لتلك الارتباطات بعد طرح تشبعات هذا العامل حتى اصبح بعضها سالبا ، وأثر هذا الهبـوط على مجموع معـاملات ارتباط بعض الاختبارات فأصبحت هى الاخرى سالبة كمثل الاختبـار الثانى الذى أصبح مجموع ارتباطه مساويا لـ - ٠٫٠١ وكمثل الاختبار السادس الذى أصبح مجموع ارتباطه مساويا لـ - ٠٫٠٢

ويتطلب التحليل العاملي تحويل المجموع الســالب الى مجموع موجب ، وهذا يعنى عكس قياس الصفة ، فاذا كان الاختبار الســالب يقيس صفة كالكذب ، فانه يصبح مقياسا للصدق بعد عكس اشــارته الجبرية وتحويلها الى موجبة •

ويبدأ تغيير الاشــارات بالاختبار الذى يدل على أكبر مجمــوع سالب وهو فى مثالنا هذا ، الاختبار السادس لأن مجموعه يساوى — ٠٢ر٠ فنضع علامة سالبة أمام رقم الاختبار ثم نغير العلامات السالبة الى موجبة ، والموجبــة الى سالبة فى العمــود الرأسى الذى يدل على معاملات ارتباط هذا الاختبار وفى السطر الأفقى الذى يدل أيضا على تلك المعاملات كما يوضح ذلك الجدول رقم (١٩٤) •

الاختبارات	١	٢	—٣	—٤	٥	—٦
١		+ ٠,١٢	± ٠,٠٥	± ٠,٠٩	+ ٠,١٢	± ٠,٠٨
٢	+ ٠,١٢		± ٠,٢٥	± ٠,١٥	٠,٤٣	± ٠,١٦
—٣	± ٠,٠٥	± ٠,٢٥		+	± ٠,٢٤	+ ٠,٢٧
—٤	± ٠,٠٩	± ٠,١٥	+	+ ٠,٢٨	± ٠,١٥	+
٥	+ ٠,١٢	+ ٠,٤٣	+ ٠,٢٨	± ٠,١٥		+ ٠,١١
			± ٠,٢٤	+		± ٠,١٦
—٦	± ٠,٠٨	± ٠,١٦	+ ٠,٢٧	+ ٠,١١	± ٠١٦,	
مج ر	+ ٠,٠٢	—٠,٠١	+ ٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠٠	—٠,٠٢
مج ر (—٦)	+ ٠,١٨	+ ٠,٣١	—٠,٥٣	—٠,٢٢	+ ٠,٣٢	+ ٠,٠٢
مج ر (—٣)	+ ٠,٢٨	+ ٠,٨١	+ ٠,٥٣	—٠,٧٨	+ ٠,٨٠	+ ٠,٥٦
مج ر (—٤)	+ ٠,٤٦	+ ١,١١	+ ١,٠٩	+ ٠,٧٨	+ ١,١٠	± ٠,٨٧

(جدول ١٩٤)

تغيير الإشارات السالبة لمصفوفة البواقى

وبذلك يصبح مجموع معاملات ارتباط الاختبار السادس مساوياً لـ + ٠٫٠٢ بعد أن كان مساويا لـ — ٠٫٠٢ كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

معاملات ارتباط الاختبار السادس قبل تغيير الاشارات السالبة (+ ٦) هو :

— ٠٫٠٨ — ٠٫١٦ — ٠٫٢٧ + ٠٫١١ — ٠٫١٦ = — ٠٫٠٢

ومعاملات ارتباط الاختبار السادس بعد تغيير الاشارات السالبة (— ٦) هو :

+ ٠٫٠٨ + ٠٫١٦ — ٠٫٢٧ — ٠٫١١ + ٠٫١٦ = + ٠٫٠٢

وقد رصدنا المجموع الجديد لكل اختبار بعد تغيير الاشارة الجبرية للاختبار السادس فى السطر الأفقى المسمى مج ر (— ٦) فأصبح بذلك مجموع الاختبار الأول مساويا لـ + ٠٫١٨ بدل أن كان مساويا لـ + ٠٫٠٢ وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

وتدل نتيجة هذه العملية على أن أكبر مجموع سالب هو — ٠٫٥٣ ، واذا تغير اشارات الاختبار الثالث بنفس الطريقة التى غيرت بها اشارات الاختبار السادس ثم يرصد المجموع الجديد فى السطر المسمى مج ر (— ٣) وهكذا نرى أن المجموع السالب فى هذا السطر هو — ٠٧٨ ولذا تغير اشارات الاختبار الرابع بنفس الطريقة السابقة ، وتنتهى عملية تغيير الاشارات السالبة عندما يصبح مجموع معاملاتكل اختبار موجبا كما يدل على ذلك السطر الأخير المسمى مج ر (— ٤) .

٦ — حساب تشبعات العامل الثانى :

تحسب تشبعات العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك لجدول رقم (١٩٥) .

	الاختبارات						ج (جر)	√ج (جر)	1/√ج (جر)
	١	٢	٣-	٤-	٥	٦-			
جر	٠,٤٦	١,١١	١,٠٩	٠,٧٨	٠,١٠	٠,٧٨	٥,٣٢	٢,٣٠٦٥	٠,٤٣٣٦
ب١	٠,٢٠	٠,٤٨	٠,٤٧	٠,٣٤	٠,٤٨	٠,٣٤	٢,٣١	↑→	
$ب^{٢}_{١}$	٠,٠٤	٠,٢٣	٠,٢٢	٠, ٢	٠,٢٣	٠,١٢	٦,٢٨		٠,٣٩٩٠
جر + $ب^{٢}_{١}$	٠,٥٠	١,٣٤	٠,٣١	٠,٩٠	٠,٣٣	٠,٩٠	٢,٥٠	٢٥٠٠٦٠-	
ب٢	٠,٢٠	٠,٥٣	٠,٥٢	٠,٣٦	٠,٥٣	٠,٣٦		↑→	
$ب^{٢}_{٢}$	٠,٠٤	٠,٢٨	٠,٢٧	٠,١٣	٠,٢٨	٠,١٣	٦,٤٥		٠,٣٩٣٨
جر + $ب^{٢}_{٢}$	٠,٥٠	١,٣٩	١,٣٦	٠,٩١	١,٣٨	٦,٤٥	٢,٥٥	٢,٥٣٩٧	
ب٣	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٤	٠,٣٦		↑→	
$ب^{٢}_{٣}$	٠,٠٤	٠,٣٠	٠,٢٩	٩,١٣	٠,٢٩	٠,١٣	٦,٥٠		
جر + $ب^{٢}_{٣}$	٠,٥٠	١,٤١	١,٣٨	٠,٩١	١,٣٩	٠,٩١	٢,٥٦	٢,٥٤٩٥	٠,٣٩٢٢
ب٤	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦			
$ب^{٢}_{٤}$	٠,٠٤	٠,٣٠	٠,٢٩	٠,١٣	٠,٣٠	٠,١٣	٦,٥١		
جر + $ب^{٢}_{٤}$	٠,٥٠	١,٤١	١,٣٨	٠,٩١	١,٤٠	٠,٩١	٢,٥٦	٦,٥١	٠,٣٩١٩
ب ٥	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦		↑→	

ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات المتتالية بالطريقة التالية ·

مجـ ب ٣ – مجـ بَ١ = ٢,٥٠ – ٢,٣١ = ٠,١٩

مجـ ب ٣ – مجـ بَ٢ = ٢,٥٥ – ٢,٥٠ = ٠,٠٥

مجـ ب ٤ – مجـ بَ٣ = ٢,٥٦ – ٢,٥٥ = ٠,٠١

مجـ ب ٥ – مجـ بَ٤ = ٢,٥٦ – ٢,٥٦ = صفر

وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثانى مساوية للقيم العددية التى يدل عليها لجدول رقم (١٩٦) ·

الاختبارات	١	٢	-٣	-٤	٥	-٦
التشبعات النهائية بالعامل الثانى	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦

(جدول ١٩٦)
التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثانى

٧ — مصفوفة تشبعات العامل الثانى :

تحسب مصفوفة تشبعات العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٩٧) ·

وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة أثر العامل الثانى على معاملات الارتباط التى بدأ بها التحليل ، كما دلت مصفوفة تشبعات العامل الأول على أثر ذلك العامل فى معاملات الارتباط ·

التشبعات	(٠,٢٠)	(٠,٥٥)	(٠,٥٤)	(٠,٣٦)	(٠,٥٥)	(٠,٣٦)
(٠,٢٠)		٠,١١	٩,١١	٠,٠٧	٠,١١	٠,٠٧
(٠,٥٥)	٠,١١		٠,٣٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٢٠
(٠,٥٤)	٠,١١	٠,٣٠		٠,١٩	٠,٣٠	,٠١٩
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩		٠,٢٠	٠,١٣
(٠,٥٥)	٠,١١	٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٣٠		٠,٢٠
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩	٠,١٣	٠,٢٠	

(جدول ١٩٧)

مصفوفة تشبعات العامل الثانى وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الثانى

٨ ـ مصفوفة بواقى العامل الثانى وتغيير الاشارات السالبة :

تحسب مصفوفة بواقى العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة بواقى العامل الأول أى بطرح مصفوفة تشبعات العامل الثانى المبينة بالجدول رقم (١٩٧) من مصفوفة بواقى العامل الأول بعد تغيير اشارتها ، أى من المصفوفة المبينة بالجـدول رقم (١٩٤) ٠ وقد رصدنا نتائج هذه العملية فى الجدول رقم (١٩٨) ٠ ثم غيرنا الاشارات السالبة للاختبارات التى يدل مجموع خلاياها على علامات سالبة أى للاختبارات ٤ ، ٣ ، ٥ كما سبق أن بينـا ذلك فى تغيـيرنا لاشـارات مصفوفة بواقى العامل الثانى ٠

٩ ـ حساب تشبعات العامل الثالث :

تحسب تشبعات العامل الثالث بنفس الطريقة التى حسبت بهـا تشبعات العامل الثانى كما يدل على ذلك جدول (١٩٩) ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات بالطريقة التالية ٠

مجـ٢ – مجـ١ = ١,٢٢ - ١,١١ = ٠,١١

مجـ٣ – مجـ٢ = ١,٢٦ - ١,٢٢ = ٠,٠٤

مجـ٤ – مجـ١ = ١,٢٦ - ١,٢٦ = صفر

الاختبارات	١	٢	٣–	٤–	٥	٦–
١		+ ٠,٠١	+ –٠,٠٦	– + ٠,٠٢	+ ٠,٠١	– + ٠,٠١
٢	+ ٠,٠١		+ –٠,٠٥	+ –٠,٠٥	+ ٠,١٣	+ –٠,٠٤
٣–	+ –٠,٠٦	+ –٠,٠٥		+ + ٠,٠٩	+ –٠,٠٦	+ + ٠,٠٨
٤–	– + ٠,٠٢	+ –٠,٠٥	+ + ٠,٠٩		+ –٠,٠٥	– –٠,٠٢
٥	+ ٠,٠١	+ ٠,١٣	+ –٠,٠٦	+ –٠,٠٥		+ –٠,٠٤
٦–	– + ٠,٠١	+ –٠,٠٤	+ + ٠,٠٨	– –٠,٠٢	+ –٠,٠٤	
مجـ ر	–٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠١	–٠,٠١	–٠,٠١
مجـ ر (–٤)	–٠,٠٥	+ ٠,٠١٠	–١,١٨	+ ٠,٠١	+ ٠,٠٩	+ ٠,٠٣
مجـ (–٣)	+ ٠,٠٧	+ ٠,٢٠	+ ٠,١٨	+ ٠,١٩	+ ٠,٢١	–٠,١٣
مجـ ر (–٦)	+ ٠,٠٥	+ ٠,٢٨	+٠,٣٤	+ ٠,١٥	+ ٠,٢٩	+٠,١٣

جدول ١٩٨

مصفوفة بواقى العامل الثانى بعد تغيير الإشارات

	الاختبارات ١	٢	-٣	-٣	٥	-	مجـ(جـر)	√مجـ(جـر)	√(١ ÷ مجـ ر)
مجـ	٠,٠٥	٠,٢٨	٠,٣٤	٠,١٥	٠,٢٩	٠,١٣	١,٢٤	١,١١٣٦	٠,٨٩٨٠
جـ١	٠,٠٤	٠,٢٥	٠,٣١	٠,١٣	٠,٢٦	٠,١٢	١,١١		
$جـ_1^2$	٠,٠٠	٠,٠٦	٠,١٠	٠,٠٢	٠,٠٧	٠,٠١			
مجـ + $جـ_1^2$	٠,٠٥	٠,٣٤	٠,٤٤	٠,١٧	٠,٣٦	٠,١٤	١,٥٠	١,٢٢٤٧	٠,٨١٦٥
جـ٢	٠,٠٤	٠,٢٨	٠,٣٦	٠,١٤	٠,٢٩	٠,١١	١,٢٢		
$جـ_2^2$	٠,٠٠	٠,٠٨	٠,١٣	٠,٠٢	٠,٠٨	٠,٠١			
مجـ + $جـ_2^2$	٠,٠٥	٠,٣٦	٠,٤٧	٠,١٧	٠,٣٧	٠,١٤	١,٢٤٩٠	٠,٨٠٠٦	١,٢٤٩٠
جـ٣	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١١	١٨٢٦		
$جـ_3^2$	٠,٠٠	٠,٠٨	٠,١٤	٠,٠٢	٠,٠٩	٠,٠١			
مجـ + $جـ_3^2$	٠,٠٥	٠,٣٦	٠,٤٨	٠,١٧	٠,٣٨	٠,١٤	١,٥٨	١,٢٥٧٠	٠,٧٩٥٦
جـ٤	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١٤	١,٢٦		

(جدول ١٩٩) حساب تشبعات العامل الثالث بالطريقة التقاربية

وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعــامل الثــالث مساوية للقيم العددية التى يدل عليها الجدول رقم (٢٠٠) •

الاختبارات	١	٢	٣–	٤–	٥	٦–
التشبعات النهائية بالعامل الثالث	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,٣٨	٠,٣٠	٠,١١

(جدول ٢٠٠)
التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثالث

١٠ ــ مصفوفة تشبعات العامل الثالث :

تحسب مصفوفة تشبعات العامل الثــالث بنفس الطــريقة التى حسبت بها مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجــدول رقم (٢٠١) •

وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفــوفة أثر العامل الثــالث على

التشبعات	(٠,٠٤)	(٠,٢٩)	(٠,٣٨)	(٠,١٤)	(٠,١٤)	(٠,١١)
(٠,٠٤)		٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠٠
(٠,٢٩)	٠,٠١		٠,١١	٠,٠٤	٠,٠٤	٠,٠٣
(٠,٣٨)	٠,٠٢	٠,١١		٠,٠٥	٠,٠٥	٠,٠٤
(٠,١٤)	٠,٠١	٠,٠٤	٠,٠٥			٠,٠٢
(٠,٣٠)	٠,٠١	٠,٠٩	٠,١١	٠,٠٤	٠,٠٤	٠,٠٣
(٠,١١)	٠,٠٠	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٢	٠,٠٣	

جدول ٢٠١
مصفوفة تشبعات العامل الثالث وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الثالث

معاملات الارتباط التى بدأ بها التحليل • وهو كما يبدو أثر صغير جداً ، فأكبر القيم العددية لتلك الخلايا لا يتجاوز ١١ر٠ ، وأكثرها يقترب من الصفر أو يساويه •

١١ ــ مصفوفة بواقى العامل الثالث :

تحسب مصفوفة بواقى العامل الثالث بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة بواقى العامل الأول • كما يدل على ذلك الجـدول رقم (٢٠٢) •

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,٠٠٠	٠,٠٤	−٠,٠٣	٠,٠٠	−٠,٠١
٢	٠,٠٠		٠,٠٦	+٠,٠١	+٠,٠٤	+٠,٠١
٣	+٠,٠٤	−٠,٠٦		+٠,٠٤	−٠,٠٥	+٠,٠٤
٤	−٠,٠٣	+٠,٠١	+٠,٠٤		+٠,٠١	−٠,٠٤
٥	٠,٠٠	+٠,٠٤	−٠,٠٥	+,٠١		+٠,٠١
٦	−٠,٠١	+٠,٠١	+٠,٠٤	−٠,٠٤	+٠,٠١	
ج ر	٠,٠٠	٠, ٠	+٠,٠١	٠,٠١	+٠,٠١	+٠,٠١

وبذلك يدل هذا الجدول على مصفوفة البواقى النهائية التى يقف عندها التحليل لأن عدد الاختبارات لا يحتمل أكثر من ثلاثة عوامل كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لعلاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات ولأن القيم العددية لخلايا هذه المصفوفة أصغر من أن تحتوى على أى عامل آخر ، ولأن الخطأ المعيارى للعامل الثالث يدل على أن دلالته الاحصائية ليست من القوة بحيث تؤكد وجوده أو وجود عامل آخر بعده ، كما سنبين ذلك فى حسابنا للدلالة الاحصائية لتلك العوامل •

الاختبارات	تشبعات العوامل			مربعات التشغيل			الاشتراكيات	الانفراديات
	ا	ب	جـ	ا²	ت²	جـ²	ش²	ف²
١	٠,٧٦	٠,٢٠	٠,٠٤	٠,٦٨	٠,٠٤	٠,٠٠	٠,٦٢	٠,٣٨
٢	٠,٤٧	٠,٥٥	٠,٢٩	٠,٢٢	٠,٣٠	٠,٠٨	٠,٦٠	٠,٤٠
٣	٠,٥٤	٠,٥٤ −	٠,٣٨ +	٠,٢٩	٠,٢٩	٠,١٤	٠,٧٢	٠,٢٨
٤	٠,٦٥	٠,٣٦ +	٠,١٤ +	٠,٤٢	٠,١٣	٠,٠٢	٠,٥٧	٠,٤٣
٥	٠,٦١	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٣٧	٠,٣٠	٠,٠٩	٠,٧٦	٠,٢٤
٦	٠,٥٠	٠,٣٦	٠,١١ +	٠,٢٥	٠,١٣	٠,٠١	٠,٢٩	٠,٦١
المجموع				٣,١٣	١,١٩	٠,٣٤	٣,٦٦	٢,٣٤
المتوسط				٠,٣٥٥٠	.١٩٨٣	.٠٥٦٧	٠,٦١٠٠	٠,٢٩٠٠
النسبة المئوية				٣٥,٥٠	١٩,٨٣	٥,٦٧	٦١,٠٠	٣٩,٠٠


جدول ٢٠٣
تشبعات الاختبارات بعواملها المشتركة ، والاشتراكيات والانفراديات

النتيجة النهائية للتحليل العاملى :

ينتهى بنا التحليل العاملى بالطريقة التقاربية الى فصل ثلاثة عوامل مشتركة أ ، ب ، حـ ، وتتلخص تشبعات الاختبار أ ت المختلفة بتلك العوامل فى الجدول رقم (٢٠٣) .

وهكذا نرى أن العامل الاول أ مشترك بين جميع اختبارات هذا البحث ، فهو بهذا المعنى عام بالنسبة لتلك الاختبارات كما تدل على ذلك تشبعاته حيث يبلغ أكبرها ٠٫٧٦ وأقلها ٠٫٤٧ ولكن هـذه العمومية مقصورة على ٦ اختبارات . وسنرى بعد ذلك أن العامل الأول أ يمثل كل ما فى هذه الاختبارات من نواحى مشتركة ، ويميل فى تشبعاته نحو الصفة الغالبة على اختبـارات البحث ، فاذا كان أغلبها اختبـارات عددية ، فان العامل الاول يميل نحو الناحية العددية ، واذا كان أغلبها اختبارات لفظية فانه يميل نحو هذه الناحية اللفظية كما يبدو ذلك فى الزيادة الرقمية لتشبعاته فى الاتجاه العددى أو الاتجاه اللفظى . وأيا كان الرأى فى هذا العامل فهو يمثل المتوسط العام الخام لكل اختبارات البحث ، وسنرى كيف نفهم معناه النفسى عند دراستنا لتدوير المحاور العاملية .

أما العامل الثانى ب فهو يشترك بطريقة ايجابية فى الاختبارات ١ ، ٢ ، ٥ ويشترك بطريقة سلبية فى الاختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ أى أنه يقسم هذه الاختبارات الى فئتين أو طائفتين . فهو بهذا المعنى عامل طائفى .

أما العامل الثالث جـ فهو يقسم الاختبارات أيضا الى فئتين ، لكن تشبعاته تدل على أنه احدى عوامل البواقى ، أو العوامل التى تظهر فى نهاية التحليل كنتيجة للتقريب فى العمليات الحسـابية التى تلازم كل

خطوة من خطوات التحليل . والابقاء على هذا العامل لا يضير البحث بل يساعد على تفسير العوامل السابقة لأنه يعطى الباحث حرية أكبر فى ادارة محاور عوامله كما سنرى ذلك فى نهاية هذا الفصل .

وتدل مربعات التشبعات على التباين العاملى للاختبارات وبذلك يصبح مجموع مربعات تشبعات أى اختبار مساويا لاشتراكى هذا الاختبار أى س^{٢} . وبما أن تباين الدرجات المعيارية للاختبار يساوى ١ اذن فالجزء الباقى من ذلك التباين يدل على الانفراديات ف^{٢} أى أن

ف^{٢} = ١ — ش^{٢}

لأن ف^{٢} + ش^{٢} = ١ كما سبق أن بينا ذلك

وهكذا نستطيع أن نحلل كل اختبار من اختبارات البحث الى مكوناته الرئيسية كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

١ — المكونات العاملية للاختبار الأول :

٦٢ ٪ عوامل مشتركة ، وهى تشتمل على

٥٨ ٪ العامل الأول

٤ ٪ العامل الثانى

٣٨٪ عوامل منفردة

٢ — المكونات العاملية للاختبار الثالث

٧٣ ٪ عومل مشتركة ، وهى تشتمل على

٢٩ ٪ العامل الأول

٢٩ ٪ العامل الثانى

١٤ ٪ العامل الثالث

٢٨ ٪ عوامل منفردة

وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

ويدل هذا الجدول على الأثر النسبى لكل عامل فى التكوين العاملى العام للبحث . أو النسبة المئوية لتبـاين العوامل المختلفة بالنسـبة للتباين العـام . والتحليل التالى يوضح هـذه الفكرة :

(١) مجموع مربعات تشبعات العامل الأول = ٢,١٣

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{٢,١٣}{٦}$ = ٠,٣٥٥٠

النسبة المئوية لتباين العامل الأول =

٠,٣٥٥٠ × ١٠٠ = ٣٥,٥٠

(٢) مجموع مربعات تشبعات العامل الثانى = ١,١٩

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{١,١٩}{٦}$ ٠,١٩٨٣

∴ النسبة المئوية لتباين العامل الثانى =

١,٩٨٣ × ١٠٠ = ١٩,٨٣

(٣) مجموعة مربعات التشبعات للعامل الثالث = ٠,٣٤

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{٠,٣٤}{٦}$ = ٠,٠٥٦٧

∴ النسبة المئوية لتباين العامل الثالث

٠,٠٥٦٧ × ١٠٠ = ٥,٦٧

(٤) مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المشتركة

٣٥,٥٠ + ١٩,٨٣ + ٥,٦٧ = ٦١,٠٠

= مجموع الاشتراكيات

= مجـ ش^{٢}

(٥) مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المتفردة = ٣٩,٠٠

= مجـ ف^{٢}

(٦) التباين الـكلى = ٦١,٠٠ + ٣٩,٠٠

= ١٠٠

= مجـ ش^{٢} + مجـ ف^{٢}

وهكذا نستطيع أن نعلم الأهميــة النسبية لكل عامل من العوامل المشتركة والعلاقة القائمــة بين أثر العــوامل المشتركة وأثر العــوامل المنفردة فى المكونات الرئيسية لاختبارات البحث .

هذا ويدل الجدول السابق على أن أكبر العوامل تأثيرا فى التباين الكلى هو العامل الأول ، يليه العامل الثانى ، وأن أضعف هذه العوامل تأثيرا هو العامل الأخير .

الأخطاء المعيارية للعوامل المشتركة :

تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعوامل بمعادلة بيرت [١] C. Burt وبانكس C. Banks التالية :

$$\text{ع}_{\text{ر}} = \frac{(١ - \text{ر}^{٢})\sqrt{\text{ت}}}{\sqrt{\text{ن}\,(\text{ت} - \text{ب} + ١)}}$$

حيث يدل الرمز عر على الخطأ المعيارى للتشبع ر

والرمز ر على تشبع الاختبار بالعامل

---

(١) Burt, C., Banks, C., A Factor Analysis of Body Measurements for British Adult Males., Ann. Eugen., 1947, P.P. 238—256.

والرمز ت على عدد الاختبارات التى حللت .

والرمز ن على عدد الأفراد .

والرمز ب على رتبة العامل كمثل العامل الأول أو الثانى أو الثالث ، وهكذا بالنسبة لبقية العوامل .

ويقترح فيرنون [١] P. E. Vernon الطريقة التالية لمعرفة حد الدلالة الإحصائية للعوامل المشتركة .

١ — تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات العوامل .

٢ — تضرب هذه الأخطاء فى ٣ وبذلك تضاعف قيمتها العددية .

٣ — تقارن التشبعات بضعف أخطائها المعيارية .

٤ — التشبعات التى لها دلالة احصائية تؤكد وجودها هى التى تزيد قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .

٥ — التشبعات التى ليست لها دلالة احصائية تؤكد وجودها ، هى التى تنقص قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .

٦ — عندما يزيد عدد التشبعات التى لها دلالة احصائية عن النصف تصبح للعامل دلالة احصائية تؤكد وجوده .

٧ — عندما ينقص عدد التشبعات التى لها دلالة احصائية عن النصف . لا تصبح للعامل دلالة احصائية تؤكد وجوده ، وهذا يدل على الحد الذى ينتهى عنده التحليل العاملى .

---

(١) Vernon, P., The Structure of Human Abilities. 1950. P. 130, foot — note, No 1.

١ — الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول

اذا علمنا أن عدد الأفراد يساوى ١٠٠ فاننا نستطيع أن نحسب دلالة الأخطاء المعيـارية لتشبعات العامل الأول وذلك بالتعـويض فى المعادلة السابقة ، وبذلك نرى أن .

$$\text{ت} = \text{٦}$$

$$\text{ن} = \text{١٠٠}$$

$$\text{ب} = \text{١}$$

$$\therefore \ \text{ع}_{\text{ر}} = \frac{(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}})\sqrt{\text{٦}}}{\sqrt{\text{١٠٠}(\text{٦} - \text{١}) + \text{١}}}$$

$$= (\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}) \times \frac{\sqrt{\text{٦}}}{\sqrt{\text{١٠٠}} \times \sqrt{\text{٦}}}$$

$$= (\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}) \times \frac{\text{١}}{\text{١٠}}$$

$$\therefore \ \text{ع}_{\text{ر}} = (\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}) \times \text{٠,١}$$

والجدول رقم (٢٠٤) يدل على الأخطـاء المعيارية لتشـبعات الاختبارات بالعامل الأول ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية .

الاختبارات	ر	$ر^{٢}$	$١ - ر^{٢}$	$ع_{ر}$	$٢ \times ع_{ر}$
١	٠,٧٦	٠,٥٨	٠,٤٢	٠,٠٤	٠,٠٨
٢	٠,٤٧	٠,٢٢	٠,٧٨	٠,٠٨	٠,١٦
٣	٠,٥٤	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٧	٠,١٤
٤	٠,٦٥	٠,٤٢	٠,٥٨	٠,٠٦	٠,١٢
٥	٠,٦١	٠,٣٧	٠,٦٣	٠,٠٦	٠,١٢
٦	٠,٥٠	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,٠٨	٠,١٦

(جدول ٢٠٤)

الاخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الأول

وهكذا نرى أن لجميع تشبعات العامل الأول دلالة احصائية تؤكد وجود هذا العامل لأن القيم العددية لجميع تلك التشـــبعات تزيد عن ضعف أخطائها المعيارية .

٢ — الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثانى

تحسب الأخطاء المعيــارية لتشبعات العامل الثانى بالتعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة ب التى أصبحت تساوى ٢

$$\text{إذن } ع_{ر} = \frac{(١ - ر^{٢})\sqrt{٦}}{\sqrt{١٠٠(٦ - ٢ + ١)}}$$

$$= (١ - ر^{٢}) \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٥٠٠}}$$

$$= (١ - ر^{٢}) \times ٠,١ \times \sqrt{\frac{٥}{٦}}$$

$$\therefore ع_{ر} = (١ - ر^{٢}) \times ٠,١٠٩٥$$

والجدول رقم (٢٠٥) يدل على الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثانى ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية ٠

الاختبارات	ر	ر٢	١ – ر٢	ع ر	٢ × ع ر
١	٠,٠٢	٠,٠٤	٠,٩٦	٠,١١	٠,٢٢
٢	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٣	–٠,٥٤	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٨	٠,١٦
٤	–٠,٣٦	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٠,٢٠
٥	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٦	–٠,٣٦	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٩,٢٠

(جدول ٢٠٥)

الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثانى

وهكذا نرى أن التشبع الذى يهبط عن ضعف الخطأ المعيارى هو تشبع الاختبار الأول ، وأن جميع التشبعات الأخرى تزيد فى قيمتهـا العددية على ضعف أخطائها المعيارية ٠ وتدل هذه البيانات على تأكيد وجود العامل الثانى ٠

٣ — الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثالث

تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات العـامل الثالث بالتعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة ب التى أصبحت تساوى ٣ ٠

$$\text{ع}_{\text{ر}} = \frac{(1 - \text{ر}^2)\sqrt{6}}{\sqrt{100\,(6 - 3 + 1)}}$$

$$= (1 - \text{ر}^2) \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{400}}$$

$$= \frac{\sqrt{٦}}{٢٠} \times (١ - ر^{٢})$$

$$= ٠,١٢٢٥ \times (١ - ر^{٢})$$

والجـدول رقم (٢٠٦) يدل على الأخطاء المعيـارية لتشبعات الاختبارات وبالعامل الثالث وعلى ضعف تلك الأخطاء .

الاختبارات	ر	ر²	١ − ر²	ع ر	٢ × ع ر
١	٠,٠٤	٠,٠٠	١,٠٠	٠,١٢	٠,٢٤
٢	٠,٢٩	٠,٠٨	٠,٩٢	٠,١١	٠,٢٢
٣	٠,٣٨−	٠,١٤	٠,٨٦	٠,١١	٠,٢٢
٤	٠,١٤−	٠,٠٢	٠,٩٨	٠,١٢	٠,٢٤
٥	٠,٣٠	٠,٠٩	٠,٩١	٠,١١	٠,٢٢
٦	٠,١١−	٠,٠١	٠,٠١	٠,١٢	٠,٢٤

(جدول ٢٠٦)

الاخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثالث

وهكذا نرى أن التشبعات التى تهبط عن ضعف أخطائها المعيارية هى تشبعات الاختبارات ١ ، ٤ ، ٦ وهـذا يساوى نصف اختبـارات البحث . ولذا نشك فى الدلالة الاحصائية لوجود العامل الثالث . أى أن التحليل العاملى يجب أن ينتهى عند هذا الحد ولا تحتوى مصفوفة معاملات الارتباط على أكثر من ثلاثة عوامل . وستبقى على هذا العامل الثالث لأنه يقع على حدود تلك الثقة .

التدوير المتعامد (١) للعوامل

كان الرواد الأول للتحليل العاملى يؤكدون فقط وجـود العامل

---

(١) التدوير المتعامد Orthogonal Rotation

المشترك الأول ويهملون العوامل الأخرى ، ثم يرتفعون بهذا العامل الى مستوى العمومية ويسمونه العامل العام ، ويفسرون بعد ذلك نتائجهم التجريبية فى هذا الاطار المحدود . ثم ظهرت بعد ذلك فكرة العوامل الطائفية فامتد نطاق العوامل المشتركة حتى شمل تلك العوامل الجديدة . وقد حاول دعاة تلك الفكرة بادىء ذى بدء أن يفسروا تلك العوامل كما يسفر عنها البحث ، ثم تبين للمشتغلين بهذه الدراسات أن التشبعات العددية لتلك العوامل ما هى الا احدى الصور الممكنة ، وليست هى الحالة الوحيدة لتلك التشبعات ، بل وليست أيضا أقرب تلك الصور الى التفسير العلمى للظاهرة . ولذا نشطت الأبحاث التى تهدف الى الكشف عن الصورة العملية لتلك العوامل . وقد توصل ثيرستون L.L. Thurston الى ادارة محاور العوامل ادارة تصل به الى التفسير العملى المناسب لتشبعات تلك العوامل .

وتتلخص عملية ادارة محاور العوامل فى تحديد مواقع الاختبارات بالنسبة لإطار جديد يكسبها معنى واضحا مفهوما . ولنضرب لذلك مثل الذى يحدد مواقع داره بالنسبة للدور المجاور لها ، والذى يحدده وقعها بالنسبة لأحد المعالم الشهيرة فى المدينة كمجرى النهر أو ميدان عام أو حديقة معروفة . ومثل ذلك أيضا كمثل الذى يحدد موقع مدينة كالمنصورة بالنسبة للقاهرة والاسكندرية ، والذى يحدد موقع المنصورة بالنسبة لخطوط الطول والعرض . فاذا بدأنا بتحديد موقع المنصورة بالنسبة لمحاور القاهرة والاسكندرية فعلينا أن نحول محاور القاهرة والاسكندرية إلى محاور خطوط الطول والعرض لنعلم موقع المنصورة بالنسبة للمحاور الجديدة التى نصطلح عليها .

وهكذا ندرك معنى عملية تدوير العوامل ، وقد سميت هذه العملية بالتدوير المتعامد لأنها تحتفظ بالتعامد القائم بين العوامل الأصلية ،

وهى بهذا المعنى تختلف عن طريقــة لتدوير المائل (١) للمحــاور التى لا تحتفظ بتعامد تلك العوامل وانما تتركها تتخذ لنفســها الميل الملائم لها • ويدل التعامد على أن معاملات ارتباط العوامل تساوى صفرا • أى أن العوامل بهذا المعنى تصنف الاختبارات الى فئات غير مرتبطــة • وهكذا يصبح التقسيم حادا غير متداخل •

وتتلخص عملية التدوير المتعامد للمحاور فى البحث عن التــكوين البسيط (٢) للعــوامل • وتتحقق فــكرة هــذا التكوين عنــدما تصبح الاختبارات بسيطة والعوامل الطائفية واضــحة ، ويقترح ثيرســتون الشروط التالية للوصول الى التكوين البسيط •

١ — بساطة الاختبار

أى أن تصبح على الأقل احدى تشبعات الاختبار مساوية للصفر ، وبذلك يقل تعقيد الاختبار وتزداد بساطته ، ويصبح تفسير تشبعاته أمرا سهلا ميسورا •

٢ — طائفية العامل

أى أن لا يقل عدد التشبعات العاملية المساوية للصــفر عن عدد العوامل •

فاذا كان عد العوامل مساويا لـ ٣ فيجب أن يصبح عدد التشبعات الصفرية لــكل عامل من تلك العوامل مســاويا لـ ٣ على الأقل • وبذلك

---

(١) التدوير المائل Oblique Rotation

(٢) التكوين البسيط Simple Structure

يتحدد نطاق العامل ولا ينتشر بتشبعاته لكل اختبارات البحث ، وتتحدد تبعا لذلك صفته الطائفية •

٣ — الاقتران البسيط

أى أن تقترن التشبعات الكبيـــرة لأى عامل بالتشبعات الصغيرة لعامل آخر ، فاذا كان مثلا تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول كبيرا فيستحسن أن يكون تشبعه بأى عامل آخر صــغيرا • ويجب أن يكون عدد هذا الاقتران البسيط مساويا على الأقل لعدد العوامل .

الطريقة الثنائية لتدوير العوامل :

تعد الطريقة الثنائية لتقرير العوامل (١) أبسط الطــرق المعروفة للتدوير المتعامد •

وتتلخص العمليات الرئيسية لهذه الطريقة فى الخطوات التالية •

١ — ترتيب عمليات التدوير

تبدأ هذه الطريقة بترتيب عمليات ادارة المحاور بحيث يستغرق هذا الترتيب جميع احتمــالاتها الثنائيــة ، وبذلك يصبح ترتيب ادارة المحاور لمثالنا هذا كما يلى :

ا ب تدار إلى اَ بَ
اَ حـ ن ن أً حَ
بَ حَ ن ن بً حً

---

(١) الطريقة الثنائية للتدوير Two — By — Two Rotation

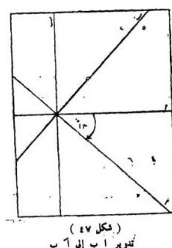
حيث تدل لرموز ا ب حـ على العوامل الأصلية

وتدل الرموز اَ بَ حـَ على التدوير الأول لتلك العوامل

وتدل الرموز اً بً حـً على التـــدوير الثانى والنهائى لتلك العوامل

٢ ــ تدوير ا ب الى اَ بَ

تبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين ا ب كما يدل على ذلك الرسم البيانى الموضح بالشكل رقم (٤٧) ثم ندير المحورين المتعامدين ا ب الى وضعهما الجـــديد اَ بَ بحيث نقترب بهذه الادارة من فكرة تبسيط الاختبـــارات ، وذلك بتصغير التشبعات التى تقبل هذا التصغير • وقد اخترنا زاوية الإدارة مســـاوية لـ ٤٣° لنصغر بذلك تشبعات الاختبارات ٣ ، ٦ ، ٤ بالعامل ب ولنصـــغر تشـــبعات الاختبارين ٢ ، ٥ بالعامل ا وقـــد راعينا أن نصغر أيضا القيم السالبة لتلك التشبعات •



(شكل ٤٧)
تدوير ا ب إلى اَ ب

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة اَ بَ فى الجدول رقم (٢٠٧) .

الاختبارات	ا	ب	اَ	بَ
١	٠,٧٦	٠,٢٠	٠,٤٢	٠,٦٦
٢	٠,٤٧	٠,٥٥	٠,٠٣−	٠,٧٢
١	٠,٥٤	٠,٥٤	٠,٧٦	٠,٠٣
٤	٠,٦٥	٠,٣٦−	٠,٧٢	٠,١٨
٥	٠,٦١	٠,٥٥	٠,٠٧	٠,٨٢
٦	٠,٥٠	٠,٣٦−	٠,٦١	٠,٠٨
مجموع المربعات	٢,١٣	١,٢٠	١,٦٥	١,٦٧
المراجعة	٣,٣٣		٣,٣٢	

تدوير ‖ ا ب ‖ إلى ‖ اَ بَ ‖

وتقوم فكرة هذه الطريقة على الاستعانة بجيب زاوية التدوير وجيب تمامها فى حساب التشبعات الجديدة وتتلخص معادلة التدوير فى الصورة التالية ، وذلك عندما تكون الادارة فى اتجاه حركة عقرب الساعة [١]

‖ اَ بَ ‖ = ‖ ا ب ‖ × ‖ جتا ٤٣° جا ٣٤°
− جا ٤٣° جتا ٣٤° ‖

(١) عندما تكون الادارة فى عكس اتجاه حركة عقرب الساعة تتخذ معادلة التدوير الصورة التالية

‖ اَ بَ ‖ = ‖ اَ بَ ‖ × ‖ جتا ٣٤° − جا ٤٣°
جا ٣٤° جتا ٤٣° ‖

حيث يدل الرمز ‖ أَ بَ ‖ على مصفوفة العاملين أ ، ب بعد ادارتها
ويدل الرمز ‖ أ ب ‖ على مصفوفة العاملين أ ، ب قبل الادارة

∵ جتا ٤٣° = ٠٫٧٣
و جا ٤٣° = ٠٫٦٨

∴ تتحول سعادلة التدوير الى الصورة التالية

‖ أَ بَ ‖ = ‖ أ ب ‖ × ‖ ٠٫٧٣ ٠٫٦٨ / — ٠٫٦٨ ٠٫٧٣ ‖

٠٫٧٣	٠٫٦٨
— ٠٫٦٨	٠٫٧٣

وتتلخص عملية ضرب المصوفة الأولى للعاملين أ ، ب فى المصوفة الثانية المكونة من جتا ٤٣° ، جا ٤٣° فى الضرب الاقتـرانى لسـطور المصفوفة الأولى فى أعمدة المصفوفة الثانية لنحصل على الناتج • كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

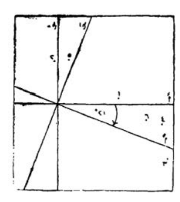
تشبع الاختبار الأول بالعامل أَ = [٠٫٧٦ × ٠٫٧٣] + [٠٫٢ × (—٠٫٦٨)]
= ٠٫٥٥٤٨ — ٠٫١٣٦٠
= ٠٫٤١٨٨
= ٠٫٤٢ تقريباً

تشبع الاختبار الأول بالعامل بَ = [٠٫٧٦ × ٠٫٦٨] + [٠٫٢٠ × ٠٫٧٣]
= ٠٫٥١٦٨ + ٠٫١٤٦٠
= ٠٫٦٦٢
= ٠٫٦٦ تقريباً

وهكذا بالنسبة لتشبعات بقية الاختبارات الأخرى • وتعتمد فكرة مراجعة العمليات الحسابية على أن مجموع مربعات تشبعات العاملين أ ، ب يساوى مجموع مربعـات تشبعات العاملين أَ ، بَ كما يدل على ذلك جدول ٢١٧ •

٣ ــ تدوير أَحـ' الى أ̄حـ'

تبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين ا̄ حـ كما يدل على ذلك الرسم البيانى الموضح بالشــكل رقم (٤٨) ثم ندير المحورين المتعامدين ²احـ الى وضعهما الجديد ³ احـ بحيث نقترب بهــذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبــارات • ويدل الرســم على أن زاوية التدوير تساوى ٢١°



(شكل ٤٨)
تدوير ا̄ حـ الى ا³ حـ

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبــارات بالنسبة للمحــاور الجديدة أ̄ حـَ فى الجدول رقم (٢٠٨) •

تدوير | احـ | الى | ا̄ حـَ |

هذا وقد حسبنا تشبعات الاختبارات بالعوامل الجديدة ³احـَ بنفس الطريقة السابقة •

الاختبارات	آ	حـ	آَ	حـَ
١	٠,٤٢	٠,٠٤	٠,٠٤	٠,٣٨
٢	٠,٠٣-	٠,٢٩-	٠,١٣-	٠,٢٦
٣	٠,٠٦	٠,٣٨	٠,٨٤	٠,٠٨-
٤	٠,٧٢	٠,٧٤	٠,٧٢	٠,١٣-
٥	٠,٠٧	٠,٣٠-	٠,٠٤-	٠,٣٠
٦	٠,٦١	٠,١١	٠,٦١	٠,١٢
مجموع المربعات	١,٦٥	٠,٣٥	١,٧٦	٠,٢٣
المراجعة	٢,٠٠		١,٩٩	

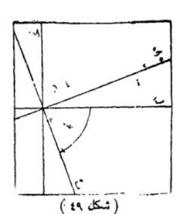
(جدول ٢٠٨)

تدوير أ حـ إلى أَ حـَ

٤ ــ تدوير بَ حَ لى بً حً

تبدأ هذه الخطوة بنفس الفكرة التى بدأت بها الخطـوة السابقة أى برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين بَ حَ كما يدل على ذلك الرسم البيانى الموضح بالشـكل رقم ٤٩ ، ندير المحـورين المتعامدين بَ حَ الى وضعهما الجديد بً حً بحيث نقترب بهـذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبارات . ويدل الرسم على أن زاوية التدوير تساوى ٧٠°

وتتلخص عملية حسـاب تشبعات الاختبارات بالنسـبة للمحاور بً حً فى الجدول رقم (٢٠٩)



(شكل ٤٩)

تدوير بَ جَ إلى بً حً

الاختبارات	بَ	حَ	بً	حً
١	٠٫٦٦	٠٫١٩	٠٫٠٥	٠٫٦٩
٢	٠٫٧٢	٠٫٢٦	٠٫٠٠	٠٫٧٧
٣	٠٫٠٣—	٠٫٠٨—	٠٫٠٧	٠٫٠٦—
٤	٠٫١٨	٠٫١٣	٠٫٠٦—	٠٫٢١
٥	٠٫٨٢	٠٫٣٠	٠٫٠٠	٠٫٨٧
٦	٠٫٠٨	٠٫١٢	٠٫٠٩—	٠٫١٢
مجموع المربعات	١٫٦٧	٠٫٢٣	٠٫٠٢	١٫٨٩
المراجعة	١٫٩٠		١٫٩١	

(جدول ٢٠٩)

تدوير بَ حَ إلى بً حً

هذا وقد حسبنا تشبعات الاختبارات بالعوامل الجديدة بً حً بنفس الطريقة السابقة •

تفسير العوامل بالقدرات الطائفية

تتلخص النتيجة النهائية لتدوير العوامل فى البيانات التى يسجلها الجـدول رقم (٢١٠) وقد أعيـد ترتيب تلك العـوامل بحيث أصبح أضعفها آخرها .

الاختبارات	العامل الأول	العامل الثانى	العامل الثالث	الاشتراكيات بعد التدوير	الاشتراكيات قبل التدوير	الفرق
١	٠,٦٩	٠,٣٨	٠,٠٥	٠,٦٢	٠,٦٢	٠,٠٠
٢	٠,٧٧	٠,١٣-	٠,٠	٠,٦١	٠,٦٠	٠,٠١
٣	٠,٠٦-	٠,٨٤	٠,٠٧	٠,٧١	٠,٧٢	٠,٠١-
٤	٠,٢١	٠,٧٢	٠,٠٦-	٠,٤٧	٠,٥٧	٠,٠٠
٥	٠,٨٧	٠,٠٤-	٠٠,٠٠	٠,٧٦	٠,٧٦	٠,٠٠
٦	٠,١٢	٠,٦١	٠,٠٩-	٠,٣٩	٠,٣٩	٠,٠٠
مجموع المربعات	١,٨٩	١,٧٦	٠,٠٢	٠,٦٦	٣,٦٦	٠,٠٠

(جدول ٢١٠)

النتيجة النهائية للعوامل الطائفية بعد تدوير المحاور

وتعتمد عملية تفسير العوامل على التشبعات الكبيرة وخاصة التى تزيد قيمتها عن ٠,٥ أو تساويها ، وهـكذا نرى أن ترتيب التشـبعات الكبيرة بالنسبة للعامل الأول ينتظم فى الصورة التالية :

الاختبار الخامس ٠,٨٧

الاختبار الثـانى ٠,٧٧

الاختبار الأول ٠,٦٩

فاذا كان القدر المشـترك بين هـذه الاختبارات هو العمليـات الحسابية سمى هذا العامل بالقدرة العددية ، وبذلك يتحول العامل الى قدرة عقلية .

ويدل ترتيب التشبعات الكبيرة بالنسبة للعامل الثانى على التنظيم التالى :

الاختبار الثالث	٨٤ر٠
الاختبار الرابع	٧٢ر٠
الاختبار السادس	٦١ر٠

فاذا كان القدر المشترك بين هذه الإختبارات هو الاستدلال سمى هذا العامل الثانى بالقدرة الاستدلالية .

أما العامل الثالث فانه لا يدل على أى قدرة لأن تشبعاته لا تصلح للتفسير ، ولذا يسمى بعامل البواقى .

وهكذا نرى أن التحليل العاملى قد أدى الى تنظيم الاختبارات فى فئات متجانسة بحيث تدل الأولى على القدرة العددية ، وتدل الثانية على القدرة الاستدلالية ، وتؤدى بنا هذه النتيجة الى معرفة المكونات الطائفية لكل اختبار من اختبارت البحث فى اطار تلك القدرات .

تمارين على الفصل العشرون

١ — « اعتمدت النشأة الأولى للتحليل العاملى على فكرة الارتباط الجزئى » ناقش •

٢ — بين أهمية التحليل العاملى وميادينه المختلفة •

٣ — « المنهج العلمى للتحليل العاملى منهج استقرائى » ناقش •

٤ — بين المعادلة الأساسية للتحليل العاملى ؛ ووضح مكوناتها الرئيسية •

٥ — برهن على أن تباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته •

٦ — أذكر أنواع العوامل ، وبين خواص كل نوع منها •

٧ — بين علاقة الاشتراكيات بتشبعات العوامل •

٨ — ما هى علاقة الارتباط بتشبعات العوامل المشتركة •

٩ — أذكر أهم الأسس العلمية لاختيار الاختبارات المناسبة للتحليل •

١٠ — حلل المصفوفة التالية الى عواملها المشتركة بالطريقة التقاربية •

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,٥١	٠,٦٢	٠,٢٣	٠,٤٨	٠,٤٣
٢	٠,٥١		٠,٤٤	٠,١١	٠,٢٦	٠,٢١
٣	٠,٦٢	٠,٤٤		٠,١٧	٠,٣٧	٠,٣٢
٤	٠,٢٣	٠,١١	٠,١٧		٠,٤٣	٠,٤٧
٥	٠,٤٨	٠,٢٦	٠,٣٧	٠,٤٣		٠,٧٨
٦	٠,٤٣	٠,٢١	٠,٣٢	٠,٤٧	٠,٧٨	

١١ ـ احسب الأخطاء المعيارية لعوامل المصفوفة السابقة اذا علمت أن عدد الأفراد يساوى ١٥٠ .

١٢ ـ احسب تشبعات العوامل السابقة بعد ادارتها بالطريقة الثنائية المتعامدة ، وبين الأسس التى يمكن أن نستعين بها فى تفسير القدرات التى تدل عليها تلك العوامل .

الفصـــــل الحـادى والعشرون

التحليـــــل العاملى للافـــــراد

مقـــــــدمة :

ينتهى التحليل العاملى للاختبارات (١) الى تقسيمها الى مجموعات تتميز كل مجموعة بخصائص مشتركة ويتدرج تشبع كل مجمـوعة من تلك الخصائص من الاعلى الى الادنى بحيث يصبح أكبرها تشبعا هو أصلحها لقياس تلك الخصـائص • ومثال ذلك مجموعة الاختبـارات العددية ، وأكبرها تشبعا اختبار الجمع ، ومجموعة الاختبارات المكانية وأكبرها تشبعا اختبار تصور حركة الاشكال وهكذا . وتسمى هـذه المجموعات عوامل ونفسرها الى قدرات فى المجـال الادراكى المعرفى والى سمات فى المجال المزاجى الانفعالى وهكذا •

واذا كنا استطعنا أن نحلل معـاملات ارتباط الاختبـارات الى عوامل فهل نستطيع أن نحلل معاملات ارتباط الافـراد الى أنماط أو تجمعات ؟

حاول كثير من علماء التحليل العاملى التصدى لهـذا النوع من التحليل وتوصـل تـريون Tryou فى تحليله للتجمعات الى تقسيم التحليل العاملى الى نوعين رئيسيين : تحليل المتغيرات ومنه تحليـل الاختبارات وتحليل الاشياء ومنه تحليل الافراد (٢) •

وتوصل كاتل Cattell الى حساب معاملات ارتباط الافراد (٣) عن طريق حساب معاملات ارتباط صفوف جداول رصد الدرجات التى

---

(١) R. technique.
(٢) V. analysis ; O. analysis.
(٣) P. technique.

تدل على الافراد بدلا من حساب أعمدة جداول رصـد الدرجات التى تدل على الاختبارات وانتهى بذلك الى التحليل العاملى للافراد .

وتوصل ستيفنسون Stephenson الى انشاء جـدول جديد لرصد الدرجات يعتمـد على ترتيب الافـراد لمجموعة من عبـارات الاختبارات الاسقاطية أو الانماط السيكولوجية أو اللوحات الفنية طبقاً لقواعد وشروط محددة ثم حساب معاملات ارتباط أعمدة تلك المصفوفة التى تدل على الافراد أو حتى على فرد واحـد فى مواقف مختلفة ثم تحليل مصفوفات ارتباطات الافراد عامليا (١) .

وسنبين فيما يلى الطرق المستخدمة للحصـول على المصفوفات الارتباطية التى تصلح للتحليـل العاملى للاختبـارات وللافـراد فى استجاباتهم لتلك الاختبارات ، وللافـراد فى استجاباتهم بعبارات أو بطاقات الاختبارات الاسقاطية ، ولعبارات تلك الاختبارات .

ونستهدف بذلك توضيح الخصـائص الرئيسـية لهـذه النماذج الاربعة ، وطرق حساب كل منها .

النموذج الاول : تحليل الاختبارات بالنسبة للافراد :

يمكن أن نبين النموذج الاول وهو التحليل العاملى للاختبارات أو بمعنى آخر التحليـل العاملى للاستجابات س . أو R بالمثال الذى يوضحه الجدول رقم ٢١١ حيث يدل العمود الاول على الافراد أ ، ب ، جـ وتدل الاعمدة الثلاثة التالية على درجات الافراد فى الاختبارات س١ وهو اختبار فى الحذف ، وس٢ وهو اختبار فى حل المسائل الحسابية ، وس٣ وهو اختبار فى تمييز المسافات . وهكذا تختلف وحدات القياس فى كل اختبار عن وحدات الاختبارات الاخرى . وتصبح الدرجة الكلية التى يحصل عليها الفرد فى هذه الاختبارات الثلاثة لا معنى لها لاختلاف تلك

---

(١) G. technique.

الوحدات . ولذلك لا يمكن جمع درجة الفرد فى الاختبارات $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ ولا يمكن حساب متوسط أى صف من صفوف ذلك الجدول ولا انحرافه المعيارى . وانما يمكن أن تجرى العمليات الاحصائية المعروفة

الأفـراد	الاختبارات			المتوسط	الانحراف المعيارى
	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$		
ا	١٠٠	٣	٠,٥٠	—	—
ب	٧٥	٥	٠,٩٥	—	—
ج	٥٠	٧	٠,٦٥	—	—
المتوسط	٧٥	٥	٠,٧٠		
الانحراف المعيارى	٢٠,٤	١,٦	٠,١٩		

(جدول ٢١١)

يبين درجات ثلاثة أفراد فى ثلاثة اختبارات ومتوسطات تلك الاختبارات وانحرافاتها المعيارية

من حساب للمتوسط والانحراف المعيارى لكل اختبار من تلك الاختبارات على حدة كما يبين ذلك الجدول السابق رقم ٢١١ .

وبذلك نستطيع أن نحسب معاملات ارتباط الاختبارات $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ ثم نحللها عامليا ، ولا نستطيع أن نحسب معاملات ارتباط الافراد أ ، ب ، ج وبالتالى يتعذر تحليل الافراد تحليلا عامليا .

و ∵ الارتباط فى جوهره هو متوسط حاصل ضرب للدرجات المعيارية أى أن

$$ر_{س_١ س_٢} = \frac{مج (ذ_١ \times ذ_٢)}{ن}$$

حيث يدل الرمز ذ١ على الدرجة المعيارية للمتغير س١

ويدل الرمز ذ٢ على الدرجة المعيارية للمتغير س٢

ويدل الرمز ن على عدد الدرجات أى مجموع الافراد

ولتوضيح علاقة هذه الفكرة بتحليل الاختبارات نحـول بيانات الجدول السابق رقم ٢١١ الى درجات معيارية كما يبين ذلك الجـدول رقم ٢١٢ • ومن أهم خصائص هذه الدرجات المعيـارية أن متوسطها دائما يساوى صفرا ، وأن انحرافها المعيارى دائما يساوى الواحـد الصحيح •

الأفـراد	الاختبارات			المتوسط	الانحراف المعيارى
	س١	س٢	س٣		
ا	١,٢٢٥	,١٢٥-	١,٠٥-	٠,٣٦-	١,١٢
ب	صفر	صفر	+ ١,٣٢	+ ٠,٤٤	٠,٦٢
جـ	-١,٢٢٥	١,٢٥	٠,٢٦-	٠,٠٨-	١,٠٢
المتوسط	صفر	صفر	صفر		
الانحراف المعيارى	١	١	١		

(جدول ٢١٢)

يبين الدرجات المعيارية للمتغيرات س١ ، س٢ ، س٣ ومتوسطاتها وانحرافاتها المعيارية

وبذلك تصبح الدرجات الخام للمتغيرات س١ ، س٢ ، س٣ مجرد أعداد وحداتها واحدة وهى الانحراف المعيارى الذى يساوى الواحد الصحيح لكل متغير من تلك المتغيرات وبدء قياسها واحد وهو المتوسـط الذى يساوى صفرا لكل متغير أيضا كما تدل على ذلك أعمدة متغيرات للجدول السابق • لكن هذا لا يعنى أن متوسطات الصفوف تساوى أيضا

صفرا ، فمثلا متوسط درجات الفرد أ يساوى — ٣٦ر٠ ولا يعنى أيضا أن الانحرافات المعيارية للصفوف تساوى الواحد الصحيح ، وبالمثل فان الانحراف المعيارى لدرجات الفرد الاول يساوى ١٢ر١ •

هذا وان جاز لنا أن نجمع الصفوف ، فانه لا يجوز لنا أن نحسب معاملات ارتباطها بطريقة متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية لأن الاعمدة هى فقط التى تحولت الى درجات معيارية ، ولم تتحول الصفوف بعد الى درجات معيارية •

ونستطيع أن نستمر فى عملية حساب معاملات ارتباط الاختبارات $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ كما يبين ذلك الجدول رقم ٢١٣ .

الاختبارات	س١	س٢	س٣
س١	—	١,٠٠—	٠,٣٣—
س٢	١,٠٠—	—	٠,٣٣ +
س٣	٠,٣٣—	٠,٣٣ +	—

(جدول ٢١٣)
يبين مصفوفة معاملات ارتباط الاختبارات

وبذلك نصل الى مصفوفة معاملات ارتباط الاختبارات التى يبدأ بها التحليل العاملى للنموذج الاول : نموذج تحليل الاختبارات بالنسبة للافراد •

النموذج الثانى : تحليل الافراد بالنسبة للاختبارات :

تعتمد فكرة هذا النموذج على حساب معاملات ارتباط الافراد او بمعنى آخر معاملات ارتباط صفوف درجات الافراد فى الاختبارات المختلفة • وقد يتبادر الى الذهن أننا نستطيع أن نبدأ هذه العملية مباشرة من الدرجات الخام التى يوضحها الجدول رقم ٢١١ ، لكن هذه

الدرجات لا يجوز جمعها لاختلاف وحداتها كما سبق أن بينا ذلك ، لذلك يبدأ هذا المنوذج بما انتهى اليه النموذج الاول فى الجدول رقم ٢١٢ حيث تحولت الدرجات الخام الى درجات معيارية فى اتجاه الاعمدة ، ولذلك يجوز جمعها فى اتجاه الصفوف لأنها أصبحت مجرد أعداد وتخلصت من وحداتها المختلفة .

وتتطلب عملية حساب الارتباط بطريقة متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية أن نحول الدرجات المعيارية للاعمدة الى درجات معيارية فى اتجاه الصفوف أى أننا بذلك نجرى عملية حساب الدرجات المعيارية مرتين ، مرة فى اتجاه الاعمدة ثم نعتمد على نتائج ذلك الحساب فى اجراء العملية مرة أخرى فى اتجاه الصفوف . وتوضح بيانات الجدول رقم ٢١٤ نتائج حساب الدرجات المعيارية لصفوف الجدول رقم ٢١٢ .

الأفراد	الاختبارات			المتوسط	الانحراف المعيارى
	س١	س٢	س٣		
ا	+ ١,٤١	٠,٧٩−	٠,٦٢−	صفر	١
ب	٠,٧١−	٠,٧١−	+ ١,٤٢	صفر	١
ﺟ	٠,١٢−	+ ١,٣٠	٠,١٨−	صفر	١

جدول ٢١٤

يبين الدرجات المعيارية للأفراد ا ، ب ، ﺟ ومتوسطاتها وانحرافاتها المعيارية

ونستطيع الآن ان نحسب معاملات ارتباط الصفوف أى ر اب ، ر بـﺟ ، ر اﺟ كما يبين ذلك الجدول رقم ٢١٥ .

الأفراد	ا	ب	ﺟ
ا	−	٠,٤٤−	٠,٨٣−
ب	٠,٤٤−	−	٠,١٣−
ﺟ	٠,٨٣−	٠,١٣−	−

(جدول ٢١٥) يبين مصفوفة معاملات ارتباط الأفراد

وهكذا يصل هذا النموذج الى الصورة التى يمكن أن يبدأ بهـا التحليل العاملى ، أى التحليل العاملى لمصفوفة معاملات ارتباط الافراد كما يبينها الجدول السابق رقم ٣١٥ •

النموذج الثالث : تحليل الافراد بالنسبة للعبارات :

قدم هـذا النموذج اثنان من الرواد الاول للتحليـل العاملى : توسـون [١] وستيفنسـون [٢] • ونشر كل منهما بحثا فى هذا الموضوع دون اتفاق مسبق بينهما • وتتابعت بعد ذلك أبحاث ستيفنسون فى هذا الميدان ، وبين تطبيقات هذا النموذج فى مجال السمات المزاجية للشخصية والاختبارات الاسقاطية والانماط السيكولوجية وفى التحليل العاملى لفرد واحد أو لمجموعة من الافراد • وبذلك يتميز هذا النموذج عن النماذج السابقة التى تقصر تحليلها على مجموعة كبيرة من الافراد ولا تصلح لتحليل فرد واحد • وانتهى به المطاف الى نشر كتاب [٣] مستقل عن هذا النموذج سنة ١٩٥٣ ليدافع عنه بعد أن تعرض لكثير من النقد •

أ ــ ميادين استخدام التحليل العاملى للافراد :

من أهم الخصائص التى يتميز بها التحليل العاملى للافراد دراسة استجابات نفس الفرد على مجموعة مختلفة من الاسئلة أو المواقف ، ولذا فهو يعد وسيلة علمية مناسبة لدراسة تكامل الشخصية فى أنشطتها

(١) Thomson, G.H. On Complete Families of Correlation Coefficients and their Tendency to Zero - Differences: B.J. Psy. 1935, XXVI, 63—92.

(٢) Stephenson, W. Technique of Factor Analysis, Nature, 1935, CXXXVI, 297.

(٣) Stephenson, W. The study of Behairour : Q. Technique and its Methodology Chicago, Uinv. Chicago Press . 1953.

المختلفة فى كل مجال من المجالات التى تنقسم اليها تلك الانشطة مثل المجال الادراكى المعرفى والمجال المزاجى والمجال الاجتماعى وهكذا . والفكرة التى يعتمد عليها هذ التحليل هى دراسة الفرد نفسه فى تكامله وكليته كفرد وهو يستجيب للمثيرات الادراكية والمزاجية والاجتماعية . وبذلك يصبح الفرد نفسه هو هدف الدراسة وليس نوعا معينا من أنواع تلك الانشطة التى يختلف الافراد فيما بينهم فى استجاباتهم لمثيرات ذلك المجال كما هو الحال فى الفروق الفردية العقلية المعرفية وما تؤدى اليه دراستها من تنظيم عقلى معرفى يقوم فى جوهره على القدرات العقلية المختلفة .

وهو يصلح أيضا لتحليل مجموعة من الافراد فى استجاباتهم على أسئلة استبيان ما ، وذلك لأن تلك الاسئلة تنتمى الى مجال واحد هو مجال ذلك الاستبيان .

ويمكن استخدامه بنفس الطريقة فى تحليل مجموعة من الافراد نتيجة لاستجاباتهم على أسئلة اختبار من الاختبارات الاسقاطية مثل اختبار رورشاخ أو اختبار تفهم الموضوع .

ويختلف دور التحليل العاملى للاختبارات عن دوره فى تحليل الافراد . فبينما ينتهى التحليل العاملى للاختبارات الى قدرات أو سمات أو غير ذلك من الصفات التى تنتمى للتنظيمات العلمية المختلفة للمجالات الادراكية والمزاجية والاجتماعية . ينتهى التحليل العاملى للافراد الى تقسيمهم الى فئات أو أنواع قد يؤكد بعضها تقسيمات يونج Jung أو سبرانجر Spranger أو غيرهما من العلماء ، للأنماط السيكولوجية للشخصية الانسانية .

هذا ويمكن أيضا أن يستخدم التحليل العاملى للافراد فى دراسة نتائج الخرائط السوسيومترية للعلاقات القائمة بين أفراد الجماعات

الصغيرة فى تآلفهم وتنافرهم • وبذلك يتغلب هذا النوع من التحليل على الصعوبات التى يواجهها التحليل العاملى للاختبارات ، فى دراسته لنتائج السوسيومترى وذلك لصغر عدد أفراد العينة الذى تفرضه طبيعة ذلك الميدان والذى يحول بين ذلك النوع من التحليل العاملى ودقته المرجوة ، بينما لايعدهذا الحجم الصغيرللعينة عقبة أمام التحليل العاملى للافراد • وبذلك تخضع الأنواع الشائعة للعلاقات الاجتماعية مثل العلاقات المتمركزة ، والدائرية ، والمتبادلة وغير ذلك من الانواع المختلفة لتلك العلاقات ، الى التحليل العاملى الذى يصنف الافراد الى العلاقات الاجتماعية الشائعة فى سلوكهم •

ولهذا النوع من التحليل طريقة خاصة به فى جمع البيانات وهى طريقة الاختيار الاجبارى ، ولذا فميدانه مقصور على المجالات التى تصلح لها هذه الطريقة • وعلينا قبل أن نبسط الخطوات الرئيسية التى ينتهجها هذا التحليل ليصل الى مصفوفة معاملات الارتباط أن نبين الجوانب المختلفة لطريقة الاختيار الاجبارى •

ب ــ طريقة الاختيار الاجبارى (١) :

أهم ما تتميز به هذه الطريقة هى العبارات التى تكتب على بطاقات ثم يطلب الى الفرد أن يرتبها من الأعلى الى الادنى بحيث يكون عدد بطاقات الاطراف العليا والدنيا قليلا ثم يزداد عددها كلما اقتربنا من وسيط الترتيب حتى يصل عددها الى أقصاه عند الوسيط • وعلى الفرد أن يعطى لكل رتبة من هذه الرتب درجة يكتبها على بطاقات تلك الرتبة ، وغالبا ما تبدأ هذه الرتب بصفر وتنتهى بــ ١٠ •

وكثيرا ما يصل عدد العبارات التى يطلب الى الفرد أن يرتبها الى

---

(١) Farced Choice Method.

حوالى مائة عبارة وهى اما عبــارات مختــارة من قوائم اختبــارات الشخصية مثل قوائم يونج لأنماط الشخصية التى استخلص منها بعض الباحثين ما يقرب من ٢٠٠٠ عبارة أو بطاقات بعض اللوحات الفنية أو ما يماثل ذلك من بطاقات على غرار بطاقات رورشاخ أو تفهم الموضوع ، وعلى الفرد أن يرتبها بالنسبة لصفة معينة أو لبعض سمات الشخصية.

وتعتمد عملية الترتيب على طريقة الاختيار الاجبارى حيث يطلب فيها الى الفرد أن يوزع رتب البطاقات توزيعــا مشتقا من التــوزيع الاعتدالى مثل التوزيع المبين بالجدول رقم ٢١٦ الشائع استخدامه فى أبحاث هذا النوع من التحليل •

درجات الرتب	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	المجموع
عــدد بطاقات الرتب	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢	٩٦

(جدول ٢١٦) يبين الترتيب المقابل للتوزيع التكرارى الشائع

هذا ويمكن أن نعيد الترتيب السابق لنجعله ينتهى عند الرتبــة العاشرة بالطريقة التى يبينها الجدول رقم ٢١٧ •

درجات الرتب	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
عدد بطاقات الرتب	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢	٧٢

(جدول ٢١٧) يبين أختصار فئات الحدول السابق إلى ١٠ فئات

ويمكن أيضا أن نستعير من المعايير الاحصائية النفسية المعدلة ، المعيار الجيمى الذى يحتوى على ١١ رتبة تبدأ بالصفر وتنتهى الى ١٠ ، ويساوي مجموع تكراره مائة كما هو مبين بالجدول رقم ٢١٨ •

درجات الرتب	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
عدد بطاقات الرتب	١	٣	٧	١٢	١٧	٢٠	١٧	١٢	٧	٣	١	١٠٠

(جدول ٢١٨) يبين رتب التوزيع الاعتدالى للمعيار الجيمى

وبالمثل يمكن أن نستعير الانواع الاخرى لتوزيعات المعايير الاحصائية النفسية المعدلة لنستخدمها فى هذا الاختيار الاجبارى مثـل التساعى والسباعى .

هذا وسيقتصر تحليلنا على الجدول رقم ٢١٦ لأنه من الجـداول الشائعة فى هذا الاختيار الاجبارى . وتدل خليته اليسرى الإولى على بطاقتين حصلت كل منهما على صفر فى درجة رتبتها ، ويلى ذلك خلية تحتوى على ٤ بطاقات حصلت كل منها على درجة واحدة فى رتبتها ، وهكذا حتى نصل الى نهاية ذلك الترتيب حيث يصبح عـدد البطاقات التى تحصل على درجة مساوية لـ ١٠ هو ٢ بطاقة .

وقد يتبادر الى الذهن تساؤل عن جدوى كل هذا الترتيب المعقد أو الاختيار الاجبارى الذى يحدد لكل رتبة عددا من البطاقات يختلف عن غيره ويخضع فى جوهـره الى توزيع تكرارى مشـتق من التوزيع الاعتدالى . وقد تتضح هذه الفكرة عندما نعلم أن المجتمع الأب الذى نختار منه تلك العبارات ، مهما كان نوعها ، مجتمع محدود ولا يخضع لتوزيع احصائى معين لأنه قد يكون مجرد قائمة . فكأننا بهذا الاختيار الاجبارى نعيد صياغة البيانات العددية فى توزيع تكرارى حتى نستطيع بذلك أن نحسب معاملات الارتباط التى تتطلبها عملية التحليل العاملى ، ولهذا التوزيع التكرارى أهميته أيضا فى تحـديد حجم كل طبقة من طبقاته ، فمن المألوف فى حياتنا العادية أن الممتاز نادر وأن الردىء نادر وأن المتوسط يمثل الاغلبية فى الاحكام المألوفة للفرد العادى . وكأننا

بذلك نهذب أحكام الفرد على نفسه أو على ما تحتويه تلك العبارات من أمور أخرى لتساير تلك الاحكام أغلب الظواهر النفسية التى تسفر فى توزيعها التكرارى عن توزيع اعتدالى أو توزيع يشتق خصائصه من التوزيع الاعتدالى .

وتتلخص العمليات التى يجريها الفرد ليقوم بأداء هذا الاختبار فيما يلى :

١ — يستعرض الفرد البطاقات كلها ، أولا بطاقة ، بطاقة ، ليكون فكرة عامة عنها .

٢ — يكتب الفرد على كل بطاقة رقم الرتبة التى يقدرها لها وعليه أن يلاحظ ألا يزيد عدد بطاقات كل رتبة عن العدد المحدد لها أو ينقص عنـه .

٣ — غالبا ما يضع الفرد البطاقات المحايدة أو المشكوك فى أمرها فى الوسط ، والفرد هنا يقوم بأكثر من عملية عقلية لينتهى الى مثل هذا الترتيب الاجبارى ، فهو يقارن ، ويدرك العلاقات القائمة بين البطاقات ويصدر أحكامه الخاصة بترتيبها ، ويراجع نفسه ليصبح عدد بطاقات كل رتبة مساويا للعدد المحدد لها .

وبالرغم مما يبدو من غرابة هذه العملية فانها أمر مألوف فى عمل الذواقين الذين يحددون النسب المختلفة لخليط الشاى أو البن أو غير ذلك من المشروبات والمأكولات ، ثم يرتبون ذلك الخليط من الممتاز الى الردىء وفق تذوقهم له .

د — تسجيل البيانات وحساب معاملات ارتباطها :

تتطلب عملية حساب معاملات ارتبـاط الافراد لهـذا النوع من التحليل تسجيل البيانات التجريبية فى جدول على غرار الجدول رقم

٢١٩ حيث يدل العمود الاول على ترتيب الفرد أ لعبارات البطاقات •

العبارات	الأفــراد		
	أ	ب	ح
س ١	١	٢	١
س٢	٢	١	٣
س٣	٣	٣	٢
المتوسط	٢	٢	٢
الانحراف المعيارى	٠,٨٢	٠,٨٢	٠,٨٢

(جدول ٢١٩) البيانات الخاصة بترتيب الأفراد للعبارات

س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$ بالنسبة لأساس معين عند ذلك الفرد ، ويختلف هذا الاساس من فرد لآخر • وهكذا بالنسبة للافراد الآخرين ب ، ج • وبذلك نستطيع جمع رتب كل عمــود وحساب متوسطاتها وانحرافاتها المعيارية ، ولا نستطيع جمع الصفوف لان أساسها يختلف من فرد لآخر أى من عمود لآخر •

العبارات	الأفــراد		
س١	١,٢-	٠٠	١,٢-
س٢	٠٠	١,٢-	١,٢+
س٣	١,٢	١,٢	٠٠
المتوســط	٠٠	٠٠	٠٠
الانحراف المعيارى	١	١	١

(جدول ٢٢٠ – الرتب المعيارية للعبارات)

وتبدأ عملية حساب معاملات الارتباط كما سبق أن بينا ذلك فى الطرق السابقة وذلك بتحويل الرتب الخام الى رتب معيارية أو بمعنى أدق الى درجات معيارية كما هو مبين بالجدول ٢٢٠ .

وبذلك نستطيع أن نحسب معاملات ارتباط الافراد أو بمعنى أدق معاملات ارتباط الاعمدة كما تدل على ذلك بيانات الجدول رقم ٢٢١ .

	ا	ب	ج
ا	—	٠,٤٨	٠,٤٨
ب	٠,٤٨	—	٠,٤٨—
ج	٠,٤٨	٠,٤٨—	—

(جدول ٢٢١) معاملات ارتباط الأفراد

وتعد مثل هذه المصفوفة الخطوة الاولى الاساسية فى التحليل العاملى ، وبذلك تسلك كل تلك المصفوفات الارتباطية مسلكا واحدا وان اختلفت صورها ومنابعها .

النموذج الرابع : تحليل العبارات بالنسبة للافراد :

نستطيع أن نحصل على النموذج الرابع وهو تحليل معاملات ارتباط الصفوف الدالة على العبارات من النموذج السابق بشرط أن نحول الدرجات المعيارية للاعمدة فى الجدول ٢٢٠ الخاص بالافراد الى درجات معيارية للصفوف . وقد بدأنا هنا بالدرجات المعيارية ولم نبدأ بالدرجات الخام . وهذا هو نفس الاسلوب الذى اتبعناه فى حساب النموذج الثانى من النموذج الاول . والجدول رقم ٢٢٢ يبين الدرجات المعيارية للافراد ، وقد أوردناها مرة أخرى فى هذا الجدول لنحسب متوسطات صفوفها وانحرافاتها المعيارية . والمتوسطات هنا لا تساوى صفرا والانحرافات المعيارية لا تساوى الواحد الصحيح لانها ليست

درجات معيارية فى اتجاه الصفوف وان كانت درجات معيارية فى اتجاه الاعمـدة كما تدل على ذلك متوسـطات الاعمـدة المساوية للصـفر ، وانحرافاتها المعيارية المساوية للواحد الصحيح .

وقد سجلت الدرجات المعيارية للصفوف فى الجـدول رقم ٢٢٣ وتتضح فكرة اتجاه الدرجات المعيارية فى متوسطات الصفوف التى تساوى صفر وفى انحرافاتها المعيارية التى تساوى الواحد الصحيح .

العبارات	الأفـراد أ	ب	ج	المتوسط	الانحراف المعيارى
س١	١,٢—	٠٠	١,٢—	٠,٨—	٠,٥٧
س٢	٠٠	١,٢—	١,٢ +	٠٠	٠,٩٨
س٣	١,٢	١,٢	٠٠	٠,٨	٠,٥٧
المتوسط	٠٠	٠٠	٠٠		
الانحراف المعيارى	١	١	١		

(جدول ٢٢٢)

حساب الدرجات المعيارية فى اتجاه الصفوف من الدرجات المعيارية فى اتجاه الأعمدة

	الأفـراد أ	ب	ج	المتوسط	الانحراف المعيارى
س١	٠,٧—	١,٤	٠,٧—	٠٠	١
س٢	٠٠	١,٢—	١,٢	٠٠	١
س٣	٠,٧	٠,٧	١,٤—	٠٠	١

(جدول ٢٢٣) — الدرجات المعيارية للصفوف

ونستطيع الآن أن نحسب معاملات ارتباط الصفوف وذلك بايجاد متوسطات حاصل ضرب الدرجات المعيارية لتلك الصفوف والجدول رقم ٢٢٤ يبين مصفوفة معاملات ارتباط الصفوف .

	س١	س٢	س٣
س١	–	–٠,٨٤	٠,٤٩
س٢	–٠,٨٤	–	–٠,٨٤
س٣	٠,٤٩	–٠,٨٤	–

(جدول ٢٢٤) – معاملات ارتباط الصفوف

وبذلك نصل الى المصفوفة الارتباطية اللازمة للتحليل العاملى للعبارات التى رتبها الافراد .

دور التحليل العاملى للافراد فى التوجيه والاختيار :

من المقترحات التى يمكن تجربة امكان تطبيقها الافادة من التحليل العاملى للاختبارات بالنسبة للافراد ، والتحليل العاملى للافراد بالنسبة للاختبارات ، أى النموذجين الاول والثانى ، فى عمليتى التوجيه والاختيار ، وذلك عن طريق معرفة خصائص الدراسة أو المهنة وخصائص الفرد ، معرفة عاملية .

وتتلخص الخطوات الرئيسية لتحقيق مثل هذا الاقتراح فيما يلى :

١ – تحليل التقديرات أو الدرجات التى يحصل عليها المتفوقون من الافراد فى أعمالهم أو المتازون من الطلبة فى تحصلهم تحليلا عامليا وذلك باستخدام الاختبارات المناسبة ، واكتشاف العوامل العقلية أو المزاجية أو غيرها التى يعتمد عليها النجاح فى مثل ذلك العمل أو تلك الدراسة .

٢ - تكوين بطارية من الاختبارات الاكثر تشبعا بالعوامل التى يعتمد عليها النجاح فى العمل أو الدراسة • ويمكن أن نختار لكل عامل من تلك العوامل أكثر ثلاثة اختبارات تشبعا بذلك لعامل •

٣ - تطبق بطارية تلك الاختبارات على الافراد المراد توجيههم أو اختيار بعضهم لدراســة ما أو مهنــة معينة ، وعلى المتــازين فى الدراسة أو العمل عامة وفى كل فرع من فروع الدراسة أو مهارة من مهارات العمل • ويعد هؤلاء الممتازين ركائز رئيسية لتحديد نوع العمل الذى ينتهى اليه التحليل ، أى أنهم بهذا المعنى أكثر الافراد تشبعا بذلك العامل .

٤ - تحسب معاملات ارتباط الافراد وذلك بعد تحليل درجاتهم فى الاختبارات الى درجات معيارية ثم تحويل تلك الدرجات المعيارية الى درجات معيارية أخرى فى اتجــاه الافراد ، ثم تحسب بعــد ذلك معاملات ارتبـــاط الافراد بطريقــة متوسط حاصــل ضرب الدرجات المعيارية •

٥ - تحلل مصفوفة معاملات ارتباط الافراد بالطريقــة المركزية أو التقاربية أو باحدى الطــرق التى تؤدى الى الكشف عن العوامل المباشرة •

٦ - يدل العامل الاول لتلك المصفوفة على أكثر الافراد صلاحية للدراسة أو العمل ، وبذلك يمكن ترتيب الافراد ترتيبا تنازليا بالنسبة لذلك العامل توطئة لتوجيه الصالح منهم أو اختيار المناسب •

٧ - تدار العوامل للحصول على التكوين البسيط وبذلك يتحدد أفراد كل عامل • ومعنى ذلك تحديد مدى تمايز كل مجموعة من الافراد فى كل فرع من فروع تلك الدراسة أو فى كل مهارة من مهارات ذلك العمل•

هذا وقد يؤدى التطبيق الفعلى لذلك المقترح الى تعــديل بعض تلك الخطوات أو اضافة خطوات أخرى جديدة قد تتطلبها طبيعة تلك العمليــة •

تمارين على الفصل الحادي والعشرون

١ — بين الانواع الرئيسية للتحليل العاملي وخصـــائص كل نوع منها والميادين التي يصلح لها •

٢ — الجدول التالي يبين درجات ٤ أفراد في ٣ اختبارات •

الأفراد	الاختبارات		
	س١	س٢	س٣
ا	٤٥	٢١	٢٣
ب	٦٠	١٥	٣٤
ج	٧٣	٣٤	٢٥
ج	٧٣	٣٤	٢٥
د	٢٢	٤٠	٣٨

عليك أن تحسب بالدرجات المعيارية للافراد مستـــعينا بالدرجات المعيارية للاختبارات •

٣ — احسب معاملات ارتباطات الافراد في المثال السابق •

٤ — حلل مصفوفة معـــاملات الارتباطات السابقـــة الى عواملها مستخدما في ذلك الطريقة التقاربية في التحليل العاملي •

٥ — بين أهم ميادين استخدام التحليل العاملي للافراد •

٦ — اذكر مثالا لطريقة الاختيار الاجبارى ، وبين المجالات التي تستخدم فيها هذه الطريقة •

٧ — أذكر مثالا لتحليل العبارات بالنسبة للافراد •

٨ — بين أهمية التحليل العاملي للافراد في التوجيه والاختيار •